Ensino & Informação Revista®
Prof.: Altamir A. R. Araldi

PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

Infinite Stage Markov Programming

Exercício

Formulação do Problema:

"A cable repair truck has a power driven reel which when full carries 400 m of cable. Repairs involve replacing a 100, 200 or 300 m length of old cable, each length occurring with equal probability. Repairs are carried out by taking new cable from the reel unless the length remaining on the reel is too short. In this case the cable on the reel is removed and scrapped, a new 400 m length is put on the reel and the repair then carried out. Determine the mean length of the cable scrapped per repair."

Answer: 400/9 m.

Problema - Reparo de cabos -

Objetivo - determinar Perda media por reparo.

Condições - Caminhão leva uma bobina cl 400m de cabo.
Os reparos podem ser:
100 m, 200 m ou 300 m com
iguais probabilidades.

A política - caso o reparo seja maior do que
o remanescente na bobina, substituir
o pedaço remanescente e emendar
a bobina com 400 metros.

ESTÁGIO - $n \in \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$
reparos

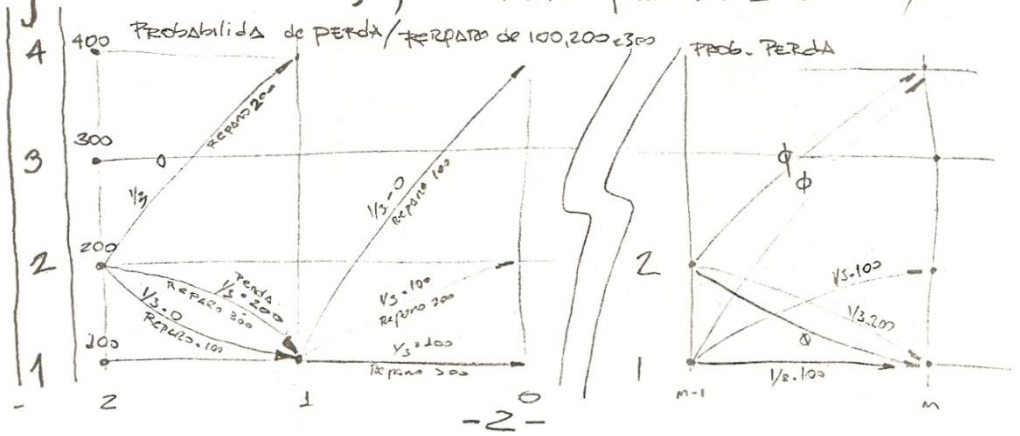
ESTADO - quantidade de cabo na bobina

$i = \{1, 2, 3, 4\}$ 1: 100, 2: 200, 3: 300m.
4: 400m

AÇÃO - política única - FAZER REPARO.
$K = \{1, 2, 3\}$ 1: 100m 2: 200m 3: 300m

FUNÇÃO RETORNO - (Retorno = Perda de cabo pertinente
depende da quantidade e cabo na
bobina e do reparo a ser feito)

$r(j)$, NOTA - PARA $i > 2 \rightarrow r = \emptyset$



$$r(1) = 1/3(0) + 1/3(100) + 1/3(100) = 200/3$$
$$r(2) = 1/3(0) + 1/3(200) + 1/3(0) = 200/3$$
$$r(3) = 1/3(0) + 1/3(0) + 1/3(0) = 0$$
$$r(4) = 1/3(0) + 1/3(0) + 1/3(0) = 0$$

$$r(j) = \begin{bmatrix} 200/3 \\ 200/3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

TRANSIÇÃO DE ESTADO - A TRANSIÇÃO DO ESTADO $i \rightarrow j$, É DADA SEGUNDO A SEGUINTE MATRIZ DE PROBABILIDADES.

i \ j	1	2	3	4
1	1/3	1/3	—	1/3
2	2/3	—	—	1/3
3	1/3	1/3	—	1/3
4	1/3	1/3	1/3	—

POR EXEMPLO: SE O CAMINHÃO ENCONTRA-SE COM 200m. DE CABOS DISPONIVEL;

1/3 • PARA UM REPARO DE 100m ELE PASSA PARA O ESTADO 1 (200-100 = 100)

1/3 • PARA UM REPARO DE 200 METROS PASSA PARA O ESTADO 4, POIS O CAMINHÃO É RECARREGADO APÓS O REPARO.

