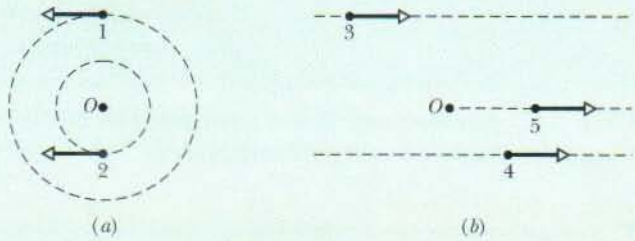
TESTE 4 Na parte *a* da figura, as partículas 1 e 2 giram em torno do ponto *O* em sentidos opostos, em circunferências de raios 4 m e 2 m. Na parte *b*, as partículas 3 e 4 se movem na mesma direção, em linha reta, a distâncias perpendiculares de 4 m e 2 m do ponto *O*. A partícula 5 se afasta de *O* ao longo de uma linha reta que passa por *O*. As cinco partículas têm a mesma massa e a mesma velocidade constante. (a) Ordene as partículas de acordo com o módulo de seus momentos angulares em relação a *O*, em ordem decrescente. (b) Quais das partículas possuem momento angular negativo em relação a *O*?



Exemplo 11-4

A Fig. 11-13 mostra uma vista superior de duas partículas que se movem com velocidade constante ao longo de trajetórias horizontais. A partícula 1, com um momento de módulo $p_1 = 5{,}0$ kg · m/s, tem um vetor posição $\vec{r}_1$ e passará a 2,0 m do ponto *O*. A partícula 2, com um momento de módulo $p_2 = 2{,}0$ kg · m/s, tem um vetor posição $\vec{r}_2$ e passará a 4,0 m do ponto *O*. Quais são o módulo e a orientação do momento angular total $\vec{L}$ em relação ao ponto *O* do sistema formado pelas duas partículas?

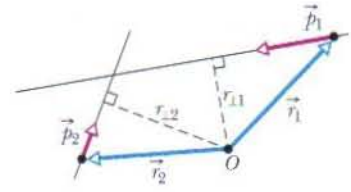


FIG. 11-13 Duas partículas passam nas proximidades do ponto *O*.

IDÉIA-CHAVE Para determinar $\vec{L}$, podemos primeiro determinar os momentos angulares das duas partículas, $\vec{\ell}_1$ e $\vec{\ell}_2$, e depois somá-los. Para calcular os módulos podemos usar qualquer das Eqs. 11-18 a 11-21. Entretanto, a Eq. 11-21 é a mais fácil neste caso, já que conhecemos as distâncias perpendiculares $r_{1\perp}$ (= 2,0 m) e $r_{2\perp}$ (= 4,0 m) e os módulos dos momentos, p_1 e p_2.

Cálculos: No caso da partícula 1, a Eq. 11-21 nos dá

$$\ell_1 = r_{\perp 1} p_1 = (2{,}0\text{ m})(5{,}0\text{ kg}\cdot\text{m/s})$$
$$= 10\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}.$$

Para determinar a orientação do vetor $\vec{\ell}_1$ usamos a Eq. 11-18 e a regra da mão direita para produtos vetoriais. No caso de $\vec{r}_1 \times \vec{p}_1$, o produto vetorial aponta para fora do papel, perpendicularmente ao plano da Fig. 11-13. Este é o sentido positivo, coerente com a rotação do vetor posição $\vec{r}_1$ da partícula no sentido anti-horário em relação a *O* quando a partícula 1 se move. Assim, o vetor momento angular da partícula 1 é

$$\vec{\ell}_1 = +10\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}.$$

Analogamente, o módulo de $\vec{\ell}_2$ é

$$\ell_2 = r_{\perp 2} p_2 = (4{,}0\text{ m})(2{,}0\text{ kg}\cdot\text{m/s})$$
$$= 8{,}0\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s},$$

e o produto vetorial $\vec{r}_2 \times \vec{p}_2$ aponta para dentro do papel, que é o sentido negativo, coerente com a rotação do vetor $\vec{r}_2$ no sentido horário em relação a *O* quando a partícula 2 se move. Assim, o vetor momento angular da partícula 2 é

$$\vec{\ell}_2 = -8{,}0\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}.$$

O momento angular total do sistema formado pelas duas partículas é

$$L = \ell_1 + \ell_2 = +10\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}) + (-8{,}0\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s})$$
$$= +2{,}0\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

O sinal positivo indica que o momento angular resultante do sistema em relação ao ponto *O* aponta para fora do papel.

11-8 | Segunda Lei de Newton para Rotações

A segunda lei de Newton escrita na forma

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \text{(partícula isolada)} \qquad (11\text{-}22)$$

expressa a relação entre força e momento linear para uma partícula isolada. Temos visto um suficiente paralelismo entre grandezas lineares e angulares para estarmos seguros de que existe também uma relação entre torque e momento angular. Guiados pela Eq. 11-22, podemos até mesmo conjeturar que ela seja

$$\vec{\tau}_{res} = \frac{d\vec{\ell}}{dt} \quad \text{(partícula isolada).} \tag{11-23}$$

A Eq. 11-23 é de fato uma forma da segunda lei de Newton que se aplica aos movimentos de rotação de uma partícula isolada:

A soma (vetorial) dos torques que agem sobre uma partícula é igual à taxa de variação no tempo do momento angular da partícula.

A Eq. 11-23 não faz sentido, a menos que o torque $\vec{\tau}_{res}$ e o momento angular $\vec{\ell}$ sejam definidos em relação ao mesmo ponto.

Demonstração da Equação 11-23

Começamos com a Eq. 11-18, a definição do momento angular de uma partícula:

$$\vec{\ell} = m(\vec{r} \times \vec{v}),$$

onde $\vec{r}$ é o vetor posição da partícula e $\vec{v}$ é sua velocidade. Derivando* ambos os membros em relação ao tempo t, temos:

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = m\left(\vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v}\right). \tag{11-24}$$

Entretanto, $d\vec{v}/dt$ é a aceleração $\vec{a}$ da partícula e $d\vec{r}/dt$ é a velocidade $\vec{v}$. Assim, podemos escrever a Eq. 11-24 na forma

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = m(\vec{r} \times \vec{a} + \vec{v} \times \vec{v}).$$

Acontece que $\vec{v} \times \vec{v} = 0$ (o produto vetorial de qualquer vetor por si próprio é zero, pois o ângulo entre os dois vetores é necessariamente zero). Assim, temos:

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = m(\vec{r} \times \vec{a}) = \vec{r} \times m\vec{a}.$$

Podemos usar a segunda lei de Newton ($\vec{F}_{res} = m\vec{a}$) para substituir $m\vec{a}$ pela soma das forças que atuam sobre a partícula, obtendo

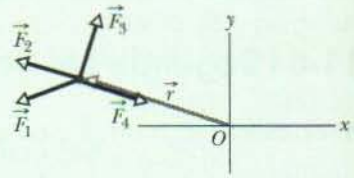
$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}_{res} = \Sigma(\vec{r} \times \vec{F}). \tag{11-25}$$

onde o símbolo Σ indica que devemos somar os produtos vetoriais $\vec{r} \times \vec{F}$ para todas as forças. Entretanto, de acordo com a Eq. 11-14 cada um desses produtos vetoriais é o torque associado à força correspondente. Assim, a Eq. 11-25 nos diz que

$$\vec{\tau}_{res} = \frac{d\vec{\ell}}{dt}.$$

Esta é a Eq. 11-23, a relação que queríamos demonstrar.

TESTE 5 A figura mostra o vetor posição $\vec{r}$ de uma partícula em um certo instante e quatro opções para a orientação de uma força que deve acelerar a partícula. As quatro opções estão no plano xy. (a) Ordene as opções de acordo com o módulo da taxa de variação com o tempo ($d\vec{\ell}/dt$) que elas produzem no momento angular da partícula em relação ao ponto O, em ordem decrescente. (b) Qual das opções está associada a uma taxa de variação negativa do momento angular em relação ao ponto O?



*Ao derivar um produto vetorial é importante manter a ordem das grandezas ($\vec{r}$ e $\vec{v}$, no caso) que formam o produto. (Veja a Eq. 3-28.)

Exemplo 11-5 Aumente sua capacidade

Na Fig. 11-14 um pingüim de massa m cai, sem velocidade inicial, do ponto A, a uma distância horizontal D da origem O de um sistema de coordenadas xyz. (O sentido positivo do eixo z é para fora do papel.)

(a) Qual é o momento angular $\vec{\ell}$ do pingüim durante a queda, em relação ao ponto O?

IDÉIA-CHAVE Tratando o pingüim como uma partícula, seu momento angular $\vec{\ell}$ é dado pela Eq. 11-18 ($\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p}$), onde $\vec{r}$ é o vetor posição do pingüim (que vai de O até o pingüim) e $\vec{p}$ é o momento linear do pingüim. (O pingüim possui um momento *angular* em relação a O, embora esteja se movendo em linha reta, porque o vetor $\vec{r}$ gira em torno de O durante a queda.)

Cálculos: Para determinar o módulo de $\vec{\ell}$ podemos usar qualquer uma das equações escalares obtidas a partir da Eq. 11-18, ou seja, as Eqs. 11-19 a 11-21. Entretanto, a Eq. 11-21 ($\ell = r_\perp mv$) é a mais fácil de usar, porque a distância perpendicular $r_\perp$ entre O e o prolongamento do vetor $\vec{p}$ é um dos dados do problema (a distância D). A velocidade de um objeto que caiu a partir do repouso durante um intervalo de tempo t é $v = gt$. Podemos escrever a Eq. 11-21 em termos dos valores conhecidos na forma

$$\ell = r_\perp mv = Dmgt. \qquad \text{(Resposta)}$$

Para determinar a orientação de $\vec{\ell}$ usamos a regra da mão direita para o produto vetorial $\vec{r} \times \vec{p}$ da Eq. 11-18. Deslocamos mentalmente o vetor $\vec{p}$ até que sua origem esteja no ponto O e envolvemos $\vec{r}$ com os dedos da mão direita apontando na direção de $\vec{p}$. O dedo polegar estendido aponta para dentro do papel, mostrando que o produto $\vec{r} \times \vec{p}$ e, portanto, $\vec{\ell}$ têm essa orientação, que coincide com o sentido negativo do eixo z. Representamos $\vec{\ell}$ pelo símbolo $\otimes$ no ponto O. Apenas o módulo do vetor $\vec{\ell}$ varia com o tempo; sua orientação permanece inalterada.

(b) Qual é o torque $\vec{\tau}$ em relação ao ponto O a que é submetido o pingüim devido à força gravitacional $\vec{F}_g$?

IDÉIAS-CHAVE (1) O torque é dado pela Eq. 11-14 ($\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$), onde agora a força é $\vec{F}_g$. (2) A força $\vec{F}_g$ produz um torque sobre o pingüim, embora ele esteja se movendo em linha reta, porque $\vec{r}$ gira em torno de O durante a queda.

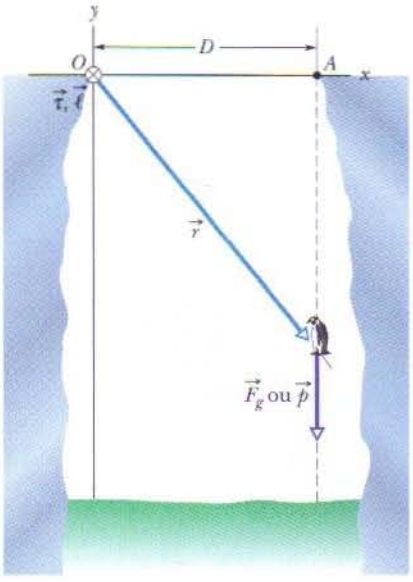


FIG. 11-14 Um pingüim cai verticalmente de um ponto A. O torque $\vec{\tau}$ e o momento angular $\vec{\ell}$ do pingüim em relação à origem O apontam para dentro do plano do papel e passam pelo ponto O.

Cálculos: Para determinar o módulo de $\vec{\tau}$ podemos usar qualquer uma das equações escalares obtidas a partir da Eq. 11-14, ou seja, as Eqs. 11-15 a 11-17. Entretanto, a Eq. 11-17 ($\tau = r_\perp F$) é a mais fácil de usar, porque a distância perpendicular $r_\perp$ entre O e a linha de ação de $\vec{F}_g$ é um dos dados do problema (a distância D). Substituindo $r_\perp$ por D e o módulo de $\vec{F}_g$ por mg, podemos escrever a Eq. 11-17 na forma

$$\tau = DF_g = Dmg. \qquad \text{(Resposta)}$$

Usando a regra da mão direita para o produto vetorial $\vec{r} \times \vec{F}$ da Eq. 11-14, descobrimos que a orientação de $\vec{\tau}$ é o sentido negativo do eixo z, a mesma de $\vec{\ell}$.

Os resultados que obtivemos nos itens (a) e (b) devem ser coerentes com a segunda lei de Newton para rotações, Eq. 11-23 ($\vec{\tau}_{res} = d\vec{\ell}/dt$). Para verificar se os módulos calculados estão corretos, escrevemos a Eq. 11-23 na forma de componentes em relação ao eixo z e usamos nosso resultado $\ell = Dmgt$. Temos:

$$\tau = \frac{d\ell}{dt} = \frac{d(Dmgt)}{dt} = Dmg,$$

que é o módulo que encontramos para $\vec{\tau}$. Para verificar se as orientações estão corretas observamos que, de acordo com a Eq. 11-23, $\vec{\tau}$ e $d\vec{\ell}/dt$ devem ter a mesma orientação. Assim, $\vec{\tau}$ e $\vec{\ell}$ também devem ter a mesma orientação, o que é exatamente o que encontramos.

11-9 | O Momento Angular de um Sistema de Partículas

Voltamos agora nossa atenção para o momento angular de um sistema de partículas em relação a uma origem. O momento angular total $\vec{L}$ do sistema é a soma (vetorial) dos momentos angulares $\vec{\ell}$ das partículas do sistema:

$$\vec{L} = \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2 + \vec{\ell}_3 + \cdots + \vec{\ell}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{\ell}_i. \tag{11-26}$$

Os momentos angulares das partículas podem variar com o tempo por causa de forças externas ou de interações entre as partículas. Podemos determinar a variação total de $\vec{L}$ derivando a Eq. 11-26 em relação ao tempo:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{\ell}_i}{dt}. \tag{11-27}$$

De acordo com a Eq. 11-23, $d\vec{\ell}_i/dt$ é igual ao torque resultante $\vec{\tau}_{\text{res},i}$ a que está submetida a partícula de ordem i. Assim, a Eq. 11-27 pode ser escrita na forma

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\tau}_{\text{res},i}. \tag{11-28}$$

Isso significa que a taxa de variação do momento angular $\vec{L}$ do sistema é igual à soma vetorial dos torques a que estão submetidas as partículas do sistema. Esses torques podem ser torques *internos* (produzidos por forças exercidas por outras partículas do sistema) e torques *externos* (produzidos por forças exercidas por corpos externos ao sistema). Entretanto, as forças exercidas pelas partículas do sistema sempre aparecem na forma de pares de forças da terceira lei, de modo que a soma dos torques produzidos por essas forças é nula. Assim, os únicos torques que podem fazer variar o momento angular total $\vec{L}$ do sistema são os torques externos que agem sobre o sistema.

Chamando de $\vec{\tau}_{\text{res}}$ o torque externo resultante, ou seja, a soma vetorial dos torques externos que agem sobre todas as partículas do sistema, a Eq. 11-28 pode ser escrita na forma

$$\vec{\tau}_{\text{res}} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad \text{(sistema de partículas)}, \tag{11-29}$$

que é a segunda lei de Newton para rotações. Em palavras:

O torque externo resultante $\vec{\tau}_{\text{res}}$ que age sobre um sistema de partículas é igual à taxa de variação com o tempo do momento angular total $\vec{L}$ do sistema.

A Eq. 11-29 é análoga à Eq. 9-27 ($\vec{F}_{\text{res}} = d\vec{P}/dt$), mas requer um cuidado adicional: os torques e o momento angular do sistema devem ser medidos em relação à mesma origem. Se o centro de massa do sistema não estiver acelerado em relação a um referencial inercial, essa origem pode ser qualquer ponto. Caso, porém, o centro de massa do sistema esteja acelerado a origem deve ser o centro de massa. Considere, por exemplo, uma roda como o sistema de partículas. Se a roda está girando em torno de um eixo fixo em relação ao solo a origem usada para aplicar a Eq. 11-29 pode ser qualquer ponto estacionário em relação ao solo. Entretanto, se a roda estiver girando em torno de um eixo acelerado (como acontecerá, por exemplo, se a roda estiver descendo uma rampa), a origem deverá ser o centro de massa da roda.

11-10 | Momento Angular de um Corpo Rígido Girando em Torno de um Eixo Fixo

Vamos agora calcular o momento angular de um sistema de partículas que formam um corpo rígido que gira em torno de um eixo fixo. A Fig. 11-15*a* mostra um corpo desse tipo. O eixo fixo de rotação é o eixo z, e o corpo gira em torno do eixo com uma velocidade angular constante ω. Estamos interessados em calcular o momento angular do corpo em relação a esse eixo.

Podemos calcular o momento angular somando as componentes z dos momentos angulares dos elementos de massa do corpo. Na Fig. 11-15*a* um elemento de massa típico, de massa Δm, está se movendo em torno do eixo z em uma trajetória circular. A posição do elemento de massa em relação à origem O é dada pelo vetor posição $\vec{r}_i$. O raio da trajetória circular do elemento de massa é $r_{\perp i}$, a distância perpendicular entre o elemento e o eixo z.

O módulo do momento angular $\vec{\ell}_i$ deste elemento de massa em relação a O é dado pela Eq. 11-19:

$$\ell_i = (r_i)(p_i)(\text{sen } 90°) = (r_i)(\Delta m_i v_i),$$

onde p_i e v_i são o momento linear e a velocidade linear do elemento de massa e 90° é o ângulo entre $\vec{r}_i$ e $\vec{p}_i$. O vetor momento angular $\vec{\ell}_i$ do elemento de massa da Fig. 11-15*a* aparece na Fig. 11-15*b*; o vetor é perpendicular a $\vec{r}_i$ e $\vec{p}_i$.

Estamos interessados na componente de $\vec{\ell}_i$ na direção paralela ao eixo de rotação, em nosso caso o eixo z. Esta componente z é dada por

$$\ell_{iz} = \ell_i \text{ sen } \theta = (r_1 \text{ sen } \theta)(\Delta m_i v_i) = r_{\perp i} \Delta m_i v_i.$$

A componente z do momento angular do corpo rígido como um todo pode ser calculada somando as contribuições de todos os elementos de massa do corpo. Como $v = \omega r_\perp$, podemos escrever

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} \ell_{iz} = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i v_i r_{\perp i} = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i (\omega r_{\perp i}) r_{\perp i}$$

$$= \omega \left(\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_{\perp i}^2 \right). \qquad (11\text{-}30)$$

Podemos colocar ω do lado de fora do somatório porque tem o mesmo valor em todos os pontos do corpo rígido.

O fator $\sum \Delta m_i r_{\perp i}^2$ na Eq. 11-30 é o momento de inércia I do corpo em relação ao eixo fixo (veja a Eq. 10-33). Assim, a Eq. 11-30 se reduz a

$$L = I\omega \quad \text{(corpo rígido, eixo fixo).} \qquad (11\text{-}31)$$

O índice z foi omitido na Eq. 11-31, mas o leitor deve se lembrar de que o momento angular definido pela equação é o momento angular em torno do eixo de rotação. Além disso, I é o momento de inércia em relação a esse mesmo eixo.

A Tabela 11-1, que complementa a Tabela 10-3, amplia nossa lista de correspondências entre movimentos de translação e rotação.

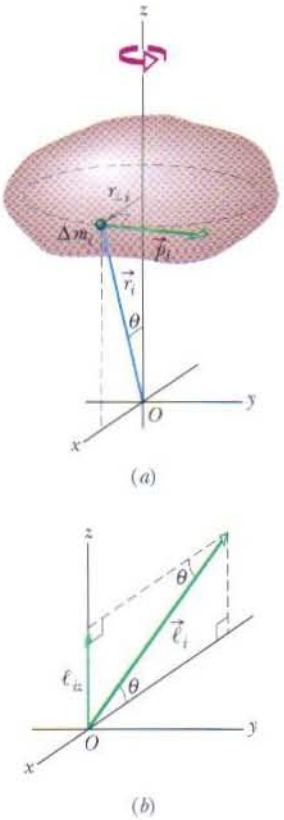


FIG. 11-15 (*a*) Um corpo rígido gira em torno de um eixo z com velocidade angular ω. Um elemento de massa Δm_i situado no interior do corpo se move em torno do eixo z em um círculo de raio $r_{\perp i}$. O elemento de massa possui momento linear $\vec{p}_i$ e sua posição em relação à origem O é determinada pelo vetor posição $\vec{r}_i$. O elemento de massa é mostrado na figura no instante em que $r_{\perp i}$ está paralelo ao eixo x. (*b*) O momento angular $\vec{\ell}_i$ do elemento de massa do item (a) em relação a O. A componente z, ℓ_{iz}, também é mostrada na figura.

TABELA 11-1

Outras Correspondências entre os Movimentos de Translação e Rotação[a]

Translação		Rotação	
Força	$\vec{F}$	Torque	$\vec{\tau}\ (=\vec{r}\times\vec{F})$
Momento linear	$\vec{p}$	Momento angular	$\vec{\ell}\ (=\vec{r}\times\vec{p})$
Momento linear[b]	$\vec{P}\ (=\sum \vec{p}_i)$	Momento angular[b]	$\vec{L}\ (=\sum \vec{\ell}_i)$
Momento linear[b]	$\vec{P} = M\vec{v}_{CM}$	Momento angular[c]	$L = I\omega$
Segunda lei de Newton[b]	$\vec{F}_{res} = \dfrac{d\vec{P}}{dt}$	Segunda lei de Newton[b]	$\vec{\tau}_{res} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$
Lei de conservação[d]	$\vec{P}$ = constante	Lei de conservação[d]	$\vec{L}$ = constante

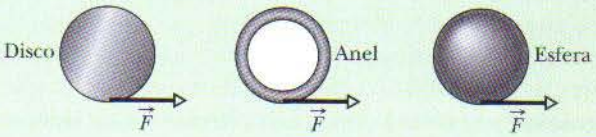
[a]Veja também a Tabela 10-3.

[b]Para sistemas de partículas, incluindo corpos rígidos.

[c]Para um corpo rígido girando em torno de um eixo fixo; L é a componente paralela ao eixo.

[d]Para um sistema fechado e isolado.

TESTE 6 Na figura, um disco, um anel e uma esfera maciça são postos para girar em torno de eixos centrais fixos (como piões) por meio de barbantes enrolados em torno dos objetos, que aplicam a mesma força tangencial constante $\vec{F}$ aos três objetos. Os três objetos têm a mesma massa e o mesmo raio e estão inicialmente em repouso. Ordene os objetos de acordo (a) com o momento angular em relação ao eixo central e (b) com a velocidade angular, em ordem decrescente, após os barbantes terem sido puxados por um certo intervalo de tempo t.



Exemplo 11-6

George Washington Gales Ferris, Jr., um engenheiro civil formado pelo Instituto Politécnico Rensselaer, construiu a primeira roda-gigante (Fig. 11-16) para a Exposição Mundial Colombiana de 1893, relizada em Chicago. A roda, uma surpreendente obra de engenharia para a época, fazia 36 cabinas de madeira, cada uma comportando até 60 passageiros, descreverem uma circunferência de raio R = 38 m. A massa de cada cabina era aproximadamente $1{,}1 \times 10^4$ kg. A massa da roda era aproximadamente $6{,}0 \times 10^5$ kg e estava concentrada principalmente na grade circular que sustentava as cabinas. A roda dava uma volta completa, com velocidade angular ω_R, em cerca de 2 min.

