

FRANK AYRES, JR.

$$\begin{array}{cccc} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

MATRIZES

Resumo da teoria

340 problemas resolvidos

465 problemas propostos

Traduzido por

ANA AMÁLIA FEIJÓ BARROSO

**COLEÇÃO
SCHAUM**

EDITORA MCGRAW-HILL DO BRASIL, LTDA.

FRANK AYRES, JR. Ph. D.
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
DICKINSON COLLEGE

Matrizes

Resumo da teoria
340 problemas resolvidos
465 problemas propostos

Tradução de
ANA AMÁLIA FEIJÓ BARROSO

Professora de Ensino Médio do Estado da Guanabara - Ex-professora da Faculdade de Filosofia da Universidade do Rio de Janeiro e da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

SÃO PAULO
RIO DE JANEIRO
BELO HORIZONTE
PORTO ALEGRE
RECIFE

NEW-YORK • ST. LOUIS • SAN FRANCISCO
AUCKLAND • BOGOTÁ • DÜSSELDORF • JOHANNESBURG
KUALA LUMPUR • LISBOA • LONDON • MADRID • MÉXICO
MONTREAL • NEW DELHI • PANAMÁ • PARIS
SINGAPORE • SYDNEY • TOKYO • TORONTO



Do original
Schaum's Outline of Theory and Problems
of
MATRICES

publicado nos E.U.A. por Schaum Publishing Co.

Copyright © 1962 by McGraw-Hill, Inc.

Copyright © 1971 da Editora McGraw-Hill do Brasil, Ltda.

Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida, guardada pelo sistema "retrieval" ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, seja este eletrônico, mecânico, de fotocópia, de gravação, ou outros, sem prévia autorização por escrito da Editora.

1.^a Reimpressão

1978

Todos os direitos para língua portuguesa reservados pela

EDITORA MCGRAW-HILL DO BRASIL, LTDA.

Rua Tabapuã, 947
SÃO PAULO
ESTADO DE SÃO PAULO

Av. Paulo de Frontin, 679
RIO DE JANEIRO
ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Av. Bernardo Monteiro, 447
BELO HORIZONTE
MINAS GERAIS

Rua General Lima e Silva, 87
PORTO ALEGRE
RIO GRANDE DO SUL

Av. João de Barros, 1.750 s/11
RECIFE
PERNAMBUCO

Impresso no Brasil

Printed in Brazil

Prefácio

A Álgebra Matricial Elementar é, atualmente, uma parte integrante dos conhecimentos matemáticos necessários a diferentes campos do conhecimento humano, tais como a Engenharia Elétrica, a Educação, a Química e a Sociologia, bem como para a Estatística e a Matemática Pura. Apresentando o material essencial, este livro destina-se, principalmente, a servir de complemento aos livros-textos, porém será útil como livro de consulta para os que, trabalhando nos diferentes campos acima citados, necessitam de algum conhecimento da teoria matricial. Além disso, a teoria exposta é suficientemente desenvolvida e completa para que o livro possa ser usado como texto.

A matéria está dividida em vinte e seis capítulos, sem que, com isso, se tenha alterado a seqüência lógica do tema, procurando-se, ao contrário, aumentar a utilidade do livro como obra de consulta. Isto também permite separar o estudo das matrizes reais — com o qual a maioria dos leitores está familiarizada — do estudo das matrizes com elementos complexos. Cada capítulo contém definições, princípios e teoremas, amplamente ilustrados por exemplos. E, ao fim de cada um deles, é apresentada uma série de problemas resolvidos, cuidadosamente selecionados, e um número considerável de problemas propostos para resolver.

Ao estudante que se inicia em Álgebra das Matrizes parece que as soluções dos exercícios numéricos são extremamente simples. As dificuldades provavelmente vão aparecer nas definições precisas, nos teoremas e demonstrações. A dificuldade aí ocorre essencialmente por falta de maturidade matemática e é normalmente esperada, pois, em geral, os trabalhos anteriores do estudante em Matemática se referiam a soluções de problemas numéricos, enquanto que o estabelecimento de princípios e as demonstrações dos teoremas foram deixados para cursos posteriores. O intuito deste livro é proporcionar ao leitor — caso ele vá além dos parágrafos introdutórios e problemas resolvidos em cada capítulo — uma razoável segurança em relação à matéria exposta.

Os problemas resolvidos, além de mostrarem uma maior variedade de exemplos ilustrativos dos teoremas, contêm a maioria das demonstrações mais ou menos detalhadas. Nos problemas propostos, são pedidas soluções de exercícios numéricos e a demonstração de teoremas. Algumas dessas requerem apenas modificações apropriadas de demonstrações dadas anteriormente; mais importantes, entretanto, são os muitos teoremas, cuja demonstração exige apenas umas poucas linhas. Algumas são do tipo freqüente e erradamente chamado “óbvio”, enquanto que outras parecem ser muito

simples. Nenhuma delas deve, porém, ser tratada com superficialidade, pois é precisamente pela abundância de tais teoremas que a Álgebra Elementar de Matrizes se torna naturalmente um primeiro curso para todos os que desejam conseguir a maturidade matemática. Como o elevado número de problemas em cada capítulo torna pouco prática a resolução de todos antes de passar para o próximo capítulo, dedicamos uma atenção especial aos problemas propostos nos dois primeiros capítulos. O domínio dos problemas desses capítulos dará ao aluno a segurança necessária para resolver os posteriores por si próprio.