1/3 • E. para um deposito de 300m, ele passa para o estado 1 (100), ou seja, é sugerido 200m, recusando o robo com 400m e feito o reparo de 300m, restando 100m.

Portanto a probabilidade de com 200m ir para 100m é igual a 2/3, como demostra a Tabela anterior.

No entanto a probabilidade de no estágio n o sistema se encontrar no estado j, é dada pela seguinte matriz calculada através de:

$$P(i,j)^n = P(i,j,n)$$

$$P(i,j,1) = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 2/3 & 0 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P(i,j,2) = \begin{bmatrix} 4/9 & 2/9 & 1/9 & 2/9 \\ 3/9 & 3/9 & 1/9 & 2/9 \\ 4/9 & 2/9 & 1/9 & 2/9 \\ 4/9 & 2/9 & 0 & 3/9 \end{bmatrix}$$

$$P(i,j,3) = \begin{bmatrix} 11/27 & 7/27 & 2/27 & 7/27 \\ 12/27 & 6/27 & 2/27 & 7/27 \\ 11/27 & 7/27 & 2/27 & 7/27 \\ 11/27 & 7/27 & 3/27 & 6/27 \end{bmatrix}$$

$$P(i,j,4) = \begin{bmatrix} 34/81 & 20/81 & 7/81 & 20/81 \\ 33/81 & 20/81 & 7/81 & 20/81 \\ 34/81 & 20/81 & 7/81 & 20/81 \\ 34/81 & 20/81 & 6/81 & 21/81 \end{bmatrix}$$