(a) Estime o módulo L do momento angular da roda-gigante e dos passageiros quando ela girava com velocidade angular ω_R.

FIG. 11-16 A primeira roda-gigante. *(Foto extraída de "Shepp's World's Fair Photographed", de James W. Shepp e Daniel P. Shepp, Globe Publishing Co., Chicago and Philadelphia, 1893)*

IDÉIA-CHAVE Podemos tratar a roda, as cabinas e os passageiros como um objeto rígido girando em torno de um eixo fixo, o eixo da roda. Nesse caso, a Eq. 11-31 ($L = I\omega$) pode ser usada para calcular o módulo do momento angular desse objeto. Para isso, porém, precisamos conhecer a velocidade angular ω_R e o momento de inércia I do objeto.

Momento de inércia: Para determinar I, vamos começar com as cabines e seus passageiros. Como podemos tratá-las como partículas situadas a uma distância R do eixo de rotação, sabemos pela Eq. 10-33 que o seu momento de inércia é $I_{pc} = M_{pc}R^2$, onde M_{pc} é a massa total. Vamos supor que as 36 cabines estão com a sua capacidade máxima de 60 passageiros, cada um deles com uma massa de 70 kg. Nesse caso, a massa total é

$$M_{pc} = 36[1{,}1 \times 10^4 \text{ kg} = 60(70 \text{ kg})] = 5{,}47 \times 10^5 \text{ kg}$$

e o momento de inércia é

$$I_{pc} = M_{pc}R^2 = (5{,}47 \times 10^5 \text{ kg})(38 \text{ m})^2 = 7{,}90 \times 10^8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Consideramos em seguida a armação da roda. Vamos supor que o momento de inércia da estrutura se deve principalmente à grade circular que sustenta as cabines. Além disso, vamos supor que a grade forma um aro de raio R, com uma massa M_{aro} de $3{,}0 \times 10^5$ kg (metade da massa da roda). De acordo com a Tabela 10-2*a*, o momento de inércia do aro é

$$I_{aro} = M_{aro}R^2 = (3{,}0 \times 10^5 \text{ kg})(38 \text{ m})^2$$
$$= 4{,}33 \times 10^8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

O momento de inércia conjunto I das cabines, passageiros e aro é, portanto,

$$I = I_{pc} + I_{aro} = 7{,}90 \times 10^8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 4{,}33 \times 10^8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$
$$= 1{,}22 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Velocidade angular: Para determinar a velocidade angular ω_R usamos a Eq. 10-5 ($\omega_{méd} = \Delta\theta/\Delta t$). Como a roda sofre um deslocamento angular $\Delta\theta = 2\pi$ rad (uma volta completa) em um intervalo de tempo Δt = 2 min, temos:

$$\omega_R = \frac{2\pi \text{ rad}}{(2 \text{ min})(60 \text{ s/min})} = 0{,}0524 \text{ rad/s}.$$

Momento angular: Agora podemos usar a Eq. 11-31 para calcular o módulo do momento angular:

$$L = I\omega_R = (1{,}22 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(0{,}0524 \text{ rad/s})$$
$$= 6{,}39 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s} \approx 6{,}4 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}. \quad \text{(Resposta)}$$

(b) Suponha que a roda-gigante totalmente carregada é acelerada até a velocidade angular ω_R, a girar a partir do repouso, em um intervalo de tempo $\Delta t = 5{,}0$ s. Qual é o módulo $\tau_{\text{méd}}$ do torque externo médio que age sobre a roda nesse intervalo?

IDÉIA-CHAVE O torque externo médio $\tau_{\text{méd}}$ está relacionado à variação ΔL do momento angular da roda-gigante carregada através da Eq. 11-29 ($\vec{\tau}_{\text{res}} = d\vec{L}/dt$).

Cálculo: Como a roda-gigante gira em torno de um eixo fixo até atingir a velocidade angular ω_R em um intervalo de tempo Δt_1, podemos escrever a Eq. 11-29 na forma $\tau_{\text{méd}} = \Delta L/\Delta t_1$. A variação ΔL é de zero até a resposta do item (a). Assim, temos:

$$\vec{\tau}_{\text{méd}} = \frac{\Delta L}{\Delta t_1} = \frac{6{,}39 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s} - 0}{5{,}0 \text{ s}}$$
$$\approx 1{,}3 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}. \quad \text{(Resposta)}$$

11-11 | Conservação do Momento Angular

Até o momento discutimos duas importantes leis de conservação, a lei de conservação da energia e a lei de conservação do momento linear. Agora vamos falar de uma terceira lei desse tipo, envolvendo a conservação do momento angular. O ponto de partida é a Eq. 11-29 ($\vec{\tau}_{\text{res}} = d\vec{L}/dt$), que é a segunda lei de Newton para rotações. Se nenhum torque externo resultante age sobre o sistema, esta equação se torna $d\vec{L}/dt = 0$, ou seja,

$$\vec{L} = \text{constante} \quad \text{(sistema isolado).} \tag{11-32}$$

Este resultado, conhecido como **lei de conservação do momento angular**, também ser escrito na forma

$$\begin{pmatrix}\text{momento angular}\\ \text{total em um certo}\\ \text{instante inicial } t_i\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{momento angular}\\ \text{total em um}\\ \text{instante posterior } t_f\end{pmatrix},$$

ou

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f \quad \text{(sistema isolado).} \tag{11-33}$$

As Eqs. 11-32 e 11-33 nos dizem o seguinte:

Se o torque externo resultante que age sobre um sistema é nulo, o momento angular $\vec{L}$ do sistema permanece constante, sejam quais forem as mudanças que ocorrem dentro do sistema.

As Equações 11-32 e 11-33 são equações vetoriais; como tais, são equivalentes a três equações para as componentes, que correspondem à conservação do momento angular em três direções mutuamente perpendiculares. Dependendo dos torques externos que agem sobre um sistema, o momento angular do sistema pode ser conservado em uma ou duas direções, mas não em todas:

Se a componente do torque *externo* resultante que age sobre um sistema ao longo de um certo eixo é nula, a componente do momento angular do sistema ao longo desse eixo permanece constante, sejam quais forem as mudanças que ocorrem dentro do sistema.

Podemos aplicar esta lei ao corpo isolado da Fig. 11-15, que está girando em torno do eixo z. Suponha que em um certo momento a massa do corpo é redistribuí-

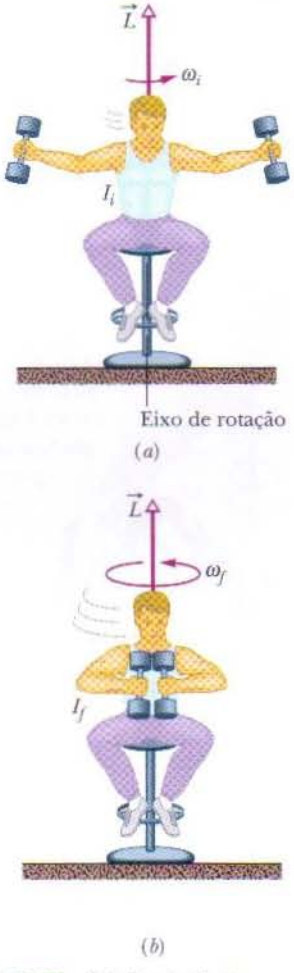


FIG. 11-17 (*a*) O estudante possui um momento de inércia relativamente grande em relação ao eixo de rotação e uma velocidade angular relativamente pequena. (*b*) Diminuindo o momento de inércia, o estudante automaticamente aumenta a velocidade angular. O momento angular $\vec{L}$ do sistema permanece inalterado.

da de tal forma que o momento de inércia em relação a esse eixo muda de valor. De acordo com as Equações 11-32 e 11-33, o momento angular do corpo não pode mudar. Substituindo a Eq. 11-31 (para o momento angular ao longo do eixo de rotação) na Eq. 11-33, esta lei de conservação se torna

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f, \tag{11-34}$$

onde os índices se referem aos valores do momento de inércia I e da velocidade ω antes e depois da redistribuição de massa.

Como acontece com as duas outras leis de conservação que discutimos anteriormente, as aplicações das Eqs. 11-32 e 11-33 vão além dos limites da mecânica newtoniana. Elas são válidas para partículas que se movem com velocidades próximas da velocidade da luz (caso em que deve ser usada a teoria da relatividade especial) e permanecem verdadeiras no mundo das partículas subatômicas (onde reina a física quântica). Nenhuma exceção à lei de conservação do momento angular jamais foi descoberta.

Discutiremos a seguir quatro exemplos que envolvem esta lei.

1. ***Aluno que gira*** A Fig. 11-17 mostra um estudante sentado em um banco que pode girar em torno de um eixo vertical. O estudante, que foi posto em rotação com uma pequena velocidade angular inicial ω_i, segura dois halteres com os braços abertos. Seu vetor momento angular $\vec{L}$ coincide com o eixo de rotação e aponta para cima.

   O professor pede ao estudante para fechar os braços; este movimento reduz o momento de inércia do valor inicial I_i para um valor menor I_f, pois a massa dos halteres fica mais próxima do eixo de rotação. A velocidade angular do estudante aumenta consideravelmente, de ω_i para ω_f. O estudante pode reduzir a velocidade angular estendendo novamente os braços, o que afasta os halteres do eixo.

   Nenhum torque externo resultante age sobre o sistema formado pelo estudante, o banco e os halteres. Assim, o momento angular desse sistema em relação ao eixo de rotação deve permanecer constante, independentemente do modo como o estudante manipula os halteres. Na Fig. 11-17*a* a velocidade angular ω_i do estudante é relativamente baixa e seu momento de inércia I_i é relativamente alto. De acordo com a Eq. 11-34, sua velocidade angular na Fig. 11-17*b* deve ser maior para compensar a redução de I_f.

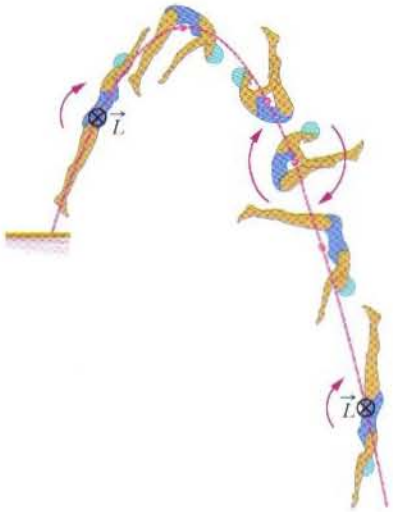


FIG. 11-18 O momento angular $\vec{L}$ da nadadora é constante durante o salto, sendo representado pela origem ⊗ de uma seta perpendicular ao plano do papel. Note também que o centro de massa da nadadora (representado pelos pontos) segue uma trajetória parabólica.

2. ***Salto de trampolim*** A Fig. 11-18 mostra uma mergulhadora executando um salto mortal para a frente de uma volta e meia. Como seria de se esperar, o centro de massa descreve uma trajetória parabólica. A atleta deixa o trampolim com um certo momento angular $\vec{L}$ em relação a um eixo que passa pelo seu centro de massa, representado por um vetor dirigido para dentro do papel na Fig. 11-18. Quando a mergulhadora está no ar nenhum torque externo age sobre ela, de modo que seu momento angular em torno do centro de massa não pode variar. Levando os braços e pernas para a *posição grupada* ela pode reduzir consideravelmente o momento de inércia em torno desse eixo e, assim, de acordo com a Eq. 11-34, aumentar consideravelmente a velocidade angular. Quando a atleta passa da posição grupada para a *posição esticada* no final do salto seu momento de inércia aumenta, e assim ela diminui a velocidade angular para poder mergulhar espirrando o mínimo possível de água. Mesmo em um salto mais complicado, envolvendo também um movimento de parafuso, o momento angular da mergulhadora é conservado, em módulo *e* orientação, durante todo o salto.

3. ***Salto em distância*** Quando um atleta deixa o solo em uma prova de salto em distância a força exercida pelo solo sobre o pé de impulsão imprime ao atleta uma rotação para a frente em torno de um eixo horizontal. Esta rotação, se não for controlada, não permite que o atleta chegue ao solo com a postura correta: na descida, as pernas devem estar juntas e estendidas para a frente, para que os calcanhares toquem na areia o mais longe possível do ponto de partida. Depois que o atleta deixa o solo seu momento angular não pode mudar (é conservado), já que não está sujeito a nenhum torque externo. Entretanto, ele pode transferir

FIG. 11-19 No salto em distância, a rotação dos braços ajuda a manter o corpo na orientação correta para a parte final do salto.

a maior parte do momento angular para os braços, fazendo-os girar em um plano vertical (Fig. 11-19). Com isso, o corpo permanece na orientação correta para parte final do salto.

4. ***Tour jeté*** Em um *tour jeté*, um bailarino salta com um pequeno movimento de rotação, mantendo uma perna vertical e a outra perpendicular ao corpo (Fig. 11-20*a*). A velocidade angular é tão pequena que pode não ser percebida pela platéia. Enquanto o bailarino está subindo movimenta a perna que está levantada para baixo e a outra perna para cima, fazendo com que ambas assumam um ângulo θ com o corpo (Fig. 11-20*b*). O movimento é elegante, mas também serve para aumentar a velocidade angular, já que o momento de inércia do bailarino é menor na nova posição. Como seu corpo não está sujeito a nenhum torque externo, seu momento angular não pode variar. Assim, se o momento de inércia diminui a velocidade angular deve aumentar. Quando o salto é bem executado a impressão para a platéia é a de que o bailarino de repente começa a girar e executa uma volta de 180° antes que as orientações iniciais das pernas sejam invertidas em preparação para o pouso. Quando uma das pernas é novamente estendida a rotação parece desaparecer.

(*a*)

(*b*)

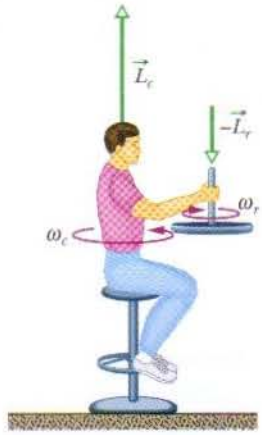
FIG. 11-20 Parte inicial de um *tour jeté*: o momento de inércia é grande e a velocidade angular é pequena. (*b*) Parte intermediária: o momento de inércia é menor e a velocidade angular é menor.

TESTE 7 Um besouro-rinoceronte está na borda de um pequeno disco que gira como um carrossel. Se o besouro se desloca em direção ao centro do disco as seguintes grandezas (todas em relação ao eixo central) aumentam, diminuem ou permanecem as mesmas: (a) momento de inércia, (b) momento angular e (c) velocidade angular?

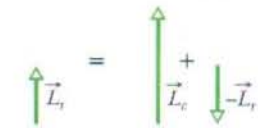
Exemplo 11-7

A Fig. 11-21*a* mostra um estudante, novamente sentado em um banco que pode girar livremente em torno de um eixo vertical. O estudante, inicialmente em repouso, está segurando uma roda de bicicleta cuja borda está carregada de chumbo e cujo momento de inércia I_r em relação ao eixo central é 1,2 kg · m². A roda está girando com uma velocidade angular ω_r de 3,9 rev/s; vista de cima, a rotação é no sentido anti-horário. O eixo da roda é vertical e o seu momento angular $\vec{L}_r$ aponta verticalmente para cima. O estudante inverte a roda (Fig. 11-20*b*) de forma que, vista de cima, ela passa a girar no sentido horário. Seu momento angular é agora $-\vec{L}_r$. A inversão faz com que o estudante, o banco e o centro da roda girem juntos, como um corpo rígido composto, em torno do eixo de rotação do banco, com um momento de inércia $I_c = 6{,}8$ kg · m². (O fato de a roda

(*a*)



(*b*)



(*c*)

FIG. 11-21 (*a*) Um estudante segura uma roda de bicicleta que gira em torno de um eixo vertical. (*b*) O estudante inverte a roda e começa a girar. (*c*) O momento angular total do sistema é o mesmo antes e depois da inversão.

também estar girando em torno do seu eixo não afeta a distribuição de massa desse corpo composto; assim, I_c possui o mesmo valor, independentemente de a roda estar girando ou não.) Com que velocidade angular ω_c e em que sentido o corpo composto gira após a inversão da roda?

IDÉIAS-CHAVE

1. A velocidade angular ω_c pedida está relacionada ao momento angular final $\vec{L}_c$ do corpo composto em relação ao eixo de rotação do banco pela Eq. 11-31 ($L = I\omega$).
2. A velocidade angular inicial ω_r da roda está relacionada ao momento angular $\vec{L}_r$ da roda em relação ao centro pela mesma equação.
3. A soma dos vetores $\vec{L}_c$ e $\vec{L}_r$ fornece o momento angular total $\vec{L}_{tot}$ do sistema formado pelo estudante, o banco e a roda.
4. Quando a roda é invertida, nenhum torque externo resultante age sobre o sistema para mudar $\vec{L}_{tot}$ em relação a qualquer eixo vertical. (Os torques produzidos por forças entre o estudante e a roda quando o estudante inverte a roda são *internos* ao sistema.) Assim, o momento angular total do sistema é conservado em relação a qualquer eixo vertical.

Cálculos: A conservação de $\vec{L}_{tot}$ está representada por vetores na Fig. 11-21*c*. Podemos também escrever essa conservação em termos de componentes ao longo de um eixo vertical:

$$L_{c,f} + L_{r,f} = L_{c,i} + L_{r,i}, \qquad (11\text{-}35)$$

onde os índices *i* e *f* indicam o estado inicial (antes da inversão da roda) e o estado final (depois da inversão). Como a inversão da roda inverteu o momento angular associado à sua rotação, substituímos $L_{r,f}$ por $-L_{r,i}$. Fazendo $L_{c,i} = 0$ (pois o estudante, o banco e o centro da roda estão inicialmente em repouso), a Eq. 11-35 se torna

$$L_{c,f} = 2L_{r,i}.$$

Usando a Eq. 11-31, substituímos $L_{c,f}$ por $I_c\omega_c$ e $L_{r,i}$ por $I_r\omega_r$ e explicitamos ω_c, obtendo

$$\omega_c = \frac{2I_r}{I_c}\omega_r$$

$$= \frac{(2)(1{,}2\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(3{,}9\ \text{rev/s})}{6{,}8\ \text{kg}\cdot\text{m}^2} = 1{,}4\ \text{rev/s} \qquad \text{(Resposta)}$$

Este resultado positivo mostra que o estudante gira no sentido anti-horário em torno do eixo do banco, quando visto de cima. Se quiser parar de rodar, o estudante terá apenas que inverter novamente a roda.

Exemplo 11-8

Na Fig. 11-22 uma barata de massa *m* está sobre um disco de massa 6,00*m* e raio *R*. O disco gira como um carrossel em torno do eixo central, com velocidade angular ω = 1,50 rad/s. A barata está inicialmente a uma distância r = 0,800*R* do centro do disco, mas rasteja até a borda do disco. Trate a barata como se fosse uma partícula. Qual é a sua velocidade angular ao chegar à borda do disco?

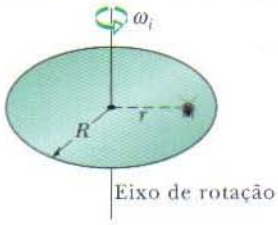


FIG. 11-22 Uma barata está a uma distância *r* do centro de um disco que gira como um carrossel.

IDÉIAS-CHAVE (1) Ao se deslocar, a barata muda a distribuição de massa (e, portanto, o momento de inércia) do sistema barata-disco. (2) O momento angular do sistema não varia porque ele não está sujeito a nenhum torque externo. (As forças e torques associados ao movimento da barata são internos ao sistema.) (3) O módulo do momento angular de um corpo rígido ou de uma partícula é dado pela Eq. (11-31) ($L = I\omega$).

Cálculos: Podemos determinar a velocidade angular final igualando o momento angular final L_f ao momento angular inicial L_i, já que ambos envolvem a velocidade angular e o momento de inércia. Para começar, vamos calcular o momento de inércia do sistema barata-disco antes e depois do deslocamento da barata.

De acordo com a Tabela 10-2*c*, o momento de inércia de um disco que gira em torno do eixo central é $\frac{1}{2}MR^2$. Como $M = 6{,}00m$, o momento de inércia do disco é

$$I_d = 3{,}00mR^2. \qquad (11\text{-}36)$$

(Não conhecemos os valores de *m* e *R*, mas vamos prosseguir com a coragem tradicional dos físicos.)

De acordo com a Eq. 10-33, o momento de inércia da barata (supondo que se comporta como uma partícula) é mr^2. Substituindo os valores da distância inicial entre a barata e o centro do disco ($r = 0{,}800R$) e da distância final ($r = R$), descobrimos que o momento de inércia inicial da barata em relação ao eixo de rotação é

$$I_{bi} = 0{,}64mR^2 \qquad (11\text{-}37)$$

e que o momento de inércia final em relação ao mesmo eixo é

$$I_{bf} = mR^2. \qquad (11\text{-}38)$$

Assim, o momento de inércia inicial do sistema barata-disco é

$$I_i = I_d + I_{bi} = 3{,}64mR^2, \qquad (11\text{-}39)$$

e o momento de inércia final é

$$I_f = I_d + I_{bf} = 4{,}00mR^2. \qquad (11\text{-}40)$$

Em seguida, usamos a Eq. 11-31 ($L = I\omega$) para levar em conta o fato de que o momento angular final L_f do sistema é igual ao momento angular inicial L_i:

$$I_f\omega_f = I_i\omega_i$$

ou

$$4{,}00mR^2\omega_f = 3{,}64mR^2(1{,}50 \text{ rad/s}).$$

Depois de cancelar as incógnitas m e R, obtemos

$$\omega_f = 1{,}37 \text{ rad/s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Observe que a velocidade angular diminuiu porque a distância entre parte da massa e o eixo de rotação aumentou.

11-12 | Precessão de um Giroscópio

Um giroscópio simples é formado por uma roda fixada a um eixo e livre para girar em torno do eixo. Se uma das extremidades do eixo de um giroscópio *estacionário* é apoiada em um suporte, como na Fig. 11-22*a*, e o giroscópio é liberado, o giroscópio cai, girando para baixo em torno da extremidade do suporte. Como a queda envolve uma rotação, ela é governada pela segunda lei de Newton para rotações, que é dada pela Eq. 11-29:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad (11\text{-}41)$$

De acordo com esta equação, o torque que causa a rotação para baixo (a queda) faz variar o momento angular $\vec{L}$ do giroscópio a partir do seu valor nulo inicial. O torque $\vec{\tau}$ é produzido pela força gravitacional $M\vec{g}$ que age sobre o centro de massa do giroscópio, que tomamos como sendo o centro da roda. O braço de alavanca em relação à ponta do suporte, situada no ponto O da Fig. 11-23*a*, é $\vec{r}$. O módulo de $\vec{\tau}$ é

$$\tau = Mgr \text{ sen } 90° = Mgr \qquad (11\text{-}42)$$

(pois o ângulo entre $M\vec{g}$ e $\vec{r}$ é de 90°) e seu sentido é o que aparece na Fig. 11-23*a*.

