

Homologia (matemática)

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre.

Em [matemática](#), e mais especificamente na [topologia algébrica](#), **homologia** consiste na atribuição de uma [sequência](#) de [grupos](#) a um [espaço topológico](#). Na linguagem da [teoria das categorias](#), dizemos que uma teoria de homologia é um [functor](#) covariante da categoria dos espaços topológicos na categoria dos [grupos abelianos](#) graduados.

Já em álgebra comutativa, uma teoria de homologia é um [functor](#) covariante da categoria dos [complexos de cadeia](#) na categoria dos grupos abelianos graduados. A álgebra homológica trata do estudo de tais funtores. Além disto, existe dentro da teoria de categorias uma área de pesquisa denominada *álgebra homológica abstrata*¹, que generaliza as ferramentas da [álgebra homológica](#) ao contexto das categorias abelianas. Tal formulação da homologia algébrica foi concebida por A. Grothendieck para estudar feixes sobre variedades algébricas².

Grupos de Homologia

Seja \mathcal{C} um [complexo de cadeias](#)

$$\dots \rightarrow A_{n+1} \xrightarrow{d_{n+1}} A_n \xrightarrow{d_n} A_{n-1} \xrightarrow{d_{n-1}} A_{n-2} \rightarrow \dots \rightarrow A_2 \xrightarrow{d_2} A_1 \xrightarrow{d_1} A_0 \rightarrow 0.$$

Definimos o n-ésimo **grupo de homologia** de \mathcal{C} como $H_n(\mathcal{C}) = Nuc(d_n) / Im(d_{n+1})$.

Já os grupos de homologia de um espaço topológico X são definidos a partir de um complexo de cadeias determinado por X . As diversas maneiras de se associar um complexo de cadeias a um espaço topológico (ou por vezes, a um par de espaços topológicos), são chamadas de [teorias de homologia](#). Algumas teorias de homologia para [variedades diferenciáveis](#) são: a [homologia singular](#), a [homologia de Čech](#), a [homologia de Morse](#) e a [homologia de de Rham](#).

Referências

1. M. Osborne - Basic Homological Algebra. Springer Verlag (2000).
2. A. Grothendieck - Sur quelques points d'algèbre homologique, Tohoku Math. J., t. 9, p. 119- 183 (1957).

Bibliografia

Elon Lages Lima. *Homologia Básica*. col: Coleção Projeto Euclides, Rio de Janeiro, RJ: [s.n.], 2012. [ISBN 9788524402869](#)