

Ensino & Informação

Prof. Altamir A. R. Araldi

Revista®

A. MARKUSHEVICH

TEORIA
DE LAS
FUNCIONES
ANALITICAS
TOMO II



EDITORIAL



MIR

*La Editorial Mir
Le ofrece a Ud.
los siguientes libros de matemáticas:*

PISKUNOV N. CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
en dos tomos.

Esta obra fue escrita por el doctor en ciencias físico-matemáticas y profesor Nikolai Piskunov.

El material insertado en la obra está repartido en 19 capítulos, en los cuales se examinan las siguientes cuestiones: número, función variable, límite, continuidad de una función, derivada y diferencial, algunos teoremas sobre las funciones diferenciales, investigación del comportamiento de las funciones, números complejos, polinomios, funciones de algunas variables, aplicaciones del cálculo diferencial a la geometría en el espacio, integral indefinida, integral definida, aplicaciones geométricas y mecánicas de integral definida, ecuaciones diferenciales, integrales múltiples, integrales curvilíneas e integrales por superficie, series, series de Fourier, ecuaciones de física matemática y cálculo con algunas de sus aplicaciones.

El material teórico se ilustra con una gran cantidad de problemas, ejemplos y ejercicios, los cuales han sido seleccionados especialmente para cada capítulo del curso, lo que favorece una mejor asimilación del material expuesto.

En el segundo tomo se estudia la teoría de las transformaciones conformes y sus aplicaciones a los problemas de la aproximación de las funciones por polinomios. Se exponen las funciones armónicas y subarmónicas y se da el significado de las funciones analíticas en la hidromecánica. También se estudian las funciones de forma acotada y las funciones enteras y meromorfas. Se introduce el concepto de superficie de Riemann y el de prolongación analítica.

A. MARKUSHEVICH

TEORIA
DE LAS
FUNCIONES ANALITICAS

TOMO II

Segunda edición.

TRADUCIDO DEL RUSO

POR

EMILIANO APARICIO BERNARDO

CANDIDATO A DOCTOR EN CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS.

EDITORIAL MIR

MOSCU

INDICE

CAPITULO QUINTO

TRANSFORMACIONES CONFORMES. APLICACION A LOS PROBLEMAS DE LA APROXIMACION DE LAS FUNCIONES POR POLINOMIOS

§ 1. Transformaciones mediante funciones analíticas. Criterio de univalencia	7
§ 2. Teoremas de existencia de Riemann y Hilbert. Propiedades de las funciones univalentes	27
§ 3. Correspondencia de las fronteras. Estructura de la frontera de un recinto simplemente conexo	63
§ 4. Teorema de S. Merguelián. Polinomios de Faber y teorema de S. Bernstéin. Polinomios ortogonales sobre la superficie de un recinto	96

CAPITULO SEXTO

FUNCIONES ARMONICAS Y SUBARMONICAS. EL SIGNIFICADO DE LAS FUNCIONES ANALITICAS EN LA HIDROMECAICA. FUNCIONES DE FORMA ACOTADA

§ 1. Funciones armónicas. El problema de Dirichlet y la función de Green para un recinto simplemente conexo	149
§ 2. Significado de las funciones analíticas de variable compleja en la hidromecánica. Perfiles de Joukowski-Chapliguin	177
§ 3. Funciones subarmónicas. Principio generalizado del módulo máximo y sus aplicaciones	201
§ 4. Fórmula de Poisson-Jentzsch	222
§ 5. Funciones de forma acotada	235
§ 6. Propiedades de frontera de las funciones de forma acotada	243

CAPITULO SEPTIMO

FUNCIONES ENTERAS Y MEROMORFAS

§ 1.	Crecimiento de una función entera. Orden y tipo	252
§ 2.	Desarrollo en producto infinito. Relación entre el crecimiento de una función entera y sus ceros	281
§ 3.	Desarrollo de las funciones meromorfas en fracciones simples	301
§ 4.	Función Gamma	313
§ 5.	Funciones periódicas	334
§ 6.	Funciones elípticas y funciones ligadas con ellas. Theta-funciones	348
§ 7.	Función característica $T(\rho)$	422