Um giroscópio que gira rapidamente se comporta de outra forma. Suponha que ele seja liberado com o eixo ligeiramente inclinado para cima. Nesse caso, ele começa a cair, girando em torno de um eixo horizontal que passa por O, mas em seguida, com a roda ainda girando em torno do eixo, passa a girar horizontalmente em torno de um eixo vertical que passa pelo ponto O, em um movimento chamado de **precessão**.

Por que o giroscópio em rotação permanece suspenso em vez de cair, como o giroscópio estacionário? Isso acontece porque, quando o giroscópio em rotação é liberado, o torque produzido pela força gravitacional, $M\vec{g}$, faz variar, não um momento angular que é inicialmente nulo, mas um momento angular já existente, graças à rotação da roda.

Para entender por que esse momento angular inicial leva à precessão, considere o momento angular $\vec{L}$ do giroscópio devido à rotação da roda. Para simplificar a situação, suponha que a rotação é tão rápida que o momento angular devido à precessão é desprezível em relação a $\vec{L}$. Suponha também que o eixo do giroscópio se encontra na horizontal quando a precessão começa, como na Fig. 11-23*b*. O módulo de $\vec{L}$ é dado pela Eq. 11-31:

$$L = I\omega, \qquad (11\text{-}43)$$

onde I é o momento de inércia do giroscópio em torno do seu eixo e ω é a velocidade angular com a qual a roda gira em torno do eixo. O vetor $\vec{L}$ aponta ao longo da haste, como na Fig. 11-23*b*. Como $\vec{L}$ é paralelo a $\vec{r}$, o torque $\vec{\tau}$ deve ser perpendicular a $\vec{L}$.

De acordo com a Eq. 11-41, o torque $\vec{\tau}$ causa uma variação incremental $d\vec{L}$ do momento angular do giroscópio em um intervalo de tempo incremental dt, ou seja,

$$d\vec{L} = \vec{\tau}\, dt \qquad (11\text{-}44)$$

Entretanto, no caso de um giroscópio que *gira rapidamente* o módulo de $\vec{L}$ é fixado pela Eq. 11-43. Assim, o torque pode mudar a orientação de $\vec{L}$, mas não o seu módulo.

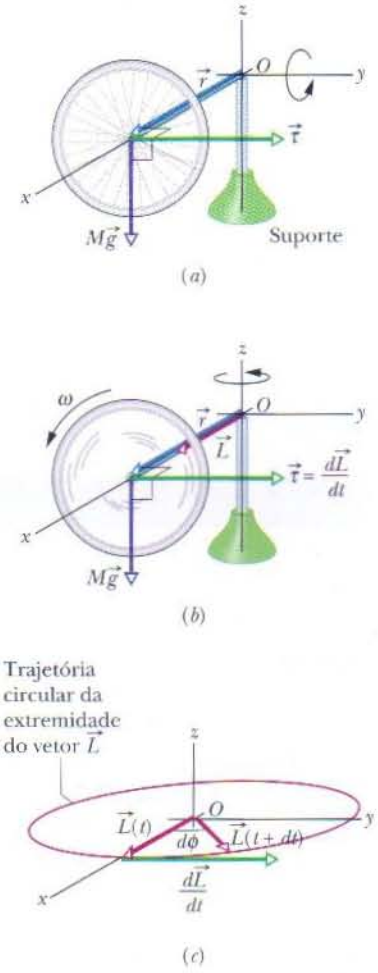


FIG. 11-23 (*a*) Um giroscópio parado gira em um plano xz devido ao torque $\vec{\tau}$ produzido pela força gravitacional. (*b*) Um giroscópio que gira rapidamente com momento angular $\vec{L}$ executa um movimento de precessão em torno do eixo z. Este movimento de precessão acontece no plano xy. (*c*) A variação $d\vec{L}/dt$ do momento angular leva a uma rotação de $\vec{L}$ em torno de O.

De acordo com a Eq. 11-44, a orientação de $d\vec{L}$ é a mesma de $\vec{\tau}$, perpendicular a $\vec{L}$. A única maneira pela qual $\vec{L}$ pode variar na direção de $\vec{\tau}$ sem que seu módulo L seja alterado é girar em torno do eixo z, como na Fig. 11-23*c*. Assim, $\vec{L}$ conserva o seu módulo, a extremidade do vetor $\vec{L}$ descreve uma trajetória circular e $\vec{\tau}$ é sempre tangente a essa trajetória. Como $\vec{L}$ tem sempre que apontar ao longo do eixo da roda, o eixo deve girar em torno do eixo z na direção de $\vec{\tau}$. Esta é a origem da precessão. Como o giroscópio em rotação obedece à segunda lei de Newton para rotações em resposta a qualquer mudança do momento angular inicial, realiza a precessão em vez de simplesmente tombar.

Podemos determinar a **velocidade de precessão** Ω usando primeiro as Eqs. 11-44 e 11-42 para obter o módulo de $d\vec{L}$:

$$dL = \tau\, dt = Mgr\, dt. \tag{11-45}$$

Quando $\vec{L}$ varia de um valor incremental durante um tempo incremental dt, o eixo e $\vec{L}$ precessam em torno do eixo z de um ângulo incremental $d\phi$. (Na Fig. 11-23*c*, o ângulo $d\phi$ está exagerado para maior clareza.) Com a ajuda das Eqs. 11-43 e 11-45, descobrimos que $d\phi$ é dado por

$$d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{Mgr\, dt}{I\omega}.$$

Dividindo esta expressão por dt e fazendo a velocidade de precessão Ω igual a $d\phi/dt$, obtemos:

$$\Omega = \frac{Mgr}{I\omega} \quad \text{(velocidade de precessão).} \tag{11-46}$$

Este resultado é válido contanto que a velocidade angular ω seja elevada. Note que Ω diminui quando ω aumenta. Observe também que não haveria precessão se a força gravitacional $M\vec{g}$ não agisse sobre o giroscópio; entretanto, como I é uma função linear de M, as massas no numerador e denominador da Eq. 11-46 se cancelam, ou seja, Ω não depende da massa do corpo.

A Eq. 11-46 também se aplica quando o eixo do giroscópio faz um ângulo diferente de zero com a horizontal. Ela também é válida para um pião inclinado, que é essencialmente um giroscópio cujo eixo faz um ângulo diferente de zero com a horizontal.

REVISÃO E RESUMO

Corpos em Rolamento No caso de uma roda de raio R rolando suavemente,

$$v_{CM} = \omega R, \tag{11-2}$$

onde v_{CM} é a velocidade linear do centro de massa da roda e ω é a velocidade angular da roda em torno do seu centro. A roda pode também ser vista como se estivesse girando instantaneamente em torno do ponto P do "piso" que está em contato com a roda. A velocidade angular da roda em torno deste ponto é igual à velocidade angular da roda em torno do seu centro. Uma roda que rola possui uma energia cinética dada por

$$K = \tfrac{1}{2} I_{CM}\omega^2 + \tfrac{1}{2} M v_{CM}^2 \tag{11-5}$$

onde I_{CM} é o momento de inércia da roda em relação ao centro de massa e M é a massa da roda. Se a roda está sendo acelerada, mas ainda está rolando suavemente, a aceleração do centro de massa $\vec{a}_{CM}$ está relacionada à aceleração angular α em relação ao centro de rotação através da equação

$$a_{CM} = \alpha R. \tag{11-6}$$

Se a roda desce uma rampa de ângulo θ rolando suavemente, sua aceleração ao longo de um eixo x ao longo da superfície da rampa é dada por

$$a_{CM,x} = -\frac{g \operatorname{sen} \theta}{1 + I_{CM}/MR^2}. \tag{11-10}$$

O Torque como um Vetor Em três dimensões, o *torque* $\vec{\tau}$ é uma grandeza vetorial definida em relação a um ponto fixo (em geral a origem); ele é dado por

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}. \tag{11-14}$$

onde $\vec{F}$ é a força aplicada à partícula e $\vec{r}$ é o vetor posição da partícula em relação ao ponto fixo. O módulo de $\vec{\tau}$ é dado por

$$\tau = rF \operatorname{sen} \phi = rF_{\perp} = r_{\perp}F, \tag{11-15, 11-16, 11-17}$$

onde ϕ é o ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{r}$, $F_{\perp}$ é a componente de $\vec{F}$ perpendicular a $\vec{r}$ e $r_{\perp}$ é o braço de alavanca de $\vec{F}$. A orientação de $\vec{\tau}$ é dada pela regra da mão direita.

Momento Angular de uma Partícula O *momento angular* $\vec{\ell}$ de uma partícula com momento linear $\vec{p}$, massa m e velocidade linear $\vec{v}$ é uma grandeza vetorial definida em relação a um ponto fixo (em geral a origem) como

$$\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v}). \tag{11-18}$$

O módulo de $\vec{\ell}$ é dado por

$$\ell = rmv \operatorname{sen} \phi \tag{11-19}$$
$$= rp_\perp = rmv_\perp \tag{11-20}$$
$$= r_\perp p = r_\perp mv. \tag{11-21}$$

onde ϕ é o ângulo entre $\vec{r}$ e $\vec{p}$, $p_\perp$ e $v_\perp$ são as componentes de $\vec{p}$ e $\vec{v}$ perpendiculares a $\vec{r}$ e $r_\perp$ é a distância perpendicular entre o ponto fixo e a extensão de $\vec{p}$. A orientação de $\vec{\ell}$ é dada pela regra da mão direta para produtos vetoriais.

Segunda Lei de Newton para Rotações A segunda lei de Newton para uma partícula pode ser escrita na forma

$$\vec{\tau}_{res} = \frac{d\vec{\ell}}{dt}, \tag{11-23}$$

onde $\vec{\tau}_{res}$ é o torque resultante que age sobre a partícula e $\vec{\ell}$ é o momento angular da partícula.

Momento Angular de um Sistema de Partículas O momento angular $\vec{L}$ de um sistema de partículas é a soma vetorial dos momentos angulares das partículas:

$$\vec{L} = \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2 + \cdots + \vec{\ell}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{\ell}_i. \tag{11-26}$$

A taxa de variação com o tempo deste momento angular é igual ao torque externo resultante que age sobre o sistema (a soma vetorial dos torques produzidos pelas interações das partículas do sistema com partículas externas ao sistema):

$$\vec{\tau}_{res} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad \text{(sistema de partículas).} \tag{11-29}$$

Momento Angular de um Corpo Rígido Para um corpo rígido que gira em torno de um eixo fixo, a componente do momento angular paralela ao eixo de rotação é

$$L = I\omega \quad \text{(corpo rígido, eixo fixo).} \tag{11-31}$$

Conservação do Momento Angular O momento angular $\vec{L}$ de um sistema permanece constante se o torque externo resultante que age sobre o sistema é nulo:

$$\vec{L} = \text{constante} \quad \text{(sistema isolado)} \tag{11-32}$$

ou

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f \quad \text{(sistema isolado).} \tag{11-33}$$

Esta é a **lei de conservação do momento angular**.

Precessão de um Giroscópio Um giroscópio pode realizar um movimento de precessão em torno de um eixo vertical que passa pelo seu suporte com uma velocidade angular

$$\Omega = \frac{Mgr}{I\omega}, \tag{11-46}$$

onde M é a massa do giroscópio, r é o braço de alavanca, I é o momento de inércia e ω é a velocidade angular do giroscópio.

PERGUNTAS

1 Na Fig. 11-24, três forças de mesmo módulo são aplicadas a uma partícula localizada na origem ($\vec{F}_1$ é aplicada perpendicularmente ao plano do papel). Ordene as forças de acordo com os módulos dos torques que elas produzem (a) em relação ao ponto P_1, (b) em relação ao P_2 e (c) em relação ao ponto P_3, em ordem decrescente.

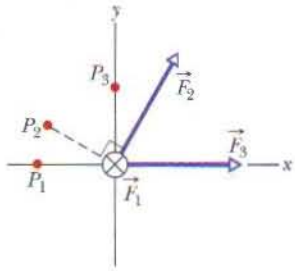


FIG. 11-24 Pergunta 1.

2 O vetor posição $\vec{r}$ de uma partícula em relação a um certo ponto tem um módulo de 3 m e a força $\vec{F}$ aplicada à partícula tem um módulo de 4 N. Qual é o ângulo entre $\vec{r}$ e $\vec{F}$ se o módulo do torque associado é igual a (a) zero e (b) 12 N · m?

3 O que acontece ao ioiô inicialmente estacionário da Fig. 11-25 se ele é puxado através de sua corda (a) pela força $\vec{F}_2$ (cuja linha de ação passa pelo ponto de contato do ioiô com a mesa, como mostra a figura), (b) pela força $\vec{F}_1$ (cuja a linha de ação passa acima do ponto de contato) e (c) pela força $\vec{F}_3$ (cuja linha de ação passa à direita do ponto de contato)?

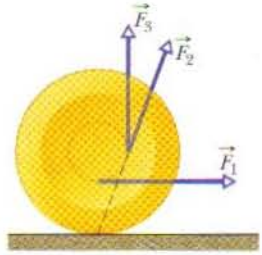


FIG. 11-25 Pergunta 3.

4 A Fig. 11-26 mostra duas partículas, A e B, nas coordenadas (1 m, 1 m, 0) e (1 m, 0, 1 m). Sobre cada partícula agem três forças numeradas, todas de mesmo módulo e cada uma paralela a um dos eixos. (a) Qual das forças produz um torque em relação à origem que é paralelo a y? (b) Ordene as forças de acordo com o módulo do torque que elas aplicam às partículas em relação à origem, em ordem decrescente.

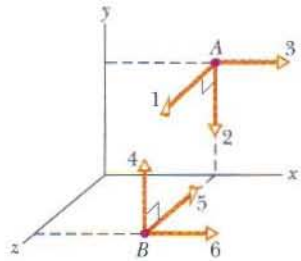


FIG. 11-26 Pergunta 4.

5 A Fig. 11-27 mostra três partículas de mesma massa e mesma velocidade escalar constante que se movem nas orientações indicadas pelos vetores velocidade. Os pontos a, b, c e d formam um quadrado, com o ponto e no centro. Ordene os pontos de acordo com o módulo do momento angular resultante do sistema de três partículas em relação aos pontos, em ordem decrescente.

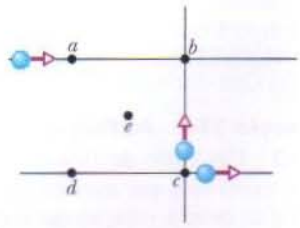


FIG. 11-27 Pergunta 5.

6 A Fig. 11-28 mostra uma partícula se movendo com velocidade constante $\vec{v}$ e cinco pontos com suas coordenadas xy.

Ordene os pontos de acordo com o módulo do momento angular da partícula em relação a eles, em ordem decrescente.

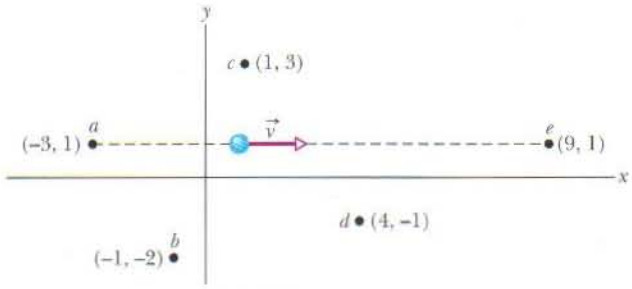


FIG. 11-28 Pergunta 6.

7 A Fig. 11-29 mostra o módulo do momento angular L de uma roda em função do tempo t. Ordene os quatro intervalos de tempo, indicados por letras, de acordo com o módulo do torque que age sobre a roda, em ordem decrescente.

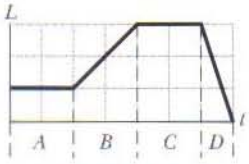


FIG. 11-29 Pergunta 7.

8 Os momentos angulares $\ell(t)$ de uma partícula em quatro situações são (1) $\ell = 3t + 4$; (2) $\ell = -6t^2$; (3) $\ell = 2$; (4) $\ell = 4/t$. Em que situação o torque resultante que age sobre a partícula é (a) zero, (b) positivo e constante, (c) negativo e com o módulo crescente para $t > 0$ e (d) negativo e com o módulo decrescente para $t > 0$?

9 Um besouro-rinoceronte está na borda de um disco horizontal que gira como um carrossel no sentido anti-horário. Se o besouro caminha ao longo da borda no sentido da rotação, os módulos das grandezas a seguir (medidas em relação ao eixo de rotação) aumentam, diminuem ou permanecem os mesmos (com o disco ainda girando no sentido anti-horário): (a) o momento angular do sistema besouro-disco, (b) o momento angular e a velocidade angular do besouro e (c) o momento angular e a velocidade angular do disco? (d) Quais são as respostas se o besouro caminha no sentido oposto ao da rotação?

10 A Fig. 11-30 mostra uma vista superior de uma placa retangular que pode girar como um carrossel em torno do centro O. Também são mostradas sete trajetórias ao longo das quais bolinhas de goma de mascar podem ser jogadas (todas com a mesma velocidade escalar e mesma massa) para grudar na placa estacionária. (a) Ordene as trajetórias, em ordem decrescente, de acordo com a velocidade angular que a placa (e a goma de mascar) após a goma grudar. (b) Para que trajetórias o momento angular da placa (e da goma) em relação ao ponto O é negativo do ponto de vista da Fig. 11-30?

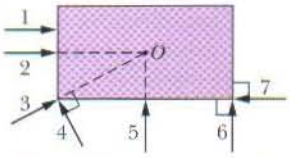


FIG. 11-30 Pergunta 10.

PROBLEMAS

• – ••• O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física*, de Jearl Walker, Rio de Janeiro: LTC, 2008.

seção 11-2 O Rolamento como uma Combinação de Translação e Rotação

•1 Um carro se move a 80,0 km/h em uma estrada plana no sentido positivo de um eixo x. Cada pneu possui um diâmetro de 66 cm. Em relação a uma mulher que viaja no carro e em termos dos vetores unitários, qual é a velocidade $\vec{v}$ (a) no centro, (b) no alto e (c) na base de cada pneu e o módulo a da aceleração (d) no centro, (e) no alto e (f) na base de cada pneu? Em relação a uma pessoa sentada no acostamento da estrada e em termos dos vetores unitários, qual é a velocidade $\vec{v}$ (g) no centro, (h) no alto e (i) na base de cada pneu e o módulo da aceleração a (j) no centro, (k) no alto e (l) na base de cada pneu?

•2 Um automóvel que se move a 80 km/h possui pneus com 75,0 cm de diâmetro. (a) Qual é a velocidade angular dos pneus em relação aos respectivos eixos? (b) Se o carro é freado com aceleração constante e as rodas descrevem em 30 voltas completas (sem deslizamento), qual é o módulo da aceleração angular das rodas? (c) Que distância o carro percorre durante a frenagem?

seção 11-4 As Forças do Rolamento

•3 Um carro de 1000 kg tem quatro rodas de 10 kg. Quando o carro está em movimento, que fração da energia cinética total se deve à rotação das rodas em torno dos respectivos eixos? Suponha que as rodas têm o mesmo momento de inércia que discos uniformes da mesma massa e tamanho. Por que não é preciso conhecer o raio das rodas?

•4 Uma esfera maciça uniforme rola para baixo em um plano inclinado. (a) Qual deve ser o ângulo de inclinação do plano para que a aceleração linear do centro da esfera tenha um módulo de $0{,}10g$? (b) Se um bloco sem atrito deslizasse para baixo no mesmo plano inclinado, o módulo da aceleração seria maior, menor ou igual a $0{,}10g$? Por quê?

•5 Um aro de 140 kg rola em um piso horizontal de tal forma que seu centro de massa tem uma velocidade de 0,150 m/s. Qual é o trabalho necessário para fazê-lo parar?

••6 Uma esfera oca, com 0,15 m de raio e momento de inércia $I = 0{,}040\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$ em relação a uma reta que passa pelo centro de massa, rola sem deslizar, subindo uma superfície com uma inclinação de 30° em relação à horizontal. Em uma certa posição inicial a energia cinética total da esfera é 20 J. (a) Quanto desta energia cinética inicial se deve à rotação? (b) Qual é a velocidade do centro de massa da esfera na posição inicial? Após a esfera ter se deslocado 1,0 m ao longo da superfície inclinada a partir da posição inicial, quais são (c) a energia cinética total e (d) a velocidade do centro de massa?

••7 Na Fig. 11-31 uma força horizontal constante $\vec{F}_{ap}$ de módulo 10 N é aplicada a uma roda de massa 10 kg e raio 0,30 m. A roda rola suavemente na superfície horizontal, e o módulo da aceleração do centro de massa é $0{,}60\ \text{m/s}^2$. (a) Em termos dos vetores unitários, qual é a força de atrito que age sobre a roda? (b) Qual é o momento de inércia da roda em relação ao eixo de rotação que passa pelo centro de massa?

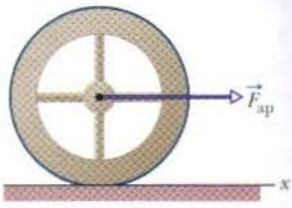


FIG. 11-31 Problema 7.

••8 Na Fig. 11-32, uma bola maciça de latão de massa 0,280 g rola suavemente ao longo do trilho quando é liberada a partir do repouso no trecho retilíneo. A parte circular do trilho tem um raio R = 14,0 cm e a bola tem um raio $r \ll R$. (a) Quanto vale h se a bola está na iminência de perder contato com o trilho quando chega ao ponto mais alto da parte curva do trilho? Se a bola é liberada a uma altura $h = 6{,}00R$, quais são (b) o módulo e (c) a orientação da componente horizontal da força que age sobre a bola no ponto Q?

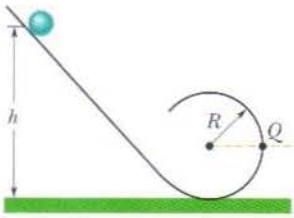


FIG. 11-32 Problema 8.

••9 Na Fig. 11-33, um cilindro maciço de raio 10 cm e massa 12 kg parte do repouso e rola para baixo uma distância L = 6,0 m, sem deslizar, em um teto inclinado de um ângulo $\theta = 30°$. (a) Qual é a velocidade angular do cilindro em relação ao seu centro ao deixar o teto? (b) A borda do teto está a uma altura H = 5,0 m. A que distância horizontal da borda do teto o cilindro atinge o chão?

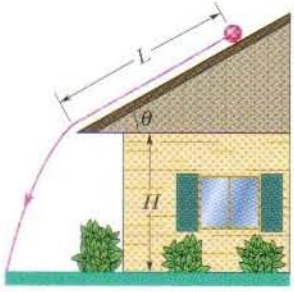


FIG. 11-33 Problema 9.

••10 A Fig. 11-34 mostra a velocidade escalar v em função do tempo t para um objeto de 0,500 kg e 6,00 cm de raio que rola suavemente para baixo em uma rampa de 30°. A escala do eixo das velocidades é definida por v_s = 4,0 m/s. Qual é o momento de inércia do objeto?

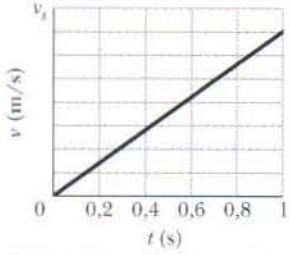


FIG. 11-34 Problema 10.

••11 Na Fig. 11-35, uma bola maciça rola suavemente a partir do repouso (começando na altura H = 6,0 m) até deixar a parte horizontal no fim da pista, a uma altura h = 2,0 m. A que distância horizontal do ponto A a bola toca o chão?