FUNÇÃO de RECORRÊNCIA

$$f(n,i) = \left\{ f(n-1,j) + \sum_{j=1}^{4} P(i,j,n) \cdot r(j) \right\}$$

$f(1,i)$ $f(n,i) = f(n-1,j) + \sum_{j=1}^{4} p(i,j,n) \cdot r(j)$

$f(1,1) = f(0,j) + \sum_{j=1}^{4} p(1,j,1) \cdot r(j)$

$f(1,1) = 200/3 + 1/3 \cdot 200/3 + 1/3 \cdot 200/3 + 0 + 0$

$f(1,1) = 1000/9$

$f(1,2) = 200/3 + 2/3 \cdot 200/3 + 0 + 0 + 0$

$f(1,2) = 1000/9$

$f(1,3) = 0 + 1/3 \cdot 200/3 + 1/3 \cdot 200/3 + 0 + 0$

$$f(1,i) = \begin{bmatrix} 1000/9 \\ 1000/9 \\ 400/9 \\ 400/9 \end{bmatrix}$$

$f(2,i) = f(1,i) + \sum_{j=1}^{4} p(i,j,2) \cdot r(j)$

$f(2,1) = f(1,1) + \sum_{j=1}^{4} p(1,j,2) \cdot r(j)$

$f(2,1) = 1000/9 + 4/9 \cdot 200/3 + 2/9 \cdot 200/3 + 0 + 0$

$f(2,1) = 1400/9$

$f(2,2) = f(1,2) + \sum_{j=1}^{4} p(2,j,2) \cdot r(j)$

$f(2,2) = 1000/9 + 3/9 \cdot 200/3 + 3/9 \cdot 200/3 + 0 + 0$

$f(2,2) = 1400/9$

$$f(2,i) = \begin{bmatrix} 1400/9 \\ 1400/9 \\ 800/9 \\ 800/9 \end{bmatrix}$$

$$f(2,3) = f(1,3) + \sum_{j=1}^{4} p(3,j,2) \cdot r(j)$$

$$f(2,3) = 400/9 + 4/9 \cdot 200/3 + 2/9 \cdot 200/3 + 0 + 0$$

$$f(2,3) = 800/9$$

$$f(2,4) = f(1,4) + \sum_{j=1}^{4} p(4,j,2) \cdot r(j)$$

$$f(2,4) = 400/9 + 4/9 \cdot 200/3 + 2/9 \cdot 200/3 + 0 + 0$$

$$f(2,4) = 800/9.$$

$$f(3,i) = f(2,i) + \sum_{j=1}^{4} p(i,j,3) \cdot r(j)$$

$$f(3,1) = f(2,1) \sum_{j=1}^{4} p(1,j,3) \cdot r(j)$$

$$f(3,1) = 1400/9 + 11/27 \cdot 200/3 + 7/27 \cdot 200/3 + 0 + 0$$

$$f(3,1) = 1800/9$$

$$f(3,2) = f(2,2) + \sum_{j=1}^{4} p(2,j,3) \cdot r(j)$$

$$f(3,2) = 1400/9 + 12/27\ 200/3 + 6/27 \cdot 200/3 + 0 + 0$$

$$f(3,2) = 1400/9$$

$$f(3,3) = f(2,3) + \sum_{j=1}^{4} p(3,j,3) \cdot r(j)$$

$$f(3,3) = 800/9 + 11/27 \cdot 200/3 + 7/27 \cdot 200/3 + 0 + 0$$

$$f(3,3) = 1200/9$$

$$f(3,4) = f(2,4) + \sum_{j=1}^{4} p(4,j,3) \cdot r(j)$$

$$f(3,4) = 800/9 + 11/27 \cdot 200/3 + 7/27 \cdot 200/3 + 0 + 0$$

$$f(3,4) = 1200$$

$$f(3,i) = \begin{bmatrix} 1800/9 \\ 1800/9 \\ 1200/9 \\ 1200/9 \end{bmatrix}$$

CONCLUSÃO — À medida que o estágio evolui no sistema, o acréscimo no valor esperado de perda por reparo torna-se constante (400/9)

ANEXO ÚNICO

m	i	K	j	F(j)	p(m,i,j)	f(m-1,j)	f(m,i)	[p(m-i)]-[f(m-1,i)]
1	1	1	4	0	0			
		2	2	200/3	1/3			
		3	1	200/3	1/3	200/3	100/9	400/9
	2	1	1	200/3	1/3			
		2	4	0	0			
		3	1	200/3	1/3	200/3	100/9	400/9
	3	1	2	200/3	1/3			
		2	1	200/3	1/3			
		3	4	0	0	0	400/9	400/9
	4	1	3	0	0			
		2	2	200/3	1/3			400/9
		3	1	200/3	1/3	0	400/9	
2	1	1	4	0	2/9			
		2	2	200/3	2/9			400/9
		3	1	200/3	4/9	1000/9	1400/9	
	2	1	1	200/3	3/9			
		2	4	0	2/9			400/9
		3	1	200/3	3/9	1000/9	1400/9	
	3	1	2	200/3	2/9			
		2	1	200/3	4/9			400/9
		3	4	0	2/9	400/9	800/9	
	4	1	3	0	0			
		2	2	200/3	2/9			400/9
		3	1	200/3	4/9	400/9	800/9	
3	1	1	4	0	7/27			
		2	2	200/3	7/27			400/9
		3	1	200/3	11/27	1400/9	1.800/9	
	2	1	1	200/3	12/27			
		2	4	0	7/27			400/9
		3	1	200/3	6/27	1400/9	1.800/9	
	3	1	2	200/3	7/27			
		2	1	200/3	11/27			400/9
		3	4	0	7/27	800/9	1200/9	
	4	1	3	0	3/27			
		2	2	200/3	7/27			400/9
		3	1	200/3	11/27	800/9	1200/9	