CAPITULO OCTAVO

CONCEPTO DE SUPERFICIE DE RIEMANN.
PROLONGACION ANALITICA

§ 1.	Concepto de superficie. Superficie abstracta de Riemann	452
§ 2.	Triangulación de una superficie. Transformaciones interiores	462
§ 3.	Superficie de Riemann en el sentido propio de la palabra	473
§ 4.	Prolongación analítica. Función analítica completa e imagen analítica	492
§ 5.	Prolongación a lo largo de una curva. Teorema de monodromia. Estrella rectilínea de un elemento. La imagen analítica como superficie de Riemann	502
§ 6.	Puntos singulares. Funciones algebraicas	540
§ 7.	Principio de simetría. Transformación de un semiplano en un polígono arbitrario	564
§ 8.	Función modular. Criterio de normalidad. Teorema grande de Picard y rectas de Julia	583
	Apéndice. Sobre la base en el espacio de las funciones analíticas	597
	Bibliografía para el segundo tomo	641
	Indice alfabético	644

BIBLIOGRAFIA

PARA EL SEGUNDO TOMO*)

I. OBRAS DE CARACTER GENERAL

1. M a n d e l b r o j t S., Séries adhérentes. Régularisation des suites. Applications Gauthier-Villars, Paris, 1952.
2. P ó l y a G. und S z e g ö G., Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis, II b. Berlin, Verlag von Julius Springer, 1925.
3. S t o i l o w S., Teoria funcțiilor de o variabilă complexă, vol. II, Ed. Acad. R.P.R., 1958.
4. B i e b e r b a c h L., Lehrbuch der Funktionentheorie, B. II, Moderne Funktionentheorie, Leipzig — Berlin, 1927.
5. C a r a t h e o d o r y C., Funktionentheorie, B. II, Basel, 1950.
6. C a r a t h e o d o r y C o n s t a n t i n, Gesammelte Mathematische Schriften, Herausgegeben im Auftrag und mit Unterstützung der Bayerischen Akademie der Wissenschaften. Dritter Band, München, 1955; Vierter Band, München, 1956.
7. J u l i a G., Principes géométriques d'analyse, t. II, Paris, 1932.
8. M i l l o u x H., Principes. Méthodes générales, t. I, F. II Traité de théorie des fonctions publié sous la direction de M. Gaston Gulia, Paris, 1956.
9. M o n t e l P a u l, Selecta, 1897—1947, Cinquantenaire scientifique de M. Paul Montel, Paris, 1947.
10. S t o i l o w S., Oeuvre mathématique, Bucaresti, 1964.

II. MONOGRAFÍAS SOBRE CUESTIONES PARTICULARES

A. Funciones univalentes y multivalentes.

Transformaciones conformes

1. Г о л у з и н Г. М., Геометрическая теория функций комплексного переменного, изд. 2., М., 1966 (G o l u z i n G. M., Teoría geométrica de las funciones de variable compleja).
2. J e n k i n s J. A., Univalent functions and conformal mapping, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1958.
3. C o u r a n t R., Dirichlet's Principle, Conformal mapping and Minimal Surfaces, New-York; Intersc. Public., 1950.

*) Aquí faltan los artículos de las revistas. No obstante muchos de los libros que se nombran a continuación contienen unos índices bibliográficos suficientemente detallados. Nuestro objetivo es recomendar al lector obras que le permitan profundizar más el tema. Junto con las monografías más recientes en los sentidos correspondientes, indicamos no pocas obras de carácter clásico, cuya lectura también es interesante e instructiva para un matemático contemporáneo.

4. Л а в р е н т ь е в М. А., Конформные отображения с приложениями к некоторым вопросам механики, М.—Л., 1946 (Lavréntiev M. A., Transformaciones conformes y sus aplicaciones a ciertos problemas de la mecánica).
5. H a u m a n W. K., Multivalent functions, Cambridge University Press, 1958.
6. J u l i a G., Leçons sur la représentation conforme des aires simplement connexes, Paris, 1931.
7. J u l i a G., Leçons sur la représentation conforme des aires multiplement connexes, Paris, 1934.

B. Transformaciones casi-conformes

1. В о л к о в ы с к и й Л. И., Квазиконформные отображения, Львов, (Volkoviski L. I., Transformaciones casi-conformes).
2. K ü n z i H. P., Quasikonforme Abbildungen, Berlin — Göttingen — Heidelberg, 1960.
3. L e h t o O. und V i r t a n e n K. I., Quasikonforme Abbildungen, Berlin — Heidelberg — New York.

C. Funciones armónicas y subarmónicas

1. B r e l o t M., Elements de la theorie classique du potentiel, 3^e édition (1965), Centre de documentation universitaire, Paris.
2. Л а н д к о ф Н. С., Основы современной теории потенциала, М., 1966 (L a n d k o f N. S. Fundamentos de la teoría moderna del potencial).
3. П р и в а л о в И. И., Субгармонические функции, М.—Л., 1937 (P r i v á l o v I. I., Funciones subarmónicas).