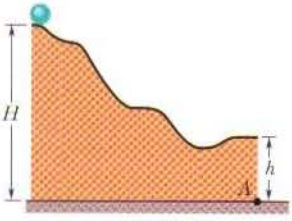


FIG. 11-35 Problema 11.

••12 A Fig. 11-36 mostra a energia potencial $U(x)$ de uma bola maciça que pode rolar ao longo de um eixo x. A escala do eixo U é definida por U_s = 100 J. A bola é uniforme, rola suavemente e possui uma massa de 0,400 kg. Ela é liberada em x = 7,0 m quando se move no sentido negativo do eixo x com uma energia mecânica de 75 J. (a) Se a bola pode chegar ao ponto x = 0 m, qual é sua velocidade nesse ponto, e se não pode, qual é o ponto de retorno? Suponha que a bola esteja se movendo no sentido positivo do eixo x ao ser liberada em x = 7,0 m com 75 J. (b) Se a bola pode chegar ao ponto x = 13 m, qual é sua velocidade nesse ponto e se não pode, qual é o ponto de retorno?

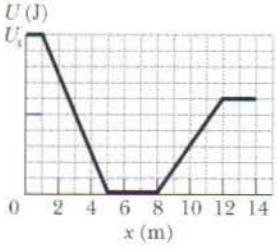


FIG. 11-36 Problema 12.

••13 Um jogador de boliche arremessa uma bola de raio R = 11 cm ao longo de uma pista. A bola (Fig. 11-37) desliza sobre a pista com velocidade inicial $v_{CM,0}$ = 8,5 m/s e velocidade angular inicial $\omega_0 = 0$. O coeficiente de atrito cinético entre a bola e a pista é 0,21. A força de atrito cinético $\vec{f}_k$ que age sobre a bola produz uma aceleração linear e uma aceleração angular. Quando a velocidade v_{CM} diminui o suficiente e a velocidade angular ω aumenta o suficiente, a bola pára de deslizar e passa a rolar suavemente. (a) Qual é valor de v_{CM} em termos de ω nesse instante? Durante o deslizamento, quais são (b) a aceleração linear e (c) a aceleração angular da bola? (d) Por quanto tempo a bola desliza? (e) Que distância a bola desliza? (f) Qual é a velocidade linear da bola quando começa a rolar suavemente?

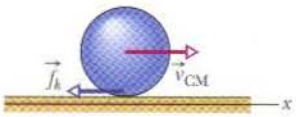


FIG. 11-37 Problema 13.

••14 Na Fig. 11-38 uma bola pequena, maciça e uniforme é lançada do ponto P, rola suavemente em uma superfície horizontal, sobe uma rampa e chega a um platô. Em seguida, deixa o platô horizontalmente para pousar em outra superfície mais abaixo, a uma distância horizontal d da extremidade do platô. As alturas verticais são h_1 = 5,00 cm e h_2 = 1,60 cm. Com que velocidade a bola deve ser lançada no ponto P para ela pousar em d = 6,00 cm?

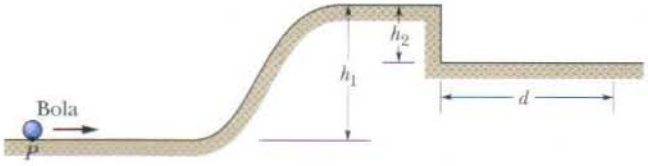


FIG. 11-38 Problema 14.

•••15 *Bola não-uniforme.* Na Fig. 11-39, uma bola de massa M e raio R rola suavemente, a partir do repouso, descendo uma rampa e passando por uma pista circular com 0,48 m de raio. A altura inicial da bola é h = 0,36 m. Na parte mais baixa da curva o módulo da força normal que a pista exerce sobre a bola é $2{,}00Mg$. A bola é formada por uma casca esférica externa (com uma certa densidade uniforme) e uma esfera central (com uma densidade uniforme diferente). O momento de inércia da bola é dado pela expressão geral $I = \beta MR^2$, mas β não é igual a 0,4, como no caso de uma bola de densidade uniforme. Determine o valor de β.

FIG. 11-39 Problema 15.

•••16 *Objeto cilíndrico não-uniforme.* Na Fig. 11-40, um objeto cilíndrico de massa M e raio R rola suavemente descendo uma rampa, a partir do repouso, e passa para um trecho horizontal da pista. Em seguida, rola para fora da pista, pousando a uma distância horizontal d = 0,506 m da extremidade da pista. A altura inicial do objeto é H = 0,90 m; a extremidade da pista está a uma altura h = 0,10 m. O objeto é composto por uma camada cilín-

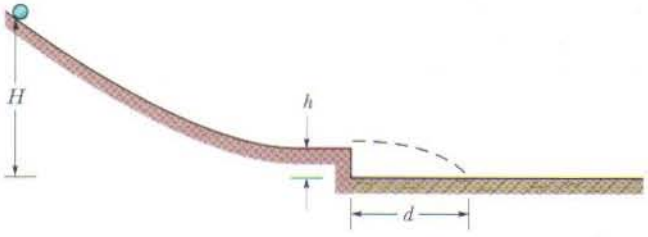


FIG. 11-40 Problema 16.

drica externa (com uma certa densidade uniforme) e um cilindro central (com uma densidade uniforme diferente). O momento de inércia do objeto é dado pela expressão geral $I = \beta MR^2$, mas β não é igual a 0,5, como no caso de um cilindro uniforme. Determine o valor de β.

seção 11-5 O Ioiô

•17 Um ioiô possui um momento de inércia de 950 g · cm² e uma massa de 120 g. O raio do seu eixo é 3,2 mm e sua corda tem 120 cm de comprimento. O ioiô rola, a partir do repouso, até a extremidade da corda. (a) Qual é o módulo da aceleração linear do ioiô? (b) Quanto tempo ele leva para chegar à extremidade da corda? Ao chegar à extremidade da corda, qual é (c) a velocidade linear, (d) a energia cinética de translação, (e) a energia cinética de rotação e (f) a velocidade angular?

•18 Em 1980, um grande ioiô foi solto de um guindaste sobre a baía de San Francisco. O ioiô de 116 kg era formado por dois discos uniformes com 32 cm de raio, ligados por um eixo com 3,2 cm de raio. Qual foi o módulo da aceleração do ioiô (a) durante a descida e (b) durante a subida? (c) Qual foi a tensão na corda? (d) A tensão estava próxima do limite de resistência da corda, 52 kN? Suponha que você construa uma versão ampliada do ioiô (mesma forma e mesmos materiais, porém maior). (e) O módulo da aceleração do seu ioiô durante a queda será maior, menor ou o igual ao do ioiô de San Francisco? (f) E a tensão na corda?

seção 11-6 Revisão do Torque

•19 Em termos dos vetores unitários, qual é o torque em relação à origem a que está submetida uma partícula localizada nas coordenadas (0, −4,0 m, 3,0 m) se esse torque se deve (a) a uma força $\vec{F}_1$ de componentes $F_{1x} = 2{,}0$ N, $F_{1y} = F_{1z} = 0$ e (b) a uma força $\vec{F}_2$ de componentes $F_{2x} = 0$, $F_{2y} = 2{,}0$ N, $F_{2z} = 4{,}0$ N?

•20 Uma ameixa está localizada nas coordenadas (−2,0 m, 0, 4,0 m). Em termos dos vetores unitários, qual é o torque em relação à origem a que está submetida a ameixa se esse torque se deve a uma força $\vec{F}$ cuja única componente é (a) $F_x = 6{,}0$ N, (b) $F_x = -6{,}0$ N, (c) $F_z = 6{,}0$ N, (d) $F_z = -6{,}0$ N?

•21 Em termos dos vetores unitários, qual é o torque resultante em relação à origem a que está submetida uma pulga localizada nas coordenadas (0, −4,0 m, 5,0 m) quando as forças $\vec{F}_1 = (3{,}0\ \text{N})\hat{k}$ e $\vec{F}_2 = (-2{,}0\ \text{N})\hat{j}$ agem sobre a pulga?

••22 Em termos dos vetores unitários, qual é o torque em relação à origem a que está submetido um vidro de pimenta localizado nas coordenadas (3,0 m, −2,0 m, 4,0 m) devido (a) à força $\vec{F}_1 = (3{,}0\ \text{N})\hat{i} - (4{,}0\ \text{N})\hat{j} + (5{,}0\ \text{N})\hat{k}$, (b) à força $\vec{F}_2 = (-3{,}0\ \text{N})\hat{i} - (4{,}0\ \text{N})\hat{j} - (5{,}0\ \text{N})\hat{k}$ e (c) à soma vetorial de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$? (d) Repita o item (c) para o torque em relação ao ponto de coordenadas (3,0 m, 2,0 m, 4,0 m).

••23 A força $\vec{F} = (-8{,}0\ \text{N})\hat{i} + (6{,}0\ \text{N})\hat{j}$ age sobre uma partícula cujo vetor posição é $\vec{r} = (3{,}0\ \text{m})\hat{i} + (4{,}0\ \text{m})\hat{j}$. Quais são (a) o torque em relação à origem a que está submetida a partícula, em termos dos vetores unitários, e (b) o ângulo entre $\vec{r}$ e $\vec{F}$?

••24 Uma partícula se move em um sistema de coordenadas xyz sob a ação de uma força. Quando o vetor posição da partícula é $\vec{r} = (2{,}00\ \text{m})\hat{i} + (3{,}00\ \text{m})\hat{j} + (2{,}00\ \text{m})\hat{k}$, a força é $\vec{F} = F_x\hat{i} + (7{,}00\ \text{N})\hat{j} - (6{,}00\ \text{N})\hat{k}$ e o torque correspondente em relação à origem é $\vec{\tau} = (4{,}00\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{i} + (2{,}00\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{j} - (1{,}00\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{k}$. Determine F_x.

••25 A força $\vec{F} = (2{,}0\ \text{N})\hat{i} - (3{,}0\ \text{N})\hat{k}$ age sobre uma pedra cujo vetor posição é $\vec{r} = (0{,}50\ \text{m})\hat{j} - (2{,}0\ \text{m})\hat{k}$ em relação à origem. Em termos dos vetores unitários, qual é o torque resultante a que a pedra está submetida (a) em relação à origem e (b) em relação ao ponto (2,0 m, 0, −3,0 m)?

seção 11-7 Momento Angular

•26 Um objeto de 2,0 kg, que se comporta como uma partícula, se move em um plano com componentes de velocidade $v_x = 30$ m/s e $v_y = 60$ m/s ao passar por um ponto de coordenadas (3,0, −4,0) m. Nesse instante, em termos dos vetores unitários, qual é o momento angular do objeto em relação (a) à origem e (b) ao ponto (−2,0, −2,0) m?

•27 No instante da Fig. 11-41, duas partículas se movem em um plano xy. A partícula P_1 possui uma massa de 6,5 kg e uma velocidade $v_1 = 2{,}2$ m/s e está a uma distância $d_1 = 1{,}5$ m do ponto O. A partícula P_2 possui uma massa de 3,1 kg e uma velocidade $v_2 = 3{,}6$ m/s e está a uma distância $d_2 = 2{,}8$ m do ponto O. Quais são (a) o módulo e (b) a orientação do momento angular resultante das duas partículas em relação ao ponto O?

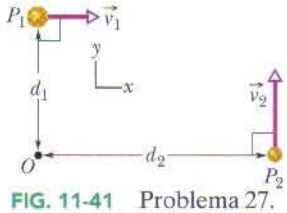


FIG. 11-41 Problema 27.

•28 No instante da Fig. 11-42, uma partícula P de 2,0 kg possui um vetor posição $\vec{r}$ de módulo 3,0 m e ângulo $\theta_1 = 45°$ e uma velocidade $\vec{v}$ de módulo 4,0 m/s e ângulo $\theta_2 = 30°$. A força $\vec{F}$, de módulo 2,0 N e ângulo $\theta_3 = 30°$, age sobre P. Os três vetores estão no plano xy. Quais são, em relação à origem, (a) o módulo, (b) a orientação do momento angular de P, (c) o módulo e (d) a orientação do torque que age sobre P?

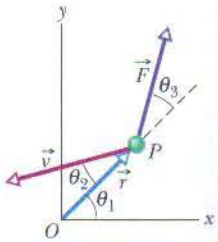


FIG. 11-42 Problema 28.

•29 Em um certo instante, a força $\vec{F} = 4{,}0\hat{j}$ N age sobre um objeto de 0,25 kg cujo vetor posição é $\vec{r} = (2{,}0\hat{i} - 2{,}0\hat{k})$ m e cujo vetor velocidade é $\vec{v} = (-5{,}0\hat{i} + 5{,}0\hat{k})$ m/s. Em relação à origem e em termos dos vetores unitários, quais são (a) o momento angular do objeto e (b) o torque que age sobre o objeto?

••30 No instante em que o deslocamento de um objeto de 2,00 kg em relação à origem é $\vec{d} = (2{,}00\ \text{m})\hat{i} + (4{,}00\ \text{m})\hat{j} - (3{,}00\ \text{m})\hat{k}$, sua velocidade é $\vec{v} = -(6{,}00\ \text{m/s})\hat{i} + (3{,}00\ \text{m/s})\hat{j} + (3{,}00\ \text{m/s})\hat{k}$ e ele está sujeito a uma força $\vec{F} = (6{,}00\ \text{N})\hat{i} - (8{,}00\ \text{N})\hat{j} + (4{,}00\ \text{N})\hat{k}$. Determine (a) a aceleração do objeto, (b) o momento angular do objeto em relação à origem, (c) o torque em relação à origem a que está submetido o objeto e (d) o ângulo entre a velocidade do objeto e a força que age sobre ele.

••31 Na Fig. 11-43, uma bola de 0,400 kg é lançada verticalmente para cima com uma velocidade inicial de 40,0 m/s. Qual é o seu momento angular em relação a P, um ponto a uma distância horizontal de 2,00 m do ponto de lançamento, quando a bola está (a) na altura máxima e (b) na metade do caminho de volta ao chão? Qual é o torque em relação a P a que a bola é submetida devido à força gravitacional quando está (c) na altura máxima e (d) na metade do caminho de volta ao chão?

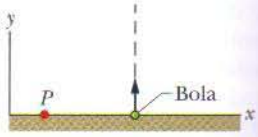


FIG. 11-43 Problema 31.

seção 11-8 Segunda Lei de Newton para Rotações

•32 Uma partícula se move em um plano xy em torno da origem, no sentido horário, do ponto de vista do lado positivo do

eixo z. Em termos dos vetores unitários, qual é o torque que age sobre a partícula se o módulo do momento angular da partícula em relação à origem é (a) 4,0 kg · m²/s, (b) $4{,}0t^2$ kg · m²/s, (c) $4{,}0\sqrt{t}$ kg · m²/s e (d) $4{,}0/t^2$ kg · m²/s?

•33 Uma partícula de 3,0 kg com uma velocidade $\vec{v} = (5{,}0\ \text{m/s})\hat{i} - (6{,}0\ \text{m/s})\hat{j}$ está em $x = 3{,}0$ m, $y = 8{,}0$ m. Ela é puxada por uma força de 7,0 N no sentido negativo do eixo x. Quais são, em relação à da origem, (a) o momento angular da partícula, (b) o torque que age sobre a partícula e (c) a taxa com a qual o momento angular está variando?

•34 Uma partícula sofre a ação de dois torques em relação à origem: $\vec{\tau}_1$ tem módulo 2,0 N · m e aponta no sentido positivo do eixo x; $\vec{\tau}_2$ tem módulo 4,0 N · m e aponta no sentido negativo do eixo y. Determine $d\vec{\ell}/dt$, onde $\vec{\ell}$ é o momento angular da partícula em relação à origem, em termos dos vetores unitários.

•35 No instante t, $\vec{r} = 4{,}0t^2\hat{i} - (2{,}0t + 6{,}0t^2)\hat{j}$ fornece a posição de uma partícula de 3,0 kg em relação à origem de um sistema de coordenadas xy ($\vec{r}$ está em metros e t em segundos). (a) Escreva uma expressão para o torque em relação à origem que age sobre a partícula. (b) O módulo do momento angular da partícula em relação à origem está aumentando, diminuindo ou permanece o mesmo?

seção 11-10 Momento Angular de um Corpo Rígido Girando em Torno de um Eixo Fixo

•36 Um disco de polimento, com momento de inércia $1{,}2 \times 10^{-3}$ kg · m², está preso a uma broca elétrica cujo motor produz um torque de módulo 16 N · m em relação ao eixo central do disco. Com o torque aplicado durante 33 ms, qual é o módulo (a) do momento angular e (b) da velocidade angular do disco em relação a esse eixo?

•37 O momento angular de um volante com um momento de inércia de 0,140 kg · m² em relação ao eixo central diminui de 3,00 para 0,800 kg · m²/s em 1,50 s. (a) Qual é o módulo do torque médio em relação ao eixo central que age sobre o volante durante esse período? (b) Supondo uma aceleração angular constante, de que ângulo o volante gira? (c) Qual é o trabalho realizado sobre o volante? (d) Qual é a potência média do volante?

•38 A Fig. 11-44 mostra três discos uniformes acoplados por correias. Uma correia passa pelas bordas dos discos A e C; a outra passa por um cubo do disco A e pela borda do disco B. As correias se movem suavemente, sem deslizar nas bordas e no eixo central. O disco A tem raio R e seu cubo tem raio $0{,}5000R$; o disco B tem raio $0{,}2500R$; o disco C tem raio $2{,}000R$. Os discos B e C têm a mesma massa específica (massa por unidade de volume) e mesma espessura. Qual é a razão entre o módulo do momento angular do disco C e o módulo do momento angular do disco B?

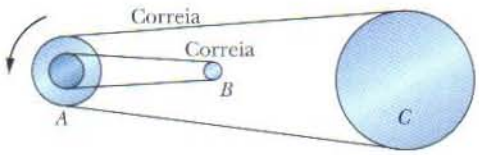


FIG. 11-44 Problema 38.

•39 Na Fig. 11-45, três partículas de massa $m = 23$ g estão presas a três barras de comprimento $d = 12$ cm e massa desprezível. O conjunto gira em torno do ponto O com velocidade angular $\omega = 0{,}85$ rad/s. Em relação ao ponto O, quais são (a) o momento de inércia do conjunto, (b) o módulo do momento angular da partícula do meio e (c) o módulo do momento angular do conjunto?

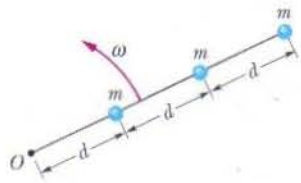


FIG. 11-45 Problema 39.

••40 A Fig. 11-46 mostra o torque τ que age sobre um disco inicialmente estacionário que pode girar em torno do seu centro como um carrossel em função do tempo. Qual é o momento angular do disco em relação ao eixo de rotação nos instantes (a) $t = 7{,}0$ s e (b) $t = 20$ s?

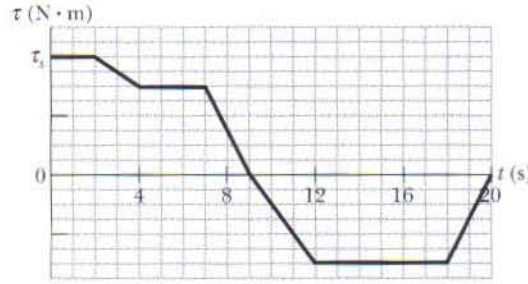


FIG. 11-46 Problema 40.

••41 A Fig. 11-47 mostra uma estrutura rígida formada por um aro de raio R e massa m e um quadrado feito de quatro barras finas de comprimento R e massa m. A estrutura rígida gira com velocidade constante em torno de um eixo vertical, com um período de rotação de 2,5 s. Supondo que $R = 0{,}50$ m e $m = 2{,}0$ kg, calcule (a) o momento de inércia da estrutura em relação ao eixo de rotação e (b) o momento angular da estrutura em relação ao eixo.

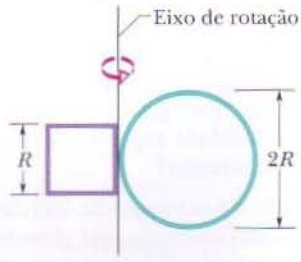


FIG. 11-47 Problema 41.

••42 Um disco com um momento de inércia de 7,00 kg · m² gira como um carrossel sob o efeito de um torque dado por $\tau = (5{,}00 + 2{,}00t)$ N · m. No instante $t = 1{,}00$ s, o momento angular do disco é 5,00 kg · m²/s. Qual é o momento angular do disco no instante $t = 3{,}00$ s?

seção 11-11 Conservação do Momento Angular

•43 Um homem está em pé sobre uma plataforma que gira (sem atrito) com uma velocidade angular de 1,2 rev/s; seus braços estão abertos e ele segura um tijolo em cada mão. O momento de inércia do sistema formado por homem, os tijolos e a plataforma em relação ao eixo vertical central da plataforma é de 6,0 kg · m². Se, ao mover os braços, o homem reduz o momento de inércia do sistema para 2,0 kg · m², determine (a) a nova velocidade angular da plataforma e (b) a razão entre a nova energia cinética do sistema e a energia cinética inicial. (c) De onde vem a energia cinética adicional?

•44 O rotor de um motor elétrico tem um momento de inércia $I_m = 2{,}0 \times 10^{-33}$ kg · m² em relação ao eixo central. O motor é usado para mudar a orientação da sonda espacial no qual está montado. O eixo do motor coincide com o eixo central da sonda; a sonda possui um momento de inércia $I_p = 12$ kg · m² em relação a desse eixo. Calcule o número de revoluções do rotor necessárias para fazer a sonda girar 30° em torno do eixo central.

•45 Uma roda está girando livremente com uma velocidade angular de 800 rev/min em torno de um eixo cujo momento de inércia é desprezível. Uma segunda roda, inicialmente em repouso e com um momento de inércia duas vezes maior que a primeira, é acoplada à mesma haste. (a) Qual é a velocidade angular da combinação resultante do eixo e as duas rodas? (b) Que fração da energia cinética de rotação inicial é perdida?

•46 Uma barata está no centro de um disco circular que gira livremente como um carrossel, sem torques externos. A barata caminha em direção à borda do disco, cujo raio é R. A Fig. 11-48 mostra a velocidade angular ω do sistema barata-disco durante a caminhada. A escala do eixo ω é definida por $\omega_a = 5{,}0$ rad/s e $\omega_b = 6{,}0$ rad/s. Quando a barata está na borda do disco, qual é a razão entre o momento de inércia do inseto e o momento de inércia do disco, ambos calculados em relação ao eixo de rotação?

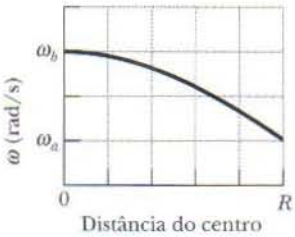


FIG. 11-48 Problema 46.

•47 Dois discos estão montados (como um carrossel) em rolamentos de baixo atrito do mesmo eixo e podem ser acoplados e girar como se fossem um só. O primeiro disco, com um momento de inércia de 3,30 kg · m² em relação ao eixo central, é posto para girar no sentido anti-horário a 450 rev/min. O segundo disco, com um momento de inércia de 6,60 kg · m² em relação ao eixo central, é posto para girar no sentido anti-horário a 900 rev/min. Em seguida, os discos são acoplados. (a) Qual é a velocidade angular dos discos após o acoplamento? Se, em vez disso, o segundo disco é posto para girar a 900 rev/min no sentido horário, quais são (b) a velocidade angular e (c) o sentido de rotação dos discos após o acoplamento?

•48 O momento de inércia de uma estrela que diminui de tamanho enquanto está girando em torno de si mesma cai para 1/3 do valor inicial. Qual é a razão entre a nova energia cinética de rotação e a energia antiga?