O autor deseja aproveitar a oportunidade para exprimir seu agradecimento aos diretores da Schaum Publishing Company por sua esplêndida cooperação.

FRANK AIRES, JR.

Carlisle, Pa.

Prefácio da edição brasileira

A teoria das Matrizes é hoje parte indispensável à formação de qualquer estudante de Matemática Pura e Aplicada, Engenharia, Estatística, Física, Química, Sociologia, Economia, Administração, etc.

O autor apresenta, neste livro, a parte teórica do cálculo das matrizes de modo sucinto, embora preciso, e os exercícios são escolhidos de maneira a habituar o leitor com as regras e técnicas mais usuais da Álgebra Linear e do Cálculo Matricial. Acreditamos que o livro será útil como texto nos cursos de graduação das escolas que visam à formação de matemáticos ou de especialistas que necessitam do cálculo matricial como instrumento indispensável às suas atividades profissionais.

Ana Amália Feijó Barroso

Sumário

Capítulo 1	MATRIZES	1
	Matrizes. Matrizes iguais. Soma de matrizes. Produto de matrizes. Produto por blocos.	
<hr/>		
Capítulo 2	ALGUNS TIPOS DE MATRIZES	13
	Matrizes triangulares. Matrizes escalares. Matrizes diagonais. Matriz identidade. Inversa de uma matriz. Transposta de uma matriz. Matrizes simétricas. Matrizes anti-simétricas. Conjugada de uma matriz. Matrizes hermitianas. Matrizes anti-hermitianas. Somas diretas.	
<hr/>		
Capítulo 3	DETERMINANTES DE UMA MATRIZ QUADRADA	25
	Determinantes de ordem 2 e 3. Propriedades dos determinantes. Menores e co-fatôres. Complementos algébricos.	
<hr/>		
Capítulo 4	CÁLCULO DE DETERMINANTES	40
	Desenvolvimento segundo uma linha ou coluna. Desenvolvimento de Laplace. Desenvolvimento segundo os elementos da primeira linha e primeira coluna. Determinante de um produto. Derivada de um determinante.	
<hr/>		
Capítulo 5	EQUIVALÊNCIA	49
	Característica de uma matriz. Matrizes não-singulares e singulares. Transformações elementares. Inversa de uma transformação elementar. Matrizes equivalentes. Equivalência por linha. Forma normal. Matrizes elementares. Conjuntos canônicos de matrizes relativamente à equivalência. Característica de um produto.	
<hr/>		
Capítulo 6	A ADJUNTA DE UMA MATRIZ QUADRADA	62
	A adjunta. A adjunta de um produto. Menor de uma adjunta.	

Capítulo 7	A INVERSA DE UMA MATRIZ	69
	Inversa de uma matriz diagonal. Inversa da adjunta. Inversa das matrizes elementares. Inversa por blocos. Inversa das matrizes simétricas. Inversas à direita e à esquerda de matrizes $m \times n$.	
<hr/>		
Capítulo 8	CORPOS	81
	Corpos numéricos. Corpos. Subcorpos. Matrizes sobre um corpo.	
<hr/>		
Capítulo 9	DEPENDÊNCIA LINEAR DE VETORES E FORMAS	86
	Vetores. Dependência linear de vetores, formas lineares, polinômios e matrizes.	
<hr/>		
Capítulo 10	EQUAÇÕES LINEARES	96
	Sistemas de equações não-homogêneas. Solução por matrizes. Regra de Cramer. Sistemas de equações homo- gêneas.	
<hr/>		
Capítulo 11	ESPAÇOS VETORIAIS	109
	Espaços vetoriais. Subespaços. Base e dimensão. Espaço soma. Espaço interseção. Espaço nulo de uma matriz. Leis de anulamento de Sylvester. Bases e coordenadas.	
<hr/>		
Capítulo 12	TRANSFORMAÇÕES LINEARES	121
	Transformações singulares e não-singulares. Mudança de base. Espaço invariante. Matriz de permutação.	
<hr/>		
Capítulo 13	VETORES DEFINIDOS SOBRE O CORPO DOS NÚMEROS REAIS	129
	Produto interno. Módulo. Desigualdade de Schwarz. Desigualdade triangular (de Minkovsky). Vetores e espaços ortogonais. Base ortogonal. Processo de ortogonalização de Gram-Schmidt. Matriz de Gram. Matrizes ortogonais. Transformações ortogonais. Produto vetorial.	