*D. Funciones analíticas uniformes. Distribución de los valores.
Propiedades límites*

1. W i t t i c h H., Neuere Untersuchungen über eindeutige analytische Funktionen, Springer, Berlin, 1955.
2. Г о л у б е в В. В., Однозначные аналитические функции. Автоморфные функции, М., 1961 (G ó l u b i e v V. V., Funciones analíticas uniformes. Funciones automorfas).
3. Д ж р б а ш я н М. М., Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области, М., 1966. (Dzhrbashián M. M., Transformaciones integrales y representación de las funciones en el plano complejo).
4. Е в г р а ф о в М. А., Асимптотические оценки и целые функции, М., 1962 (E v g r á f o v M. A., Acotaciones asintóticas y funciones enteras).
5. И б р а г и м о в И. И., Экстремальные свойства целых функций конечной степени, Баку, 1962 (I b r a g u í m o v I. I., Propiedades extremales de las funciones enteras de grado finito).
6. Л е в и н Б. Я., Распределение корней целых функций, М., 1956 (L e v i n B. Y., Distribución de las raíces de las funciones enteras).
7. M a s - L a n e G. R., Asymptotic values of holomorphic functions, William Marsh Rice University, Houston 1, Texas, 1963.
8. N e v a n l i n n a R., Eindeutige analytische Funktionen, Springer, Berlin; 2^a ed., 1953.
9. N o s h i r o K., Cluster sets, Springer-Verlag, Berlin-Göttinger-Heidelberg, 1960.
10. П р и в а л о в И. И., Граничные свойства аналитических функций, изд. 2-е, М.—Л., 1950 (P r i v á l o v I. I. Propiedades frontera de las funciones analíticas).

11. Чеботарев Н. Г. и Мейман Н. Н., Проблема Рауса — Гурвица для полиномов и целых функций, М.—Л., 1949 (Chebotariov N. G. y Meiman N. N., El problema de Rauss—Hurwitz para los polinomios y las funciones enteras).
12. Cartwright M. L., Integralfunctions, Cambridge, 1956.
13. Nevanlinna R., Le théorème de Picard — Borel et la théorie des fonctions méromorphes, Paris, 1929.

E. Funciones elípticas y automorfias

1. Ахизер Н. И., Элементы теории эллиптических функций, М.—Л., 1948 (Ajieser N. I., Elementos de la teoría de las funciones elípticas).
2. Hurwitz A., Allgemeine Funktionentheorie und elliptische Funktionen, Springer, Berlin, 1929.
3. Whittaker E. T. and Watson G. N., A course of modern analysis t. II, Cambridge at the University press, 1927.
4. Appell P. et Lacour E., Principes de la théorie des fonctions elliptiques et applications, 2 éd., Paris, 1922.
5. Schwarz H. A., Formeln und Lehrätze zum Gebrauche der elliptischen Funktionen. Nach Vorlesungen und Aufzeichnungen des Herrn K. Weierstrass, 2 Aufl., Erster Th., Berlin, 1893.

F. Superficies de Riemann. Funciones algebraicas y automorfias

1. Nevanlinna R., Uniformisierung, Springer, Berlin, 1953.
2. Riemann B., Euvres.
3. Springer G., Introduction to Riemann surfaces, Addison — Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Massachusetts, USA.
4. Ford L. R. Automorphic Functions, 1929.
5. Чеботарев Н. Г., Теория алгебраических функций, М.—Л., (Chebotariov N. G., Teoría de las funciones algebraicas).
6. Chevalley C., Introduction to the theory of algebraic functions of one variable, American Mathematical Society, New York, 1951.
7. Schiffer M. and Spencer D. S., Functionals of finite Riemann surfaces, Princeton, New Jersey, Princeton University Press, 1954.
8. Appell P. et Gorsat E., Théorie des fonctions algébriques et de leurs intégrales, t. I. Etude des fonctions analytiques sur une surface de Riemann, 2 éd., Paris 1929; Théorie des fonctions algébriques d'une variable et des transcendentes qui s'y rattachent, t. II, Fontions automorphes, par Pierre Fatou, 2 éd., Paris, 1930.
9. Klein F., Gesammelte Mathematische Abhandlungen. Dritter Band. Elliptische Funktionen, insbesondere Modulfunktionen, Hyperelliptische und Abelsche Funktionen, Riemannsche Funktionentheorie und Automorphe Funktionen, Berlin, 1923.
10. Pfluger A., Theorie der Riemannschen Flächen, Berlin — Göttingen—Heidelberg, 1957.
11. Weyl H., Die Idee der Riemannschen Fläche, 3 Aufl., Stuttgart, 1955.