•49 Uma pista é montada em uma grande roda que pode girar livremente, com atrito desprezível, em torno de um eixo vertical (Fig. 11-49). Um trem de brinquedo de massa m é colocado na pista e, com o sistema inicialmente em repouso, a alimentação elétrica do brinquedo é ligada. O trem adquire uma velocidade de 0,15 m/s em relação à pista. Qual é a velocidade angular da roda se sua massa é $1{,}1m$ e seu raio é 0,43 m? (Trate a roda como um aro e despreze as massas dos raios e do cubo da roda.)

FIG. 11-49 Problema 49.

•50 Uma barata de massa 0,17 kg corre no sentido anti-horário na borda de um disco circular de raio 15 cm e momento de inércia $5{,}0 \times 10^{-3}$ kg · m², montado em eixo vertical com atrito desprezível. A velocidade da barata (em relação ao chão) é de 2,0 m/s e o disco gira no sentido horário com uma velocidade angular $\omega_0 = 2{,}8$ rad/s. A barata encontra uma migalha de pão na borda e, obviamente, pára. (a) Qual é a velocidade angular do disco depois que a barata pára? (b) A energia mecânica é conservada quando a barata pára?

•51 Na Fig. 11-50, duas patinadoras, ambas com uma massa de 50 kg, se aproximam uma da outra ao longo de trajetórias paralelas separadas por 3,0 m. Elas têm velocidades opostas de 1,4 m/s cada uma. Uma das patinadoras carrega uma vara comprida, de massa desprezível, segurando-a em uma extremidade, e a outra se agarra à outra extremidade ao passar por ela, o que faz com que as patinadoras passem a descrever uma circunferência em torno do centro da vara. Suponha que o atrito entre as patinadoras e o gelo seja desprezível. Quais são (a) o raio da circunferência, (b) a velocidade angular das patinadoras e (c) a energia cinética do sistema das duas patinadoras? Em seguida, as patinadoras puxam a vara até ficarem separadas por uma distância de 1,0 m. Nesse momento, qual é (d) a velocidade angular das patinadoras e (e) a energia cinética do sistema? (f) De onde vem a energia cinética adicional?

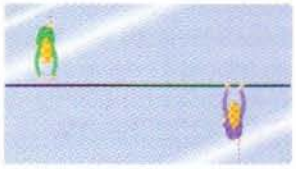


FIG. 11-50 Problema 51.

•52 Uma boleadeira é composta por três esferas pesadas iguais, ligadas a um ponto comum por cordas resistentes de mesmo comprimento (Fig. 11-51*a*). Para lançar esta arma inventada na América do Sul você segura uma das esferas acima da cabeça e faz a mão girar em torno do pulso para fazer as outras duas esferas girarem em um plano horizontal em torno da mão. Depois de conseguir uma velocidade de rotação suficiente você arremessa a arma em direção ao alvo. Inicialmente a boleadeira gira em torno na esfera que foi mantida fixa, mas em pouco tempo todas as esferas passam a girar em torno do ponto comum das três cordas com velocidade angular ω_f (Fig. 11-51*b*). (a) Qual é a razão ω_f/ω_i? (b) Qual é a razão das energias cinéticas de rotação correspondentes, K_f/K_i, no referencial do centro de massa?

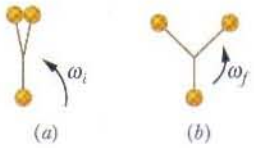


FIG. 11-51 Problema 52.

•53 Um disco de vinil horizontal de massa 0,10 kg e raio 0,10 m gira livremente em torno de um eixo vertical que passa pelo centro com uma velocidade angular de 4,7 rad/s. O momento de inércia do disco em relação ao eixo de rotação é $5{,}0 \times 10^{-4}$ kg · m². Um pedaço de massa de modelar de massa 0,020 kg cai verticalmente e gruda na borda do disco. Qual é a velocidade angular do disco imediatamente após a massa cair?

••54 No salto em distância, um atleta deixa o solo com um momento angular que tende a fazer seu corpo rolar para a frente, o que o faria chegar ao chão na posição errada. O atleta combate esta tendência fazendo girar os braços estendidos para "absorver" o momento angular (Fig. 11-19). Em 0,700 s, um dos braços descreve 0,500 rev e o outro descreve 1,000 rev. Trate cada braço como uma barra fina de massa 4,0 kg e comprimento 0,60 m, girando em torno da extremidade. Qual é o módulo do momento angular total dos braços do atleta em relação a um eixo de rotação comum, passando pelos ombros, no referencial do atleta?

••55 Uma barra fina uniforme com 0,500 m de comprimento e massa 4,00 kg pode girar em um plano horizontal em torno de um eixo vertical passando pelo centro. A barra está em repouso quando uma bala de 3,0 g é disparada, no plano de rotação, em direção a uma das suas extremidades. Vista de cima, a trajetória da bala faz um ângulo $\theta = 60{,}0°$ com a haste (Fig. 11-52). Se a bala se aloja na barra e a velocidade angular da barra é 10 rad/s imediatamente após a colisão, qual é a velocidade da bala imediatamente antes do impacto?

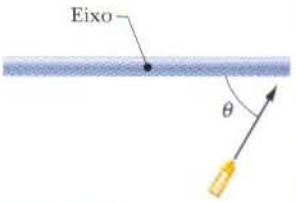


FIG. 11-52 Problema 55.

••56 Uma barata de massa m está na borda de um disco uniforme de massa $4{,}00m$ que pode girar livremente em torno do centro como um carrossel. Inicialmente, a barata e o disco giram juntos com uma velocidade angular de 0,260 rad/s. A barata caminha até metade da distância ao centro do disco. (a) Qual é, nesse momento, a velocidade angular do sistema barata-disco? (b) Qual é a razão K/K_0 entre a nova energia cinética do sistema e a sua energia cinética antiga? (c) Por que a energia cinética varia?

••57 A Fig. 11-53 é uma vista de cima de uma barra fina uniforme de comprimento 0,800 m e massa M girando horizontalmente a 20,0 rad/s no sentido anti-horário em torno de um eixo que passa pelo centro. Uma partícula de massa $M/3{,}00$, inicialmente presa a uma extremidade da barra, é liberada e assume uma trajetória que é perpendicular à barra no instante em que a partícula foi liberada. Se a velocidade v_p da partícula é 6,00 m/s maior que a velocidade da barra imediatamente após a liberação, qual é o valor de v_p?

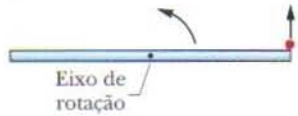


FIG. 11-53 Problema 57.

••58 Na Fig. 11-54 uma bala de 1,0 g é disparada em um bloco de 0,50 kg preso à extremidade de uma barra não-uniforme de 0,60 m de comprimento e uma massa de 0,50 kg. O sistema bloco-barra-bala passa a girar no plano do papel, em torno de um eixo fixo que passa por A. O momento de inércia da barra em relação a esse eixo é 0,060 kg · m². Trate o bloco como uma partícula. (a) Qual é o momento de inércia do sistema bloco-haste-bala em relação ao eixo que passa pelo ponto A? (b) Se a velocidade angular do sistema em relação ao eixo que passa por A imediatamente após o impacto é 4,5 rad/s, qual é a velocidade da bala imediatamente antes do impacto?

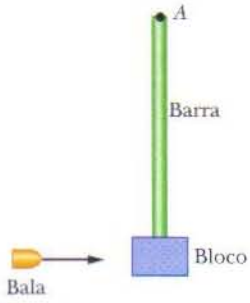


FIG. 11-54 Problema 58.

••59 Um disco uniforme de massa $10m$ e raio $3{,}0r$ pode girar livremente como um carrossel em torno do centro fixo. Um disco uniforme menor de massa m e raio r está sobre o disco maior, concêntrico com ele. Inicialmente, os dois discos giram juntos com uma velocidade angular de 20 rad/s. Em seguida, uma pequena perturbação faz com que o disco menor deslize para fora em relação ao disco maior, até que a sua borda fique presa na borda do disco maior. Depois disso, os dois discos passam novamente a girar juntos (sem que haja novos deslizamentos). (a) Qual é a velocidade angular final dos sistema em relação ao centro do disco maior? (b) Qual é a razão K/K_0 entre a nova energia cinética do sistema e a energia cinética inicial?

••60 Uma plataforma horizontal com a forma de um disco circular gira sem atrito em torno de um eixo vertical que passa pelo centro do disco. A plataforma tem uma massa de 150 kg, um raio de 2,0 m e um momento de inércia de 300 kg · m² em relação ao eixo de rotação. Uma estudante de 60 kg caminha lentamente da borda da plataforma em direção ao centro. Se a velocidade angular do sistema é 1,5 rad/s quando a estudante está na borda, qual é a velocidade angular quando ela está a 0,50 m de distância do centro?

••61 A barra uniforme (de 0,60 m de comprimento e 1,0 kg de massa) da Fig. 11-55 gira no plano do papel em torno de um eixo que passa por uma das extremidades, com um momento de inércia de 0,12 kg · m². Quando a barra passa pela posição mais baixa colide com um pedaço de massa de modelar de 0,20 kg, que fica grudada na sua extremidade. Se a velocidade angular da barra imediatamente antes da colisão é 2,4 rad/s, qual é a velocidade angular do sistema haste-massa de modelar imediatamente após a colisão?

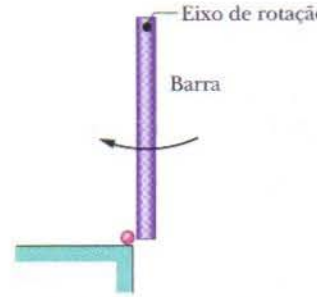


FIG. 11-55 Problema 61.

•••62 Uma bailarina começa um *tour jeté* (Fig. 11-20*a*) com uma velocidade angular ω_i e um momento angular formado por duas partes: $I_{perna} = 1{,}44\ kg \cdot m^2$ da perna estendida, que faz um ângulo $\theta = 90{,}0°$ com o corpo, e $I_{tronco} = 0{,}660\ kg \cdot m^2$ do resto do corpo (principalmente o tronco). Quando está quase atingindo a altura máxima suas duas pernas fazem uma ângulo $\theta = 30°$ com o corpo e sua velocidade angular é ω_f (Fig. 11-20*b*). Supondo que I_{tronco} permanece o mesmo, qual é a valor da razão ω_f/ω_i?

•••63 A Fig. 11-56 é uma vista de cima de uma barra fina uniforme de comprimento 0,600 m e massa M girando horizontalmente a 80,0 rad/s no sentido anti-horário em torno de um eixo que passa pelo centro. Uma partícula de massa $M/3{,}00$, que se move horizontalmente com uma velocidade de 40,0 m/s, choca-se com a barra e fica presa. A trajetória da partícula é perpendicular à barra no momento do choque, que ocorre a uma distância d do centro da barra. (a) Para que valor de d a barra e a partícula permanecem em repouso após o choque? (b) Em que sentido a barra e a partícula começam a girar se d é maior que o valor calculado no item (a)?

FIG. 11-56 Problema 63.

•••64 Durante um salto até seu companheiro de número, um trapezista pretende fazer quatro cambalhotas em um intervalo de tempo $\Delta t = 1{,}87$ s. Durante o primeiro e último quarto de cambalhota ele mantém o corpo esticado como na Fig. 11-57, com um momento de inércia $I_1 = 19{,}9\ kg \cdot m^2$ em relação ao centro de

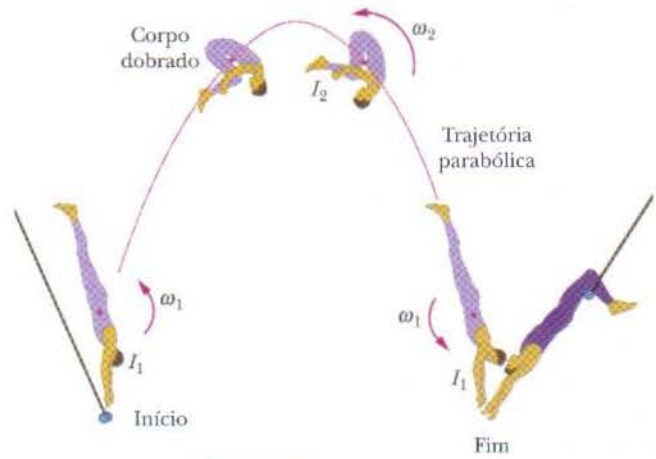


FIG. 11-57 Problema 64.

massa (o ponto da figura). Durante o resto do percurso ele mantém o corpo dobrado, com um momento de inércia $I_2 = 3{,}93$ kg · m². Qual deve ser a velocidade angular ω_2 do trapezista quando está com o corpo dobrado?

•••**65** Na Fig. 11-58, uma criança de 30 kg está em pé na borda de um carrossel estacionário de massa 100 kg e raio 2,0 m. O momento de inércia do carrossel em relação ao eixo de rotação é 150 kg · m². A criança agarra uma bola de massa 1,0 kg lançada por um colega. Imediatamente antes de a bola ser agarrada ela tem uma velocidade $\vec{v}$ de módulo 12 m/s, fazendo um ângulo $\phi = 37°$ com uma reta tangente à borda do carrossel, como mostra a figura. Qual é a velocidade angular do carrossel imediatamente após a criança agarrar a bola?

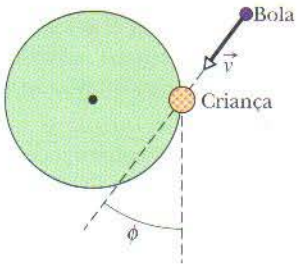


FIG. 11-58 Problema 65.

•••**66** Na Fig. 11-59, um pequeno bloco de 50 g desliza para baixo em uma superfície curva sem atrito a partir de uma altura $h = 20$ cm e depois adere a uma barra uniforme de massa 100 g e comprimento 40 cm. A barra gira de um ângulo θ em torno do ponto O antes de parar momentaneamente. Determine θ.

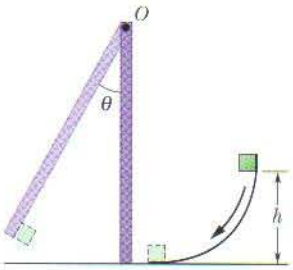


FIG. 11-59 Problema 66.

•••**67** Duas bolas de 2,00 kg estão presas às extremidades de uma barra fina de 50,0 cm de comprimento e massa desprezível. A barra está livre para girar sem atrito em um plano vertical em torno de um eixo horizontal que passa pelo centro. Com a haste inicialmente na horizontal (Fig. 11-60), um pedaço de massa de modelar de 50,0 g cai em uma das bolas, atingindo-a com uma velocidade de 3,00 m/s e aderindo a ela. (a) Qual é a velocidade angular do sistema imediatamente após a colisão com a massa de modelar? (b) Qual é a razão entre a energia cinética do sistema após a colisão e a energia cinética do pedaço de massa de modelar imediatamente antes da colisão? (c) De que ângulo o sistema irá girar antes de parar momentaneamente?

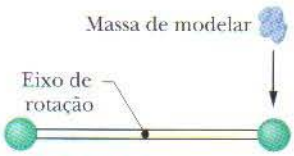


FIG. 11-60 Problema 67.

seção 11-12 Precessão de um Giroscópio

••**68** Um pião gira a 30 rev/s em torno de um eixo que faz um ângulo de 30° com a vertical. A massa do pião é 0,50 kg, seu momento de inércia em relação ao eixo central é $5{,}0 \times 10^{-4}$ kg · m² e seu centro de massa está a 4,0 cm do ponto de apoio. Se a rotação é no sentido horário quando vista de cima, quais são (a) a taxa de precessão e (b) o sentido da precessão quando o pião é visto de cima?

••**69** Um certo giroscópio é formado por um disco uniforme com 50 cm de raio montado no centro de um eixo de 11 cm de comprimento e massa desprezível. O eixo está na posição horizontal, apoiado em uma das extremidades. Se o disco está girando em torno do eixo a 1000 rev/min, qual é a taxa de precessão?

Problemas Adicionais

70 Um bloco uniforme de granito na forma de um livro possui faces de 20 cm e 15 cm e 1,2 cm de espessura. A massa específica (massa por unidade de volume) do granito é 2,64 g/cm³. O bloco gira em torno de um eixo perpendicular às suas faces localizado a meia distância entre o centro e um dos cantos. Seu momento angular em torno desse eixo é 0,104 kg · m²/s. Qual é sua energia cinética de rotação em torno desse eixo?

71 A Fig. 11-61 mostra uma vista de cima de um anel que pode girar em torno do centro como um carrossel. O raio externo R_2 é 0,800 m, o raio interno R_1 é $R_2/2{,}00$, a massa M é 8,00 kg e a massa da cruz no centro é desprezível. Inicialmente, o disco gira com uma velocidade angular de 8,00 rad/s, com um gato de massa $m = M/4{,}00$ na borda externa, a uma distância R_2 do centro. De quanto o gato aumentará a energia cinética do sistema gato-disco se rastejar até a borda interna, de raio R_1?

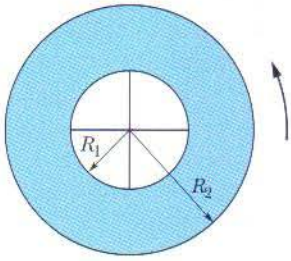


FIG. 11-61 Problema 71.

72 Uma partícula de 2,50 kg que se movendo horizontalmente em um piso com velocidade $(-3{,}00\ \text{m/s})\hat{j}$ sofre uma colisão perfeitamente inelástica com uma partícula de 4,00 kg que está se movendo horizontalmente no mesmo piso com velocidade $(4{,}50\ \text{m/s})\hat{i}$. A colisão ocorre nas coordenadas (−0,500 m, −0,100 m). Após a colisão e em termos dos vetores unitários, qual é o momento angular do sistema das duas partículas em relação à origem?

73 Duas partículas de massa $2{,}90 \times 10^{-4}$ kg e velocidade 5,46 m/s se movem em sentidos opostos ao longo de retas paralelas separadas por uma distância de 4,20 cm. (a) Qual é o módulo L do momento angular do sistema das duas partículas em relação ao ponto médio da distância entre as duas retas? (b) O valor de L muda se o ponto em relação ao qual é calculado não está a meia distância entre as retas? Se o sentido de movimento de uma das partículas é invertido, qual é (c) a resposta do item (a) e (d) a resposta do item (b)?

74 Uma barra uniforme gira em um plano horizontal em torno de um eixo vertical que passa por uma das extremidades. A barra tem 6,00 m de comprimento, pesa 10,0 N e gira a 240 rev/min. Calcule (a) o momento de inércia em relação ao eixo de rotação e (b) o módulo do momento angular em torno desse eixo.

75 As rodas A e B na Fig. 11-60 são conectadas por uma correia que não desliza. O raio de B é 3,00 vezes maior que o de A. Qual é a razão I_A/I_B entre os momentos de inércia das duas rodas se elas têm (a) o mesmo momento angular em relação aos respectivos eixos centrais e (b) a mesma energia cinética de rotação?

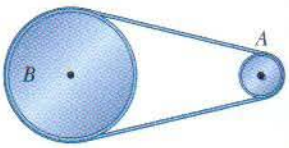


FIG. 11-62 Problema 75.

76 No instante $t = 0$, o vetor posição de uma partícula de 2,0 kg em relação à origem é $\vec{r} = (4{,}0\ \text{m})\hat{i} - (2{,}0\ \text{m})\hat{j}$. Sua velocidade é dada por $\vec{v} = (-6{,}0t^2\ \text{m/s})\hat{i}$ para $t \geq 0$ em segundos. Quais são (a) o momento angular $\vec{L}$ da partícula e (b) o torque $\vec{\tau}$ a que a partícula está submetida, ambos em relação à origem, em termos dos vetores unitários e para $t > 0$? Quais são (c) $\vec{L}$ e (d) $\vec{\tau}$ em relação ao ponto (−2,0 m, −3,0 m, 0) para $t > 0$?

77 Uma roda uniforme de massa 10,0 kg e raio 0,400 m está montada rigidamente em um eixo que passa pelo centro (Fig. 11-63). O raio do eixo é 0,200 m e o momento de inércia do conjunto roda-eixo em relação ao eixo é 0,600 kg · m². A roda está inicial-

mente em repouso no alto de uma superfície que faz um ângulo $\theta = 30{,}0°$ com a horizontal; o eixo está apoiado na superfície, enquanto a roda penetra em um sulco aberto na superfície, sem tocá-la. Depois de liberado, o eixo rola para baixo, suavemente e sem deslizamento, ao longo da superfície. Depois que o conjunto roda-eixo desce 2,00 m ao longo da superfície, quais são (a) sua energia cinética de rotação e (b) sua energia cinética de translação?

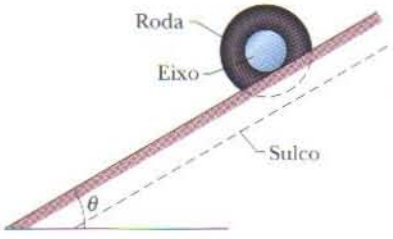


FIG. 11-63 Problema 77.

78 Suponha que o ioiô no Problema 17, em vez de rolar a partir do repouso, é arremessado para baixo com uma velocidade inicial de 1,3 m/s. (a) Quanto tempo o ioiô leva para chegar à extremidade da corda? Nesse momento, qual é o valor (b) da energia cinética total, (c) da velocidade linear, (d) da energia cinética de translação, (e) da velocidade angular e (f) da energia cinética de rotação?

79 Uma pequena esfera maciça com raio 0,25 cm de raio e uma massa de 0,56 g rola sem deslizar no interior de um grande hemisfério fixo com 15 cm de raio e um eixo de simetria vertical. A esfera parte do repouso no alto do hemisfério. (a) Qual é sua energia cinética ao chegar ao fundo do hemisfério? (b) Que fração de sua energia cinética no fundo está associada à rotação em torno de um eixo que passa pelo seu centro de massa? (c) Qual é o módulo da força normal que a esfera exerce sobre o hemisfério no instante em que chega ao fundo?

80 Uma bola maciça uniforme rola suavemente em um piso horizontal e depois começa a subir uma rampa com uma inclinação de 15°. A bola pára momentaneamente após ter rolado 1,50 m ao longo da rampa. Qual era sua velocidade inicial?

81 Um corpo de raio R e massa m rola suavemente com velocidade v em uma superfície horizontal e depois sobe uma colina até uma altura máxima h. (a) Se $h = 3v^2/4g$, qual é o momento de inércia do corpo em relação ao eixo de rotação que passa pelo seu centro de massa? (b) Que corpo pode ser este?

82 Uma roda de 0,250 m de raio, que está se movendo inicialmente a 43,0 m/s, rola em 225 m até parar. Calcule o módulo (a) da aceleração linear e (b) da aceleração angular da roda. (c) O momento de inércia da roda em torno do eixo central é 0,155 kg · m². Calcule o módulo do torque em relação ao eixo central devido ao atrito sobre a roda.

83 Se as calotas polares de gelo da Terra derretessem totalmente e a água voltasse para os oceanos, estes ficariam cerca de 30 m mais profundos. Que efeito isso teria sobre a rotação da Terra? Faça uma estimativa de qual seria a variação na duração do dia.

84 Um avião de 1200 kg está voando em uma linha reta a 80 m/s, 1,3 km acima do solo. Qual é o módulo do momento angular do avião em relação a um ponto no solo verticalmente abaixo do local onde ele se encontra?