Capítulo 14	VETORES DEFINIDOS SÔBRE O CORPO DOS NÚMEROS COMPLEXOS	141
	Números complexos. Produto interno. Módulo. Desigualdade de Schwarz. Desigualdade triangular (de Minkovsky). Vetores e espaços ortogonais. Base ortogonal. Processo de ortogonalização de Gram-Schmidt. Matriz de Gram. Matrizes unitárias. Transformações unitárias.	
<hr/>		
Capítulo 15	CONGRUÊNCIA	148
	Matrizes congruentes. Matrizes simétricas congruentes. Formas canônicas em relação à congruência das matrizes reais simétricas, anti-simétricas, hermitianas, anti-hermitianas.	
<hr/>		
Capítulo 16	FORMAS BILINEARES	160
	Matriz da forma. Transformações. Formas canônicas. Transformações cogredientes. Transformações contra-gredientes. Formas fatoráveis.	
<hr/>		
Capítulo 17	FORMAS QUADRÁTICAS	167
	Matriz da forma. Transformações. Formas canônicas. Redução de Lagrange. Lei da inércia de Sylvester. Formas definidas e semidefinidas. Menores principais. Formas regulares. Redução de Kronecker. Formas fatoráveis.	
<hr/>		
Capítulo 18	FORMAS HERMITIANAS	187
	Matriz da forma. Transformações. Formas canônicas. Formas definidas e semidefinidas.	
<hr/>		
Capítulo 19	EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA DE UMA MATRIZ	191
	Equação característica e raízes. Vetores próprios e espaços invariantes.	
<hr/>		
Capítulo 20	SEMELHANÇA	200
	Matrizes semelhantes. Redução à forma triangular. Matrizes diagonalizáveis.	

Capítulo 21	MATRIZES SEMELHANTES A UMA MATRIZ DIAGONAL	210
	Matrizes reais simétricas. Semelhança ortogonal. Pares de formas quadráticas reais. Matrizes hermitianas. Matrizes unitariamente semelhantes. Matrizes normais. Decomposição espectral. Campo de valores.	
<hr/>		
Capítulo 22	POLINÔMIOS DEFINIDOS SOBRE UM CORPO ..	222
	Soma, produto e quociente de polinômios. Teorema fundamental do resto. Máximo divisor comum. Mínimo múltiplo comum. Polinômios primos entre si. Fatoração.	
<hr/>		
Capítulo 23	MATRIZES LAMBDA	231
	A matriz – ou matriz polinomial. Somas, produtos e quocientes. Teorema fundamental do resto. Teorema de Cayley-Hamilton. Derivada de uma matriz.	
<hr/>		
Capítulo 24	FORMA NORMAL DE SMITH	243
	Forma normal de Smith. Fatôres invariantes. Divisores elementares.	
<hr/>		
Capítulo 25	O POLINÔMIO MÍNIMO DE UMA MATRIZ	254
	Invariantes de semelhança. Polinômio mínimo. Matrizes com polinômio característico e mínimo idênticos, ou não. Matriz associada.	
<hr/>		
Capítulo 26	FORMAS CANÔNICAS RELATIVAMENTE À SEMELHANÇA	264
	Forma canônica racional. Uma segunda forma canônica. Matriz hiperassociada. Forma canônica de Jacobson. Forma canônica clássica. Uma redução à forma canônica racional.	
<hr/>		
	Índice Remissivo	281
	Índice de Símbolos	286

Índice de Símbolos

Símbolo	Página	Símbolo	Página
a_{ij}	1	E_i , (vetor)	113
$[a_{ij}]$	2	$X \cdot Y$; $X Y$	129, 141
A	2	$\ X\ $	129, 141
Σ	3	G	133, 143
I, I_n	13	$X \times Y$	140
A^{-1} ; A^I	14	\mathcal{C}	148
A' ; A^T	14	p	149
\bar{A} ; A^C	15	s	150
\bar{A}' ; A^* ; A^{CT}	17	q	167
$ A $; $\det A$	26	h	187
$ M_{ij} $	29	λ, λ_i	191
$A_{i_1, i_2, \dots, i_m}^{j_1, j_2, \dots, j_m}$	30	$\phi(\lambda)$	191
α_{ij}	30	E_i , (matriz)	220
r	49	$f(\lambda)$	222
H_{ij} , K_{ij}	49	$F[\lambda]$	222
$H_i(k)$, $K_i(k)$	49	$A(\lambda)$	231
$H_{ij}(k)$, $K_{ij}(k)$	49	$A_R(C)$, $A_L(C)$	232
\sim	51	$N(\lambda)$	244
N	55	$f_i(\lambda)$	244
$\text{adj } A$	62	$m(\lambda)$	255
F	81	$C(g)$	257
X, X_i	86	J	257
$V_n(F)$	110	S	264
$V_n^r(F)$	111	$C_q(p)$	267
N_A	112		