85 Em um parquinho existe um carrossel com 1,20 m de raio e uma massa de 180 kg. Seu raio de giração (veja Problema 91 do Capítulo 10) é 91,0 cm. Uma criança com 44,0 kg de massa corre com uma velocidade de 3,00 m/s ao longo de uma trajetória tangente à borda do carrossel, inicialmente em repouso, e pula no carrossel. Despreze o atrito entre os rolamentos e o eixo do carrossel. Calcule (a) o momento de inércia do carrossel em relação ao eixo de rotação, (b) o módulo do momento angular da criança em relação ao eixo de rotação do carrossel e (c) a velocidade angular do carrossel e da criança após ela saltar no carrossel.

86 Uma roda gira no sentido horário em torno do eixo central com um momento angular de 600 kg · m²/s. No instante $t = 0$, um torque de módulo 50 N · m é aplicado à roda para inverter a rotação. Em que instante t a velocidade angular da roda se anula?

87 Um carro de brinquedo de 3,0 kg se move ao longo de um eixo x com uma velocidade dada por $\vec{v} = -2{,}0t^3\hat{i}$ m/s, com t em segundos. Para $t > 0$, quais são (a) o momento angular $\vec{L}$ do carro e (b) o torque $\vec{\tau}$ sobre o carro, ambos calculados em relação à origem? Quais são (c) $\vec{L}$ e (d) $\vec{\tau}$ em relação ao ponto (2,0 m, 5,0 m, 0)? Quais são (e) $\vec{L}$ e (f) $\vec{\tau}$ em relação ao ponto (2,0 m, −5,0 m, 0)?

88 Um cano de paredes finas rola no chão. Qual é a razão entre sua energia cinética de translação e sua energia cinética de rotação em relação ao eixo central paralelo à sua maior dimensão?

89 Uma esfera maciça com 36,0 N de peso sobe rolando um plano inclinado com um ângulo de 30,0°. Na base do plano inclinado o centro de massa da esfera possui uma velocidade de translação de 4,90 m/s. (a) Qual é a energia cinética da esfera na base do plano? (b) Que distância a esfera sobe ao longo do plano? (c) A resposta do item (b) depende da massa da esfera?

90 Um automóvel tem uma massa de 1700 kg. Ele acelera a partir do repouso até 40 km/h em 10 s. Suponha que as rodas são discos uniformes de 32 kg. Determine, no final do intervalo de 10 s, (a) a energia cinética de rotação de cada roda em torno do seu respectivo eixo, (b) a energia cinética total de cada roda e (c) a energia cinética total do automóvel.

91 Com eixo e raios de massa desprezível e um aro fino, uma certa roda de bicicleta tem um raio de 0,350 m e pesa 37,0 N; ela pode girar em torno do eixo com atrito desprezível. Um homem segura a roda acima da cabeça com uma das mãos, com o eixo na posição vertical, enquanto está sentado em um banco que pode girar sem atrito; a roda gira no sentido horário, quando vista de cima, com uma velocidade angular de 57,7 rad/s, e o banco está inicialmente em repouso. O momento de inércia do sistema *roda + homem + banco* em relação ao eixo de rotação comum é 2,10 kg · m². O homem usa a mão livre para interromper bruscamente a rotação da roda (em relação ao banco). Determine (a) a velocidade angular resultante e (b) o sentido de rotação do sistema.

92 Para uma pessoa de 84 kg que se encontra no equador, qual é o módulo do seu momento angular em relação ao centro da Terra devido à rotação da Terra?

93 Uma garota de massa M está em pé na borda de um carrossel sem atrito de raio R e momento de inércia I que não está se movendo. Ela joga uma pedra de massa m horizontalmente em uma direção tangente à borda do carrossel. A velocidade da pedra em relação ao chão é v. Depois disso, quais são (a) a velocidade angular do carrossel e (b) a velocidade linear da garota?

94 Uma partícula de 4,0 kg se move em um plano xy. No instante em que a posição e a velocidade da partícula são $\vec{r} = (2{,}0\hat{i} + 4{,}0\hat{j})$ m e $\vec{v} = -4{,}0\hat{j}$ m/s, a força que age sobre a partícula é $\vec{F} = -3{,}0\hat{i}$ N. Nesse instante, determine (a) o momento

angular da partícula em relação à origem, (b) o momento angular da partícula em relação ao ponto $x = 0$, $y = 4{,}0$ m, (c) o torque que age sobre a partícula em relação à origem e (d) o torque que age sobre a partícula em relação ao ponto $x = 0$, $y = 4{,}0$ m.

95 Na Fig. 11-64, uma força horizontal constante $\vec{F}_{ap}$ de módulo 12 N é aplicada a um cilindro maciço uniforme através de uma linha de pescar enrolada no cilindro. A massa do cilindro é de 10 kg, seu raio é 0,10 m e o cilindro rola suavemente em uma superfície horizontal. (a) Qual é o módulo da aceleração do centro de massa do cilindro? (b) Qual é o módulo da aceleração angular do cilindro em relação ao centro de massa? (c) Em termos dos vetores unitário qual é a força de atrito que age sobre o cilindro?

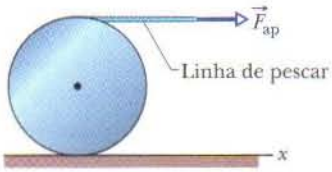


FIG. 11-64 Problema 95.

96 (a) No Exemplo 10-8, quando o rotor explodiu qual foi o momento, em relação ao eixo de rotação, liberado para o ambiente? (b) Supondo que a maioria dos pedaços do rotor parou de se mover no máximo 0,025 s após a explosão, qual foi o módulo do torque médio a que esses pedaços foram submetidos, calculado em relação ao eixo de rotação?

97 Uma partícula de massa $M = 0{,}25$ kg é liberada de um ponto que está a uma altura $h = 1{,}80$ m acima do solo e a uma distância $s = 0{,}45$ m de um ponto de observação O, como mostra a Fig. 11-65. Qual é o módulo do momento angular da partícula em relação a O quando a partícula percorreu metade da distância até o solo?

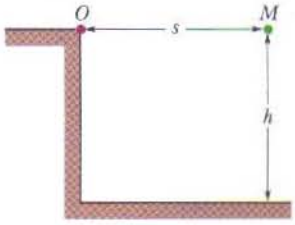


FIG. 11-65 Problema 97.

98 Em um certo instante, uma partícula de 0,80 kg está situada na posição $\vec{r} = (2{,}0\text{ m})\hat{i} + (3{,}0\text{ m})\hat{j}$. O momento linear da partícula está no plano xy e tem um módulo de 2,4 kg · m/s e uma direção de 115° medida no sentido anti-horário a partir do semi-eixo x positivo. Qual é o momento angular da partícula em relação à origem, em termos dos vetores unitários?

O Sistema Internacional de Unidades (SI)* A

TABELA 1

As Unidades Fundamentais do SI

Grandeza	Nome	Símbolo	Definição
comprimento	metro	m	"... a distância percorrida pela luz no vácuo em 1/299.792.458 de segundo." (1983)
massa	quilograma	kg	"... este protótipo [um certo cilindro de platina-irídio] será considerado daqui em diante como a unidade de massa." (1889)
tempo	segundo	s	"... a duração de 9.192.631.770 períodos da radiação correspondente à transição entre os dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio-133." (1967)
corrente elétrica	ampère	A	"... a corrente constante que, se mantida em dois condutores paralelos retos de comprimento infinito, de seção transversal circular desprezível e separados por uma distância de 1 m no vácuo, produziria entre esses condutores uma força igual a 2×10^{-7} newton por metro de comprimento." (1946)
temperatura termodinâmica	kelvin	K	"... a fração 1/273,16 da temperatura termodinâmica do ponto triplo da água." (1967)
quantidade de matéria	mol	mol	"... a quantidade de matéria de um sistema que contém um número de entidades elementares igual ao número de átomos que existem em 0,012 quilograma de carbono-12." (1971)
intensidade luminosa	candela	cd	"... a intensidade luminosa, em uma dada direção, de uma fonte que emite radiação monocromática de freqüência 540×10^{12} hertz e que irradia nessa direção com uma intensidade de 1/683 watt por esferorradiano." (1979)

*Adaptado de "The International System of Units (SI)", Publicação Especial 330 do National Bureau of Standards, edição de 2001. As definições acima foram adotadas pela Conferência Nacional de Pesos e Medidas, um órgão internacional, nas datas indicadas. A candela não é usada neste livro.

TABELA 2

Algumas Unidades Secundárias do SI

Grandeza	Nome da Unidade	Símbolo	
área	metro quadrado	m^2	
volume	metro cúbico	m^3	
freqüência	hertz	Hz	s^{-1}
massa específica (densidade)	quilograma por metro cúbico	kg/m^3	
velocidade escalar, velocidade	metro por segundo	m/s	
velocidade angular	radiano por segundo	rad/s	
aceleração	metro por segundo ao quadrado	m/s^2	
aceleração angular	radiano por segundo ao quadrado	rad/s^2	
força	newton	N	$kg \cdot m/s^2$
pressão	pascal	Pa	N/m^2
trabalho, energia, quantidade de calor	joule	J	$N \cdot m$
potência	watt	W	J/s
quantidade de carga elétrica	coulomb	C	$A \cdot s$
diferença de potencial, força eletromotriz	volt	V	W/A
intensidade de campo elétrico	volt por metro (ou newton por coulomb)	V/m	N/C
resistência elétrica	ohm	Ω	V/A
capacitância	farad	F	$A \cdot s/V$
fluxo magnético	weber	Wb	$V \cdot s$
indutância	henry	H	$V \cdot s/A$
densidade de fluxo magnético	tesla	T	Wb/m^2
intensidade de campo magnético	ampère por metro	A/m	
entropia	joule por kelvin	J/K	
calor específico	joule por quilograma kelvin	$J/(kg \cdot K)$	
condutividade térmica	watt por metro kelvin	$W/(m \cdot K)$	
intensidade radiante	watt por esferorradiano	W/sr	

TABELA 3

As Unidades Suplementares SI

Grandeza	Nome da Unidade	Símbolo
ângulo plano	radiano	rad
ângulo sólido	esferorradiano	sr

Algumas Constantes Fundamentais da Física* B

Constante	Símbolo	Valor Prático	Melhor Valor (2006)	
			Valor[a]	Incerteza
Velocidade da luz no vácuo	c	$3{,}00 \times 10^{8}$ m/s	2,997 924 58	exata
Carga elementar	e	$1{,}60 \times 10^{-19}$ C	1,602 176 487	$2{,}5 \times 10^{-8}$
Constante gravitacional	G	$6{,}67 \times 10^{-11}$ m³/s²·kg	6,674 28	$1{,}0 \times 10^{-4}$
Constante universal dos gases	R	8,31 J/mol·K	8,314 472	$1{,}7 \times 10^{-6}$
Constante de Avogadro	N_A	$6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1}	6,022 141 79	$5{,}0 \times 10^{-8}$
Constante de Boltzmann	k	$1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K	1,380 650 4	$1{,}7 \times 10^{-6}$
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	$5{,}67 \times 10^{-8}$ W/m²·K⁴	5,670 400	$7{,}0 \times 10^{-6}$
Volume molar de um gás ideal nas CNTP[c]	V_m	$2{,}27 \times 10^{-2}$ m³/mol	2,271 098 1	$1{,}7 \times 10^{-6}$
Permissividade do vácuo	ϵ_0	$8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m	8,854 187 817 62	exata
Permeabilidade do vácuo	μ_0	$1{,}26 \times 10^{-6}$ H/m	1,256 637 061 43	exata
Constante de Planck	h	$6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s	6,626 068 96	$5{,}0 \times 10^{-8}$
Massa do elétron[b]	m_e	$9{,}11 \times 10^{-31}$ kg	9,109 382 15	$5{,}0 \times 10^{-8}$
		$5{,}49 \times 10^{-4}$ u	5,485 799 094	$4{,}2 \times 10^{-10}$
Massa do próton[b]	m_p	$1{,}67 \times 10^{-27}$ kg	1,672 621 637	$5{,}0 \times 10^{-8}$
		1,0073 u	1,007 276 466 77	$1{,}0 \times 10^{-10}$
Razão entre a massa do próton e a massa do elétron	m_p/m_e	1840	1,836 152 672 47	$4{,}3 \times 10^{-10}$
Razão entre a massa e a carga do elétron	e/m_e	$1{,}76 \times 10^{11}$ C/kg	1,758 820 150	$2{,}5 \times 10^{-8}$
Massa do nêutron[b]	m_n	$1{,}68 \times 10^{-27}$ kg	1,674 927 211	$5{,}0 \times 10^{-8}$
		1,0087 u	1,008 664 915 97	$4{,}3 \times 10^{-10}$
Massa do átomo de hidrogênio[b]	m_{1_H}	1,0078 u	1,007 825 031 6	$1{,}0 \times 10^{-10}$
Massa do átomo de deutério[b]	m_{2_H}	2,0141 u	2,014 101 777 9	$1{,}0 \times 10^{-10}$
Massa do átomo de hélio[b]	$m_{4_{He}}$	4,0026 u	4,002 603 2	$1{,}0 \times 10^{-10}$
Massa do múon	m_μ	$1{,}88 \times 10^{-28}$ kg	1,883 531 30	$5{,}6 \times 10^{-8}$
Momento magnético do elétron	μ_e	$9{,}28 \times 10^{-24}$ J/T	9,284 763 77	$2{,}5 \times 10^{-8}$
Momento magnético do próton	μ_p	$1{,}41 \times 10^{-26}$ J/T	1,410 606 662	$2{,}6 \times 10^{-8}$
Magnéton de Bohr	μ_B	$9{,}27 \times 10^{-24}$ J/T	9,274 008 009 15	$2{,}5 \times 10^{-8}$
Magnéton nuclear	μ_N	$5{,}05 \times 10^{-27}$ J/T	5,050 783 24	$2{,}5 \times 10^{-8}$
Raio de Bohr	a	$5{,}29 \times 10^{-11}$ m	5,291 772 085 9	$6{,}8 \times 10^{-10}$
Constante de Rydberg	R	$1{,}10 \times 10^{7}$ m^{-1}	1,097 373 156 852 7	$6{,}6 \times 10^{-12}$
Comprimento de onda de Compton do elétron	λ_C	$2{,}43 \times 10^{-12}$ m	2,426 310 217 5	$1{,}4 \times 10^{-9}$

[a]Os valores desta coluna têm a mesma unidade e potência de 10 que o valor prático.

[b]As massas dadas em u estão em unidades unificadas de massa atômica: 1 u = $1{,}660\,538\,86 \times 10^{-27}$ kg.

[c]CNPT significa condições normais de temperatura e pressão: 0°C e 1,0 atm (0,1 MPa).

*Os valores desta tabela foram selecionados entre os valores recomendados pelo CODATA em 2006 (www.physics.nist.gov).

C Alguns Dados Astronômicos

Algumas Distâncias da Terra

À Lua*	$3{,}82 \times 10^8$ m	Ao centro da nossa galáxia	$2{,}2 \times 10^{20}$ m
Ao Sol*	$1{,}50 \times 10^{11}$ m	À galáxia de Andrômeda	$2{,}1 \times 10^{22}$ m
À estrela mais próxima (*Proxima Centauri*)	$4{,}04 \times 10^{16}$ m	Ao limite do universo observável	$\sim 10^{26}$ m

*Distância média.

O Sol, a Terra e a Lua

Propriedade	Unidade	Sol		Terra	Lua
Massa	kg	$1{,}99 \times 10^{30}$		$5{,}98 \times 10^{24}$	$7{,}36 \times 10^{22}$
Raio médio	m	$6{,}96 \times 10^8$		$6{,}37 \times 10^6$	$1{,}74 \times 10^6$
Massa específica média	kg/m^3	1410		5520	3340
Aceleração de queda livre na superfície	m/s^2	274		9,81	1,67
Velocidade de escape	km/s	618		11,2	2,38
Período de rotação[a]	—	37 d nos pólos[b]	26 d no equador[b]	23 h 56 min	27,3 d
Potência de radiação[c]	W	$3{,}90 \times 10^{26}$			

[a]Medido em relação às estrelas distantes.

[b]O Sol, uma bola de gás, não gira como um corpo rígido.

[c]Perto dos limites da atmosfera terrestre a energia solar é recebida a uma taxa de 1340 W/m^2, supondo uma incidência normal.

Algumas Propriedades dos Planetas

	Mercúrio	Vênus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Netuno	Plutão*
Distância média do Sol, 10^6 km	57,9	108	150	228	778	1430	2870	4500	5900
Período de revolução, anos	0,241	0,615	1,00	1,88	11,9	29,5	84,0	165	248
Período de rotação,[a] dias	58,7	−243[b]	0,997	1,03	0,409	0,426	−0,451[b]	0,658	6,39
Velocidade orbital, km/s	47,9	35,0	29,8	24,1	13,1	9,64	6,81	5,43	4,74
Inclinação do eixo em relação à órbita	<28°	≈3°	23,4°	25,0°	3,08°	26,7°	97,9°	29,6°	57,5°
Inclinação da órbita em relação à órbita da Terra	7,00°	3,39°		1,85°	1,30°	2,49°	0,77°	1,77°	17,2°
Excentricidade da órbita	0,206	0,0068	0,0167	0,0934	0,0485	0,0556	0,0472	0,0086	0,250
Diâmetro equatorial, km	4880	12 100	12 800	6790	143 000	120 000	51 800	49 500	2300
Massa (Terra = 1)	0,0558	0,815	1,000	0,107	318	95,1	14,5	17,2	0,002
Massa específica (água = 1)	5,60	5,20	5,52	3,95	1,31	0,704	1,21	1,67	2,03
Valor de *g* na superfície[c], m/s^2	3,78	8,60	9,78	3,72	22,9	9,05	7,77	11,0	0,5
Velocidade de escape[c], km/s	4,3	10,3	11,2	5,0	59,5	35,6	21,2	23,6	1,1
Satélites conhecidos	0	0	1	2	63 + anéis	34 + anéis	27 + anéis	13 + anéis	1

[a]Medido em relação às estrelas distantes.

[b]Vênus e Urano giram no sentido contrário ao do movimento orbital.

[c]Aceleração gravitacional medida no equador do planeta.

*A partir de 2008, por decisão da União Astronômica, Plutão não é mais um planeta e sim um plutóide, uma nova classe de astro que, até o momento, tem apenas dois representantes: Plutão e Eris. (N.T.)

Fatores de Conversão D

Os fatores de conversão podem ser lidos diretamente dessas tabelas. Assim, por exemplo, 1 grau = $2{,}778 \times 10^{-3}$ revoluções e, portanto, $16{,}7° = 16{,}7 \times 2{,}778 \times 10^{-3}$ revoluções. As unidades do SI estão em letras maiúsculas. Adaptado parcialmente de G. Shortley e D. Williams, *Elements of Physics*, 1971, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Ângulo Plano

°	′	″	RADIANOS	revoluções
1 grau = 1	60	3600	$1{,}745 \times 10^{-2}$	$2{,}778 \times 10^{-3}$
1 minuto = $1{,}667 \times 10^{-2}$	1	60	$2{,}909 \times 10^{-4}$	$4{,}630 \times 10^{-5}$
1 segundo = $2{,}778 \times 10^{-4}$	$1{,}667 \times 10^{-2}$	1	$4{,}848 \times 10^{-6}$	$7{,}716 \times 10^{-7}$
1 RADIANO = 57,30	3438	$2{,}063 \times 10^{5}$	1	0,1592
1 revolução = 360	$2{,}16 \times 10^{4}$	$1{,}296 \times 10^{6}$	6,283	1

Ângulo Sólido

1 esfera = 4π esferorradianos = 12,57 esferorradianos

Comprimento

	cm	METROS	km	polegadas	pés	milhas
1 centímetro =	1	10^{-2}	10^{-5}	0,3937	$3{,}281 \times 10^{-2}$	$6{,}214 \times 10^{-6}$
1 METRO =	100	1	10^{-3}	39,37	3,281	$6{,}214 \times 10^{-4}$
1 quilômetro =	10^{5}	1000	1	$3{,}937 \times 10^{4}$	3281	0,6214
1 polegada =	2,540	$2{,}540 \times 10^{-2}$	$2{,}540 \times 10^{-5}$	1	$8{,}333 \times 10^{-2}$	$1{,}578 \times 10^{-5}$
1 pé =	30,48	0,3048	$3{,}048 \times 10^{-4}$	12	1	$1{,}894 \times 10^{-4}$
1 milha =	$1{,}609 \times 10^{5}$	1609	1,609	$6{,}336 \times 10^{4}$	5280	1

1 angström = 10^{-10} m
1 milha marítima = 1852 m = 1,151 milha = 6076 pés
1 fermi = 10^{-15} m
1 ano-luz = $9{,}461 \times 10^{12}$ km
1 parsec = $3{,}084 \times 10^{13}$ km
1 braça = 6 pés
1 raio de Bohr = $5{,}292 \times 10^{-11}$ m
1 jarda = 3 pés
1 vara = 16,5 pés
1 mil = 10^{-3} polegadas
1 nm = 10^{-9} m

Área

	METROS^2	cm^2	pés^2	polegadas^2
1 METRO QUADRADO =	1	10^{4}	10,76	1550
1 centímetro quadrado =	10^{-4}	1	$1{,}076 \times 10^{-3}$	0,1550
1 pé quadrado =	$9{,}290 \times 10^{-2}$	929,0	1	144
1 polegada quadrada =	$6{,}452 \times 10^{-4}$	6,452	$6{,}944 \times 10^{-3}$	1

1 milha quadrada = $2{,}788 \times 10^{7}$ pés^2 = 640 acres
1 barn = 10^{-28} m^2
1 acre = 43 560 pés^2
1 hectare = 10^{4} m^2 = 2,471 acres

Volume

METROS^3	cm^3	L	pés^3	polegadas^3
1 METRO CÚBICO = 1	10^6	1000	35,31	$6,102 \times 10^4$
1 centímetro cúbico = 10^{-6}	1	$1,000 \times 10^{-3}$	$3,531 \times 10^{-5}$	$6,102 \times 10^{-2}$
1 litro = $1,000 \times 10^{-3}$	1000	1	$3,531 \times 10^{-2}$	61,02
1 pé cúbico = $2,832 \times 10^{-2}$	$2,832 \times 10^4$	28,32	1	1728
1 polegada cúbica = $1,639 \times 10^{-5}$	16,39	$1,639 \times 10^{-2}$	$5,787 \times 10^{-4}$	1

1 galão americano = 4 quartos de galão americano = 8 quartilhos americanos = 128 onças fluidas americanas = 231 polegadas^3
1 galão imperial britânico = 277,4 polegadas^3 = 1,201 galão americano

Massa

As grandezas nas áreas sombreadas não são unidades de massa, mas são freqüentemente usadas como tal. Assim, por exemplo, quando escrevemos 1 kg "=" 2,205 lb, isso significa que um quilograma é a *massa* que *pesa* 2,205 libras em um local onde *g* tem o valor-padrão de 9,80665 m/s^2.

g	QUILOGRAMAS	slugs	u	onças	libras	toneladas
1 grama = 1	0,001	$6,852 \times 10^{-5}$	$6,022 \times 10^{23}$	$3,527 \times 10^{-2}$	$2,205 \times 10^{-3}$	$1,102 \times 10^{-6}$
1 QUILOGRAMA = 1000	1	$6,852 \times 10^{-2}$	$6,022 \times 10^{26}$	35,27	2,205	$1,102 \times 10^{-3}$
1 slug = $1,459 \times 10^4$	14,59	1	$8,786 \times 10^{27}$	514,8	32,17	$1,609 \times 10^{-2}$
1 unidade de massa atômica = $1,661 \times 10^{-24}$	$1,661 \times 10^{-27}$	$1,138 \times 10^{-28}$	1	$5,857 \times 10^{-26}$	$3,662 \times 10^{-27}$	$1,830 \times 10^{-30}$
1 onça = 28,35	$2,835 \times 10^{-2}$	$1,943 \times 10^{-3}$	$1,718 \times 10^{25}$	1	$6,250 \times 10^{-2}$	$3,125 \times 10^{-5}$
1 libra = 453,6	0,4536	$3,108 \times 10^{-2}$	$2,732 \times 10^{26}$	16	1	0,0005
1 tonelada = $9,072 \times 10^5$	907,2	62,16	$5,463 \times 10^{29}$	$3,2 \times 10^4$	2000	1

1 tonelada métrica = 1000 kg

Massa Específica

As grandezas nas áreas sombreadas são pesos específicos e, como tal, dimensionalmente diferentes das massas específicas. Veja a nota na tabela de massas.

slugs/pé^3	QUILOGRAMAS/ METRO^3	g/cm^3	lb/pé^3	lb/polegada^3
1 slug por pé^3 = 1	515,4	0,5154	32,17	$1,862 \times 10^{-2}$
1 QUILOGRAMA por METRO^3 = $1,940 \times 10^{-3}$	1	0,001	$6,243 \times 10^{-2}$	$3,613 \times 10^{-5}$
1 grama por centímetro^3 = 1,940	1000	1	62,43	$3,613 \times 10^{-2}$
1 libra por pé^3 = $3,108 \times 10^{-2}$	16,02	$16,02 \times 10^{-2}$	1	$5,787 \times 10^{-4}$
1 libra por polegada^3 = 53,71	$2,768 \times 10^4$	27,68	1728	1

Tempo

anos	d	h	min	SEGUNDOS
1 ano = 1	365,25	$8,766 \times 10^3$	$5,259 \times 10^5$	$3,156 \times 10^7$
1 dia = $2,738 \times 10^{-3}$	1	24	1440	$8,640 \times 10^4$
1 hora = $1,141 \times 10^{-4}$	$4,167 \times 10^{-2}$	1	60	3600
1 minuto = $1,901 \times 10^{-6}$	$6,944 \times 10^{-4}$	$1,667 \times 10^{-2}$	1	60
1 SEGUNDO = $3,169 \times 10^{-8}$	$1,157 \times 10^{-5}$	$2,778 \times 10^{-4}$	$1,667 \times 10^{-2}$	1

Velocidade

pés/s	km/h	METROS/SEGUNDO	milhas/h	cm/s
1 pé por segundo = 1	1,097	0,3048	0,6818	30,48
1 quilômetro por hora = 0,9113	1	0,2778	0,6214	27,78
1 METRO por SEGUNDO = 3,281	3,6	1	2,237	100
1 milha por hora = 1,467	1,609	0,4470	1	44,70
1 centímetro por segundo = $3{,}281 \times 10^{-2}$	$3{,}6 \times 10^{-2}$	0,01	$2{,}237 \times 10^{-2}$	1

1 nó = 1 milha marítima/h = 1,688 pés/s 1 milha/min = 88,00 pés/s = 60,00 milhas/h

Força

As unidades de força nas áreas sombreadas são atualmente pouco usadas. 1 grama-força (= 1 gf) é a força da gravidade que atua sobre um objeto cuja massa é 1 grama em um local onde *g* possui o valor-padrão de 9,80665 m/s^2.

dina	NEWTONS	libras	poundals	gf	kgf
1 dina = 1	10^{-5}	$2{,}248 \times 10^{-6}$	$7{,}233 \times 10^{-5}$	$1{,}020 \times 10^{-3}$	$1{,}020 \times 10^{-6}$
1 NEWTON = 10^5	1	0,2248	7,233	102,0	0,1020
1 libra = $4{,}448 \times 10^5$	4,448	1	32,17	453,6	0,4536
1 poundal = $1{,}383 \times 10^4$	0,1383	$3{,}108 \times 10^{-2}$	1	14,10	$1{,}410 \times 10^2$
1 grama-força = 980,7	$9{,}807 \times 10^{-3}$	$2{,}205 \times 10^{-3}$	$7{,}093 \times 10^{-2}$	1	0,001
1 quilograma-força = $9{,}807 \times 10^5$	9,807	2,205	70,93	1000	1

1 tonelada = 2000 lb

Pressão

atm	dinas/cm^2	polegadas de água	cm Hg	PASCALS	libras/polegada^2	libras/pé^2
1 atmosfera = 1	$1{,}013 \times 10^6$	406,8	76	$1{,}013 \times 10^5$	14,70	2116
1 dina por centímetro^2 = $9{,}869 \times 10^{-7}$	1	$4{,}015 \times 10^{-4}$	$7{,}501 \times 10^{-5}$	0,1	$1{,}405 \times 10^{-5}$	$2{,}089 \times 10^{-3}$
1 polegada de água a 4°C = $2{,}458 \times 10^{-3}$	2491	1	0,1868	249,1	$3{,}613 \times 10^{-2}$	5,202
1 centímetro de mercúrio[a] a 0°C = $1{,}316 \times 10^{-2}$	$1{,}333 \times 10^4$	5,353	1	1333	0,1934	27,85
1 PASCAL = $9{,}869 \times 10^{-6}$	10	$4{,}015 \times 10^{-3}$	$7{,}501 \times 10^{-4}$	1	$1{,}450 \times 10^{-4}$	$2{,}089 \times 10^{-2}$
1 libra por polegada^2 = $6{,}805 \times 10^{-2}$	$6{,}895 \times 10^4$	27,68	5,171	$6{,}895 \times 10^3$	1	144
1 libra por pé^2 = $4{,}725 \times 10^{-4}$	478,8	0,1922	$3{,}591 \times 10^{-2}$	47,88	$6{,}944 \times 10^{-3}$	1

[a]Onde a aceleração da gravidade possui o valor-padrão de 9,80665 m/s^2.

1 bar = 10^6 dina/cm^2 = 0,1 MPa 1 milibar = 10^3 dinas/cm^2 = 10^2 Pa 1 torr = 1 mm Hg

Energia, Trabalho e Calor

As grandezas nas áreas sombreadas não são unidades de energia, mas foram incluídas por conveniência. Elas se originam da fórmula relativística de equivalência entre massa e energia $E = mc^2$, e representam a energia equivalente a um quilograma ou uma unidade unificada de massa atômica (u) (as duas últimas linhas) e a massa equivalente a uma unidade de energia (as duas colunas da extremidade direita).

	Btu	erg	pés-libras	hp · h	JOULES	cal	kW · h	eV	MeV	kg	u
1 Btu =	1	$1{,}055 \times 10^{10}$	777,9	$3{,}929 \times 10^{-4}$	1055	252,0	$2{,}930 \times 10^{-4}$	$6{,}585 \times 10^{21}$	$6{,}585 \times 10^{15}$	$1{,}174 \times 10^{-14}$	$7{,}070 \times 10^{12}$
1 erg =	$9{,}481 \times 10^{-11}$	1	$7{,}376 \times 10^{-8}$	$3{,}725 \times 10^{-14}$	10^{-7}	$2{,}389 \times 10^{-8}$	$2{,}778 \times 10^{-14}$	$6{,}242 \times 10^{11}$	$6{,}242 \times 10^{5}$	$1{,}113 \times 10^{-24}$	670,2
1 pé-libra =	$1{,}285 \times 10^{-3}$	$1{,}356 \times 10^{7}$	1	$5{,}051 \times 10^{-7}$	1,356	0,3238	$3{,}766 \times 10^{-7}$	$8{,}464 \times 10^{18}$	$8{,}464 \times 10^{12}$	$1{,}509 \times 10^{-17}$	$9{,}037 \times 10^{9}$
1 horsepower-hora =	2545	$2{,}685 \times 10^{13}$	$1{,}980 \times 10^{6}$	1	$2{,}685 \times 10^{6}$	$6{,}413 \times 10^{5}$	0,7457	$1{,}676 \times 10^{25}$	$1{,}676 \times 10^{19}$	$2{,}988 \times 10^{-11}$	$1{,}799 \times 10^{16}$
1 JOULE =	$9{,}481 \times 10^{-4}$	10^{7}	0,7376	$3{,}725 \times 10^{-7}$	1	0,2389	$2{,}778 \times 10^{-7}$	$6{,}242 \times 10^{18}$	$6{,}242 \times 10^{12}$	$1{,}113 \times 10^{-17}$	$6{,}702 \times 10^{9}$
1 caloria =	$3{,}968 \times 10^{-3}$	$4{,}1868 \times 10^{7}$	3,088	$1{,}560 \times 10^{-6}$	4,1868	1	$1{,}163 \times 10^{-6}$	$2{,}613 \times 10^{19}$	$2{,}613 \times 10^{13}$	$4{,}660 \times 10^{-17}$	$2{,}806 \times 10^{10}$
1 quilowatt-hora =	3413	$3{,}600 \times 10^{13}$	$2{,}655 \times 10^{6}$	1,341	$3{,}600 \times 10^{6}$	$8{,}600 \times 10^{5}$	1	$2{,}247 \times 10^{25}$	$2{,}247 \times 10^{19}$	$4{,}007 \times 10^{-11}$	$2{,}413 \times 10^{16}$
1 elétron-volt =	$1{,}519 \times 10^{-22}$	$1{,}602 \times 10^{-12}$	$1{,}182 \times 10^{-19}$	$5{,}967 \times 10^{-26}$	$1{,}602 \times 10^{-19}$	$3{,}827 \times 10^{-20}$	$4{,}450 \times 10^{-26}$	1	10^{-6}	$1{,}783 \times 10^{-36}$	$1{,}074 \times 10^{-9}$
1 milhão de elétron-volts =	$1{,}519 \times 10^{-16}$	$1{,}602 \times 10^{-6}$	$1{,}182 \times 10^{-13}$	$5{,}967 \times 10^{-20}$	$1{,}602 \times 10^{-13}$	$3{,}827 \times 10^{-14}$	$4{,}450 \times 10^{-20}$	10^{-6}	1	$1{,}783 \times 10^{-30}$	$1{,}074 \times 10^{-3}$
1 quilograma =	$8{,}521 \times 10^{13}$	$8{,}987 \times 10^{23}$	$6{,}629 \times 10^{16}$	$3{,}348 \times 10^{10}$	$8{,}987 \times 10^{16}$	$2{,}146 \times 10^{16}$	$2{,}497 \times 10^{10}$	$5{,}610 \times 10^{35}$	$5{,}610 \times 10^{29}$	1	$6{,}022 \times 10^{26}$
1 unidade unificada de massa atômica =	$1{,}415 \times 10^{-13}$	$1{,}492 \times 10^{-3}$	$1{,}101 \times 10^{-10}$	$5{,}559 \times 10^{-17}$	$1{,}492 \times 10^{-10}$	$3{,}564 \times 10^{-11}$	$4{,}146 \times 10^{-17}$	$9{,}320 \times 10^{8}$	932,0	$1{,}661 \times 10^{-27}$	1

Potência

	Btu/h	pés-libras/s	hp	cal/s	kW	WATTS
1 Btu por hora =	1	0,2161	$3{,}929 \times 10^{-4}$	$6{,}998 \times 10^{-2}$	$2{,}930 \times 10^{-4}$	0,2930
1 pé-libra por segundo =	4,628	1	$1{,}818 \times 10^{-3}$	0,3239	$1{,}356 \times 10^{-3}$	1,356
1 horsepower =	2545	550	1	178,1	0,7457	745,7
1 caloria por segundo =	14,29	3,088	$5{,}615 \times 10^{-3}$	1	$4{,}186 \times 10^{-3}$	4,186
1 quilowatt =	3413	737,6	1,341	238,9	1	1000
1 WATT =	3,413	0,7376	$1{,}341 \times 10^{-3}$	0,2389	0,001	1

Campo Magnético

gauss	TESLAS	miligauss
1 gauss = 1	10^{-4}	1000
1 TESLA = 10^4	1	10^7
1 miligauss = 0,001	10^{-7}	1

1 tesla = 1 weber/metro^2

Fluxo Magnético

maxwell	WEBERS
1 maxwell = 1	10^{-8}
1 WEBER = 10^8	1

Fórmulas Matemáticas E

Geometria

Círculo de raio r: circunferência $= 2\pi r$; área $= \pi r^2$.

Esfera de raio r: área $= 4\pi r^2$; volume $= \frac{4}{3}\pi r^3$.

Cilindro circular reto de raio r e altura h:
área $= 2\pi r^2 + 2\pi rh$; volume $= \pi r^2 h$.

Triângulo de base a e altura h: área $= \frac{1}{2}ah$.

Fórmula de Báskara

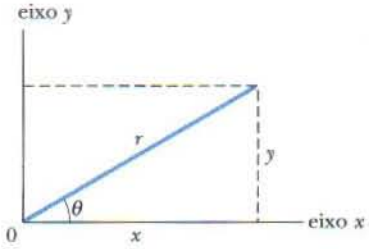
Se $ax^2 + bx + c = 0$, $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Funções Trigonométricas do Ângulo θ

$\text{sen}\,\theta = \dfrac{y}{r}$ $\quad \cos\theta = \dfrac{x}{r}$

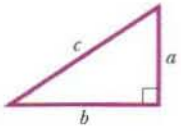
$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$ $\quad \cot\theta = \dfrac{x}{y}$

$\sec\theta = \dfrac{r}{x}$ $\quad \csc\theta = \dfrac{r}{y}$



Teorema de Pitágoras

Neste triângulo retângulo,
$a^2 + b^2 = c^2$



Triângulos

Ângulos: A, B, C

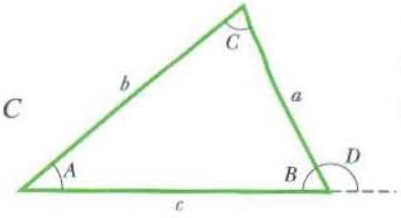
Lados opostos: a, b, c

$A + B + C = 180°$

$\dfrac{\text{sen}\,A}{a} = \dfrac{\text{sen}\,B}{b} = \dfrac{\text{sen}\,C}{c}$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

Ângulo externo $D = A + C$



Sinais e Símbolos Matemáticos

$=$ igual a

$\approx$ aproximadamente igual a

$\sim$ da ordem de grandeza de

$\neq$ diferente de

$\equiv$ idêntico a, definido como

$>$ maior que ($\gg$ muito maior que)

$<$ menor que ($\ll$ muito menor que)

$\geq$ maior ou igual a (não menor que)

$\leq$ menor ou igual a (não maior que)

$\pm$ mais ou menos

$\propto$ proporcional a

Σ somatório de

$x_{\text{méd}}$ valor médio de x

Identidades Trigonométricas

$\text{sen}(90° - \theta) = \cos\theta$

$\cos(90° - \theta) = \text{sen}\,\theta$

$\text{sen}\,\theta/\cos\theta = \tan\theta$

$\text{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\csc^2\theta - \cot^2\theta = 1$

$\text{sen}\,2\theta = 2\,\text{sen}\,\theta\cos\theta$

$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \text{sen}^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\,\text{sen}^2\theta$

$\text{sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen}\,\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\,\text{sen}\,\beta$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \text{sen}\,\alpha\,\text{sen}\,\beta$

$\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$

$\text{sen}\,\alpha \pm \text{sen}\,\beta = 2\,\text{sen}\,\frac{1}{2}(\alpha \pm \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\,\text{sen}\,\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\,\text{sen}\,\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

Teorema Binomial

$$(1+x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \cdots \qquad (x^2 < 1)$$

Expansão Exponencial

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

Expansão Logarítmica

$$\ln(1+x) = x - \tfrac{1}{2}x^2 + \tfrac{1}{3}x^3 - \cdots \quad (|x| < 1)$$

Expansões Trigonométricas (θ em radianos)

$$\operatorname{sen}\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \cdots$$

$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \cdots$$

$$\tan\theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + \cdots$$

Regra de Cramer

Duas equações lineares simultâneas com incógnitas x e y,

$$a_1x + b_1y = c_1 \quad \text{e} \quad a_2x + b_2y = c_2,$$

têm como soluções

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

e

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}.$$

Produtos de Vetores

Sejam $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ e $\hat{k}$ vetores unitários nas direções x, y e z, respectivamente. Nesse caso,

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\imath} = \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} = \hat{k}\cdot\hat{k} = 1, \quad \hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} = \hat{\jmath}\cdot\hat{k} = \hat{k}\cdot\hat{\imath} = 0,$$

$$\hat{\imath}\times\hat{\imath} = \hat{\jmath}\times\hat{\jmath} = \hat{k}\times\hat{k} = 0,$$

$$\hat{\imath}\times\hat{\jmath} = \hat{k}, \qquad \hat{\jmath}\times\hat{k} = \hat{\imath}, \qquad \hat{k}\times\hat{\imath} = \hat{\jmath}$$

Qualquer vetor $\vec{a}$ de componentes a_x, a_y e a_z ao longo dos eixos x, y e z pode ser escrito na forma

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}.$$

Sejam $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ vetores arbitrários de módulos a, b e c. Nesse caso,

$$\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c}) = (\vec{a}\times\vec{b}) + (\vec{a}\times\vec{c})$$

$$(s\vec{a})\times\vec{b} = \vec{a}\times(s\vec{b}) = s(\vec{a}\times\vec{b}) \qquad (s = \text{escalar}).$$

Seja θ o menor dos dois ângulos entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$. Nesse caso,

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a} = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z = ab\cos\theta$$

$$\vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{\imath}\begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \hat{\jmath}\begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

$$= (a_yb_z - b_ya_z)\hat{\imath} + (a_zb_x - b_za_x)\hat{\jmath} + (a_xb_y - b_xa_y)\hat{k}$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}| = ab\operatorname{sen}\theta$$

$$\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = \vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a}) = \vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})$$

$$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = (\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$$

Derivadas e Integrais

Nas fórmulas a seguir as letras u e v representam duas funções de x, e a e m são constantes. A cada integral indefinida deve-se somar uma constante de integração arbitrária. O *Handbook of Chemistry and Physics* (CRC Press Inc.) contém uma tabela mais completa.

1. $\frac{dx}{dx} = 1$
2. $\frac{d}{dx}(au) = a\frac{du}{dx}$
3. $\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$
4. $\frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$
5. $\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$
6. $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$
7. $\frac{d}{dx}e^x = e^x$
8. $\frac{d}{dx}\operatorname{sen} x = \cos x$
9. $\frac{d}{dx}\cos x = -\operatorname{sen} x$
10. $\frac{d}{dx}\tan x = \sec^2 x$
11. $\frac{d}{dx}\cot x = -\csc^2 x$
12. $\frac{d}{dx}\sec x = \tan x \sec x$
13. $\frac{d}{dx}\csc x = -\cot x \csc x$
14. $\frac{d}{dx}e^u = e^u\frac{du}{dx}$
15. $\frac{d}{dx}\operatorname{sen} u = \cos u\frac{du}{dx}$
16. $\frac{d}{dx}\cos u = -\operatorname{sen} u\frac{du}{dx}$

1. $\int dx = x$
2. $\int au\,dx = a\int u\,dx$
3. $\int (u+v)\,dx = \int u\,dx + \int v\,dx$
4. $\int x^m\,dx = \frac{x^{m+1}}{m+1}\ (m \neq -1)$
5. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x|$
6. $\int u\frac{dv}{dx}\,dx = uv - \int v\frac{du}{dx}\,dx$
7. $\int e^x\,dx = e^x$
8. $\int \operatorname{sen} x\,dx = -\cos x$
9. $\int \cos x\,dx = \operatorname{sen} x$
10. $\int \tan x\,dx = \ln|\sec x|$
11. $\int \operatorname{sen}^2 x\,dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\operatorname{sen} 2x$
12. $\int e^{-ax}\,dx = -\frac{1}{a}e^{-ax}$
13. $\int xe^{-ax}\,dx = -\frac{1}{a^2}(ax+1)e^{-ax}$
14. $\int x^2 e^{-ax}\,dx = -\frac{1}{a^3}(a^2x^2 + 2ax + 2)e^{-ax}$
15. $\int_0^\infty x^n e^{-ax}\,dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$
16. $\int_0^\infty x^{2n} e^{-ax^2}\,dx = \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2^{n+1}a^n}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$
17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2+a^2})$
18. $\int \frac{x\,dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}$
19. $\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(x^2+a^2)^{1/2}}$
20. $\int_0^\infty x^{2n+1} e^{-ax^2}\,dx = \frac{n!}{2a^{n+1}}\ (a > 0)$
21. $\int \frac{x\,dx}{x+d} = x - d\ln(x+d)$

F Propriedades dos Elementos

Todas as propriedades físicas são dadas para uma pressão de 1 atm, a menos que seja indicado em contrário.

Elemento	Símbolo	Número Atômico, Z	Massa Molar, g/mol	Massa Específica, g/cm³ a 20°C	Ponto de Fusão, °C	Ponto de Ebulição, °C	Calor Específico, J/(g · °C) a 25°C
Actínio	Ac	89	(227)	10,06	1323	(3473)	0,092
Alumínio	Al	13	26,9815	2,699	660	2450	0,900
Amerício	Am	95	(243)	13,67	1541	—	—
Antimônio	Sb	51	121,75	6,691	630,5	1380	0,205
Argônio	Ar	18	39,948	$1,6626 \times 10^{-3}$	−189,4	−185,8	0,523
Arsênio	As	33	74,9216	5,78	817 (28 atm)	613	0,331
Astatínio	At	85	(210)	—	(302)	—	—
Bário	Ba	56	137,34	3,594	729	1640	0,205
Berílio	Be	4	9,0122	1,848	1287	2770	1,83
Berquélio	Bk	97	(247)	14,79	—	—	—
Bismuto	Bi	83	208,980	9,747	271,37	1560	0,122
Bóhrio	Bh	107	262,12	—	—	—	—
Boro	B	5	10,811	2,34	2030	—	1,11
Bromo	Br	35	79,909	3,12 (líquida)	−7,2	58	0,293
Cádmio	Cd	48	112,40	8,65	321,03	765	0,226
Cálcio	Ca	20	40,08	1,55	838	1440	0,624
Califórnio	Cf	98	(251)	—	—	—	—
Carbono	C	6	12,01115	2,26	3727	4830	0,691
Cério	Ce	58	140,12	6,768	804	3470	0,188
Césio	Cs	55	132,905	1,873	28,40	690	0,243
Chumbo	Pb	82	207,19	11,35	327,45	1725	0,129
Cloro	Cl	17	35,453	$3,214 \times 10^{-3}$ (0°C)	−101	−34,7	0,486
Cobalto	Co	27	58,9332	8,85	1495	2900	0,423
Cobre	Cu	29	63,54	8,96	1083,40	2595	0,385
Criptônio	Kr	36	83,80	$3,488 \times 10^{-3}$	−157,37	−152	0,247
Cromo	Cr	24	51,996	7,19	1857	2665	0,448
Cúrio	Cm	96	(247)	13,3	—	—	—
Darmstádtio	Ds	110	(271)	—	—	—	—
Disprósio	Dy	66	162,50	8,55	1409	2330	0,172
Dúbnio	Db	105	262,114	—	—	—	—
Einstêinio	Es	99	(254)	—	—	—	—
Enxofre	S	16	32,064	2,07	119,0	444,6	0,707
Érbio	Er	68	167,26	9,15	1522	2630	0,167
Escândio	Sc	21	44,956	2,99	1539	2730	0,569
Estanho	Sn	50	118,69	7,2984	231,868	2270	0,226
Estrôncio	Sr	38	87,62	2,54	768	1380	0,737
Európio	Eu	63	151,96	5,243	817	1490	0,163
Férmio	Fm	100	(237)	—	—	—	—
Ferro	Fe	26	55,847	7,874	1536,5	3000	0,447
Flúor	F	9	18,9984	$1,696 \times 10^{-3}$ (0°C)	−219,6	−188,2	0,753

Elemento	Símbolo	Número Atômico, Z	Massa Molar, g/mol	Massa Específica, g/cm³ a 20°C	Ponto de Fusão, °C	Ponto de Ebulição, °C	Calor Específico, J/(g · °C) a 25°C
Fósforo	P	15	30,9738	1,83	44,25	280	0,741
Frâncio	Fr	87	(223)	—	(27)	—	—
Gadolínio	Gd	64	157,25	7,90	1312	2730	0,234
Gálio	Ga	31	69,72	5,907	29,75	2237	0,377
Germânio	Ge	32	72,59	5,323	937,25	2830	0,322
Háfnio	Hf	72	178,49	13,31	2227	5400	0,144
Hássio	Hs	108	(265)	—	—	—	—
Hélio	He	2	4,0026	$0,1664 \times 10^{-3}$	−269,7	−268,9	5,23
Hidrogênio	H	1	1,00797	$0,08375 \times 10^{-3}$	−259,19	−252,7	14,4
Hólmio	Ho	67	164,930	8,79	1470	2330	0,165
Índio	In	49	114,82	7,31	156,634	2000	0,233
Iodo	I	53	126,9044	4,93	113,7	183	0,218
Irídio	Ir	77	192,2	22,5	2447	(5300)	0,130
Itérbio	Yb	70	173,04	6,965	824	1530	0,155
Ítrio	Y	39	88,905	4,469	1526	3030	0,297
Lantânio	La	57	138,91	6,189	920	3470	0,195
Laurêncio	Lr	103	(257)	—	—	—	—
Lítio	Li	3	6,939	0,534	180,55	1300	3,58
Lutécio	Lu	71	174,97	9,849	1663	1930	0,155
Magnésio	Mg	12	24,312	1,738	650	1107	1,03
Manganês	Mn	25	54,9380	7,44	1244	2150	0,481
Meitnério	Mt	109	(266)	—	—	—	—
Mendelévio	Md	101	(256)	—	—	—	—
Mercúrio	Hg	80	200,59	13,55	−38,87	357	0,138
Molibdênio	Mo	42	95,94	10,22	2617	5560	0,251
Neodímio	Nd	60	144,24	7,007	1016	3180	0,188
Neônio	Ne	10	20,183	$0,8387 \times 10^{-3}$	−248,597	−246,0	1,03
Netúnio	Np	93	(237)	20,25	637	—	1,26
Nióbio	Nb	41	92,906	8,57	2468	4927	0,264
Níquel	Ni	28	58,71	8,902	1453	2730	0,444
Nitrogênio	N	7	14,0067	$1,1649 \times 10^{-3}$	−210	−195,8	1,03
Nobélio	No	102	(255)	—	—	—	—
Ósmio	Os	76	190,2	22,59	3027	5500	0,130
Ouro	Au	79	196,967	19,32	1064,43	2970	0,131
Oxigênio	O	8	15,9994	$1,3318 \times 10^{-3}$	−218,80	−183,0	0,913
Paládio	Pd	46	106,4	12,02	1552	3980	0,243
Platina	Pt	78	195,09	21,45	1769	4530	0,134
Plutônio	Pu	94	(244)	19,8	640	3235	0,130
Polônio	Po	84	(210)	9,32	254	—	—
Potássio	K	19	39,102	0,862	63,20	760	0,758
Praseodímio	Pr	59	140,907	6,773	931	3020	0,197
Prata	Ag	47	107,870	10,49	960,8	2210	0,234
Promécio	Pm	61	(145)	7,22	(1027)	—	—
Protactínio	Pa	91	(231)	15,37 (estimada)	(1230)	—	—
Rádio	Ra	88	(226)	5,0	700	—	—
Radônio	Rn	86	(222)	$9,96 \times 10^{-3}$ (0°C)	(−71)	−61,8	0,092
Rênio	Re	75	186,2	21,02	3180	5900	0,134
Ródio	Rh	45	102,905	12,41	1963	4500	0,243

Elemento	Símbolo	Número Atômico, Z	Massa Molar, g/mol	Massa Específica, g/cm³ a 20°C	Ponto de Fusão, °C	Ponto de Ebulição, °C	Calor Específico, J/(g · °C) a 25°C
Roentgênio	Rg	111	(272)	—	—	—	—
Rubídio	Rb	37	85,47	1,532	39,49	688	0,364
Rutênio	Ru	44	101,107	12,37	2250	4900	0,239
Rutherfórdio	Rf	104	261,11	—	—	—	—
Samário	Sm	62	150,35	7,52	1072	1630	0,197
Seabórgio	Sg	106	263,118	—	—	—	—
Selênio	Se	34	78,96	4,79	221	685	0,318
Silício	Si	14	28,086	2,33	1412	2680	0,712
Sódio	Na	11	22,9898	0,9712	97,85	892	1,23
Tálio	Tl	81	204,37	11,85	304	1457	0,130
Tântalo	Ta	73	180,948	16,6	3014	5425	0,138
Tecnécio	Tc	43	(99)	11,46	2200	—	0,209
Telúrio	Te	52	127,60	6,24	449,5	990	0,201
Térbio	Tb	65	158,924	8,229	1357	2530	0,180
Titânio	Ti	22	47,90	4,54	1670	3260	0,523
Tório	Th	90	(232)	11,72	1755	(3850)	0,117
Túlio	Tm	69	168,934	9,32	1545	1720	0,159
Tungstênio	W	74	183,85	19,3	3380	5930	0,134
Unúmbio	Uub	112	(285)	—	—	—	—
Ununhéxio	Uuh	116	(293)	—	—	—	—
Ununóctio	Uuo	118	(294)	—	—	—	—
Ununpêntio	Uup	115	(288)	—	—	—	—
Ununquádio	Uuq	114	(289)	—	—	—	—
Ununséptio	Uus	117	—	—	—	—	—
Ununtrio	Uut	113	(284)	—	—	—	—
Urânio	U	92	(238)	18,95	1132	3818	0,117
Vanádio	V	23	50,942	6,11	1902	3400	0,490
Xenônio	Xe	54	131,30	$5,495 \times 10^{-3}$	−111,79	−108	0,159
Zinco	Zn	30	65,37	7,133	419,58	906	0,389
Zircônio	Zr	40	91,22	6,506	1852	3580	0,276

Os números entre parênteses na coluna das massas molares são os números de massa dos isótopos de vida mais longa dos elementos radioativos. Os pontos de fusão e pontos de ebulição entre parênteses são pouco confiáveis.

Os dados para os gases são válidos apenas quando estes se encontram no estado molecular mais comum, como H_2, He, O_2, Ne etc. Os calores específicos dos gases são os valores à pressão constante.

Fonte: Adaptada de J. Emsley, *The Elements*, 3ª edição, 1998, Clarendon Press, Oxford. Veja também www.webelements.com para valores atualizados e, possivelmente, novos elementos.

Tabela Periódica dos Elementos G

Metais
Metalóides
Não-metais

PERÍODOS HORIZONTAIS	Metais alcalinos IA	IIA	Metais de transição IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	VIIIB			IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	Gases nobres 0
1	1 H																	2 He
2	3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
3	11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
4	19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
5	37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
6	55 Cs	56 Ba	57-71 *	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
7	87 Fr	88 Ra	89-103 †	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112	113	114	115	116	117	118

Metais de transição

Série dos lantanídeos *	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu
Série dos actinídeos †	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr

Os elementos 112, 114 e 116 foram descobertos, mas até 2007 ainda não haviam recebido nomes. Veja www.webelements.com para informações mais atualizadas e possíveis novos elementos.

Respostas

dos Testes e das Perguntas e Problemas Ímpares

Capítulo 1

PR **1.** (a) 10^9 μm; (b) 10^{-4}; (c) $9{,}1 \times 10^5$ μm **3.** (a) 160 varas; (b) 40 cadeias **5.** (a) $4{,}00 \times 10^4$ km; (b) $5{,}10 \times 10^8$ km^2; (c) $1{,}08 \times 10^{12}$ km^3 **7.** $1{,}9 \times 10^{22}$ cm^3 **9.** $1{,}1 \times 10^3$ acres-pés **11.** $1{,}21 \times 10^{12}$ μs **13.** (a) 1,43; (b) 0,864 **15.** (a) 495 s; (b) 141 s; (c) 198 s; (d) −245 s **17.** C, D, A, B, E; o critério importante é a constância dos resultados, e não o seu valor **19.** $5{,}2 \times 10^6$ m **21.** (a) 1×10^3 kg; (b) 158 kg/s **23.** $9{,}0 \times 10^{49}$ átomos **25.** (a) $1{,}18 \times 10^{-29}$ m^3; (b) 0,282 nm **27.** 1750 kg **29.** $1{,}9 \times 10^5$ kg **31.** 1,43 kg/min **33.** (a) 22 *pecks*; (b) 5,5 *Imperial bushels*; (c) 200 L **35.** (a) 18,8 galões; (b) 22,5 galões **37.** (a) 11,3 m^2/L; (b) $1{,}13 \times 10^4$ m^{-1}; (c) $2{,}17 \times 10^{-3}$ pés^2/galão; (d) número de galões para pintar um pé quadrado **39.** 0,3 cord **41.** (a) 293 alqueires americanos; (b) $3{,}81 \times 10^3$ alqueires americanos **43.** 8×10^2 km **45.** 0,12 UA/min **47.** 3,8 mg/s **49.** 10,7 pimentas *habanero* **51.** (a) sim; (b) 8,6 segundos do universo **53.** (a) 3,88; (b) 7,65; (c) 156 ken^3; (d) $1{,}19 \times 10^3$ m^3 **55.** 1,2 m **57.** (a) $4{,}9 \times 10^{-6}$ parsecs; (b) $1{,}6 \times 10^{-5}$ anos-luz **59.** (a) 3,9 m, 4,8 m; (b) $3{,}9 \times 10^3$ mm, $4{,}8 \times 10^3$ mm; (c) 2,2 m^3, 4,2 m^3

Capítulo 2

T **1.** b e c **2.** (verifique a derivada dx/dt) (a) 1 e 4; (b) 2 e 3 **3.** (a) positivo; (b) negativo; (c) negativo; (d) positivo **4.** 1 e 4 ($a = d^2x/dt^2$ deve ser constante) **5.** (a) positivo (deslocamento para cima ao longo do eixo y); (b) negativo (deslocamento para baixo ao longo do eixo y); (c) $a = -g = -9{,}8$ m/s^2

P **1.** (a) todas iguais; (b) 4, 1 e 2, 3 **3.** (a) negativo; (b) positivo; (c) sim; (d) positiva; (e) constante **5.** (a) positivo; (b) negativo; (c) 3 e 5; (d) 2 e 6, 3 e 5, 1 e 4 **7.** (a) 3, 2, 1; (b) 1, 2, 3; (c) todas iguais; (d) 1, 2, 3 **9.** (a) D; (b) E **PR** **1.** (a) +40 km/h; (b)40 km/h **3.** 13 m **5.** (a) 0; (b) −2 m; (c) 0; (d) 12 m; (e) +12 m; (f) +7 m/s **7.** 1,4 m **9.** 128 km/h **11.** 60 km **13.** (a) 73 km/h; (b) 68 km/h; (c) 70 km/h; (d) 0 **15.** (a) −6 m/s; (b) no sentido negativo; (c) 6 m/s; (d) diminuindo; (e) 2 s; (f) não **17.** (a) 28,5 cm/s; (b) 18,0 cm/s; (c) 40,5 cm/s; (d) 28,1 cm/s; (e) 30,3 cm/s **19.** −20 m/s^2 **21.** (a) m/s^2; (b) m/s^3; (c) 1,0 s; (d) 82 m; (e) −80 m; (f) 0; (g) −12 m/s; (h) −36 m/s; (i) −72 m/s; (j) −6 m/s^2; (k) −18 m/s^2; (l) −30 m/s^2; (m) −42 m/s^2 **23.** (a) +1,6 m/s; (b) +18 m/s **25.** (a) $3{,}1 \times 10^6$ s; (b) $4{,}6 \times 10^{13}$ m **27.** $1{,}62 \times 10^{15}$ m/s^2 **29.** (a) 30 s; (b) 300 m **31.** (a) 10,6 m; (b) 41,5 s **33.** (a) 3,56 m/s^2; (b) 8,43 m/s **35.** (a) 4,0 m/s^2; (b) positivo **37.** (a) −2,5m/s^2; (b) l; (d) 0; (e) 2 **39.** 40 m **41.** 0,90 m/s^2 **43.** (a) 15,0 m; (b) 94 km/h **45.** (a) 29,4 m; (b) 2,45 s **47.** (a) 31 m/s; (b) 6,4 s **49.** (a) 5,4 s; (b) 41 m/s **51.** 4,0 m/s **53.** (a) 20 m; (b) 59 m **55.** (a) 857 m/s^2; (b) para cima **57.** (a) $1{,}26 \times 10^3$ m/s^2; (b) para cima **59.** (a) 89 cm; (b) 22 cm **61.** 2,34 m **63.** 20,4 m **65.** (a) 2,25 m/s; (b) 3,90 m/s **67.** 100 m **69.** 0,56 m/s **71.** (a) 82 m; (b) 19 m/s **73.** (a) 2,00 s; (b) 12 cm; (c) −9,00 cm/s^2; (d) para a direita; (e) para a esquerda; (f) 3,46 s **75.** (a) 48,5 m/s; (b) 4,95 s; (c) 34,3 m/s; (d) 3,50 s **77.** 414 ms **79.** 90 m **81.** (a) 3,0 s; (b) 9,0 m **83.** 2,78 m/s^2 **85.** (a) 0,74 s; (b) 6,2 m/s^2 **87.** 17 m/s **89.** +47 m/s **91.** (a) 3,1 m/s^2; (b) 45 m; (c) 13 s **93.** (a) 1,23 cm; (b) por 4; (c) por 9; (d) por 16; (e) por 25 **95.** 25 km/h **97.** 1,2 h **99.** $4H$ **101.** (a) 3,2 s; (b) 1,3 s **103.** (a) 10,2 s; (b) 10,0 m **105.** (a) 8,85 m/s; (b) 1,00 m **107.** (a) 2,0 m/s^2; (b) 12 m/s; (c) 45 m **109.** 3,75 ms **111.** (a) 5,44 s; (b) 53,3 m/s; (c) 5,80 m **113.** (a) 9,08 m/s^2; (b) 0,926g; (c) 6,12 s; (d) 15,3T_r; (e) ao processo de frenagem; (f) 5,56 m

Capítulo 3

T **1.** (a) 7 m ($\vec{a}$ e $\vec{b}$ no mesmo sentido; (b) l m ($\vec{a}$ e $\vec{b}$ em sentidos opostos) **2.** c, d, f (a origem da segunda componente deve coincidir com a extremidade da primeira; $\vec{a}$ deve ligar a origem da primeira componente com a extremidade da segunda) **3.** (a), +; (b) +, −; (c) +, + (o vetor deve ser traçado da origem de $\vec{d}_1$ à extremidade de $\vec{d}_2$) **4.** (a) 90°; (b) 0° (os vetores são paralelos); (c) 180° (os vetores são antiparalelos) **5.** (a) 0° ou 180°; (b) 90° **P** **1.** A seqüência $\vec{d}_2$, $\vec{d}_1$ ou a seqüência $\vec{d}_2$, $\vec{d}_2$, $\vec{d}_3$. **3.** sim, se os vetores forem paralelos **5.** (a) sim; (b) sim; (c) não **7.** todos, menos (e) **9.** (a) $+x$ para (1), $+z$ para (2), $+z$ para (3); (b) $-x$ para (1), $-z$ para (2), $-z$ para (3)

PR **1.** (a) 47,2 m; (b) 122° **3.** (a) −2,5 m; (b) −6,9 m **5.** (a) 156 km; (b) 39,8° a oeste do norte **7.** (a) 6,42 m; (b) não; (c) sim; (d) sim; (e) uma possível resposta: $(4{,}30\text{ m})\hat{i} + (3{,}70\text{ m})\hat{j} + (3{,}00\text{ m})\hat{k}$; (f) 7,96 m **9.** (a) $(-9{,}0\text{ m})\hat{i} + (10\text{ m})\hat{j}$; (b)13 m; (c)132° **11.** 4,74 km **13.** (a) $(3{,}0\text{ m})\hat{i} - (2{,}0\text{ m})\hat{j} + (5{,}0\text{ m})\hat{k}$; (b) $(5{,}0\text{ m})\hat{i} - (4{,}0\text{ m})\hat{j} - (3{,}0\text{ m})\hat{k}$; (c) $(-5{,}0\text{ m})\hat{i} + (4{,}0\text{ m})\hat{j} + (3{,}0\text{ m})\hat{k}$ **15.** (a) −70,0 cm; (b) 80,0 cm; (c) 141 cm; (d) −172° **17.** (a) 1,59 m; (b) 12,1 m; (c) 12,2 m; (d) 82,5° **19.** (a) 38 m; (b) −37,5°; (c) 130 m; (d) 1,2°; (e) 62 m; (f) 130° **21.** 5,39 m e 21,8° à esquerda ou para a frente **23.** 2,6 km **25.** 3,2 **27.** (a) 7,5 cm; (b) 90°; (c) 8,6 cm; (d) 48° **29.** (a) $8\hat{i} + 16\hat{j}$; (b) $2\hat{i} + 4\hat{j}$ **31.** (a) $a\hat{i} + a\hat{j} + a\hat{k}$; (b) $-a\hat{i} + a\hat{j} + a\hat{k}$; (c) $a\hat{i} - a\hat{j} + a\hat{k}$; (d) $-a\hat{i} - a\hat{j} + a\hat{k}$; (e) 54,7°; (f) $3^{0,5}a$ **33.** (a) −18,8 unidades; (b) 26,9 unidades, na direção $+z$ **35.** (a) −21; (b) −9; (c) $5\hat{i} - 11\hat{j} - 9\hat{k}$ **37.** (a) 12; (b) $+z$; (c) 12; (d) $-z$; (e) 12; (f) $+z$ **39.** 22° **41.** 70,5° **43.** (a) 3,00 m; (b) 0; (c) 3,46 m; (d) 2,00 m; (e) −5,00 m; (f) 8,66 m; (g) −6,67; (h) 4,33 **45.** (a) 27,8 m; (b) 13,4 m **47.** (a) 30; (b) 52 **49.** (a) −2,83 m; (b) −2,83 m; (c) 5,00 m; (d)0; (e) 3,00 m; (f) 5,20 m; (g) 5,17 m; (h) 2,37 m; (i) 5,69 m; (j) 25° ao norte do leste; (k) 5,69 m; (l) 25° ao sul do oeste **51.** (a) 103 km; (b) 60,9° ao norte do oeste **53.** (a) 140°; (b) 90,0°; (c) 99,1° **55.** (a) −83,4; (b) $(1{,}14 \times 10^3)\hat{k}$; (c) $1{,}14 \times 10^3$, θ não é definido, $\phi = 0°$; (d) 90,0°; (e) $-5{,}14\hat{i} + 6{,}13\hat{j} + 3{,}00\hat{k}$; (f) 8,54, $\theta = 130°$, $\phi = 69{,}4°$ **57.** (a) 3,0 m^2; (b) 52 m^3; (c) $(11\text{ m}^2)\hat{i} + (9{,}0\text{ m}^2)\hat{j} + (3{,}0\text{ m}^2)\hat{k}$ **59.** (a) $+y$; (b) $-y$; (c) 0; (d) 0; (e) $+z$; (f) $-z$; (g) ab; (h) ab; (i) ab/d; (j) $+z$ **61.** (a) 0; (b) 0; (c) −1; (d) para oeste; (e) para cima; (f) para oeste **63.** Walpole (onde fica a penitenciária estadual) **65.** (a) $(9{,}19\text{ m})\hat{i}' + (7{,}71\text{ m})\hat{j}'$; (b) $(14{,}0\text{ m})\hat{i}' + (3{,}41\text{ m})\hat{j}'$ **67.** (a) $11\hat{i} + 5{,}0\hat{j} - 7{,}0\hat{k}$; (b) 120°; (c) −4,9; (d) 7,3 **69.** (a) $(-40\hat{i} - 20\hat{j} + 25\hat{k})$ m; (b)45 m **71.** 4,1

Capítulo 4

T **1.** (trace $\vec{v}$ tangente à trajetória, com a origem na trajetória) (a) primeiro; (b) terceiro **2.** (calcule a derivada segunda em relação ao tempo) (1) e (3) a_x e a_y são constantes e, portanto, $\vec{a}$ é constante; (2) e (4) a_y é constante mas a_x não é constante e, portanto, $\vec{a}$ não é constante **3.** não **4.** (a) v_x é constante; (b) v_y é inicialmente positiva, diminui até zero e depois se torna cada vez mais negativa; (c) $a_x = 0$ sempre; (d) $a_y = -g$ sempre **5.** (a) $-(4\text{ m/s})\hat{i}$; (b) $-(8\text{ m/s}^2)\hat{j}$ **P** **1.** (a) $(7\text{ m})\hat{i} + (1\text{ m})\hat{j} + (-2\text{ m})\hat{k}$; (b) $(5\text{ m})\hat{i} + (-3\text{ m})\hat{j} + (1\text{ m})\hat{k}$; (c) $(-2\text{ m})\hat{i}$

3. (a) todos iguais; (b) 1 e 2 (o foguete é disparado para cima), 3 e 4 (o foguete é disparado para baixo!) **5.** diminui **7.** (a) todas iguais; (b) todas iguais; (c) 3, 2, 1; (d) 3, 2 ,1 **9.** (a) 0; (b) 350 km/h; (c) 350 km/h; (d) igual (a componente vertical do movimento seria a mesma) **11.** (a) 90° e 270°; (b)0° e 180°; (c) 90° e 270° **13.** 2, 1 e 4, 3 **PR** **1.** $(-2{,}0\,\text{m})\hat{i} + (6{,}0\,\text{m})\hat{j} - (10\,\text{m})\hat{k}$ **3.** (a) 6,2 m **5.** $(-0{,}70\,\text{m/s})\hat{i} + (1{,}4\,\text{m/s})\hat{j} - (0{,}40\,\text{m/s})\hat{k}$ **7.** (a) 7,59 km/h; (b) 22,5° a leste do norte **9.** (a) 0,83 cm/s; (b) 0°; (c) 0,11 m/s; (d) −63° **11.** (a) $(8\,\text{m/s}^2)t\hat{j} + (1\,\text{m/s})\hat{k}$; (b) $(8\,\text{m/s}^2)\hat{j}$ **13.** (a) $(6{,}00\,\text{m})\hat{i} - (106\,\text{m})\hat{j}$; (b) $(19{,}0\,\text{m/s})\hat{i} - (224\,\text{m/s})\hat{j}$; (c) $(24{,}0\,\text{m/s}^2)\hat{i} - (336\,\text{m/s}^2)\hat{j}$; (d) −85,2° **15.** $(32\,\text{m/s})\hat{i}$ **17.** (a) $(-1{,}50\,\text{m/s})\hat{j}$; (b) $(4{,}50\,\text{m})\hat{i} - (2{,}25\,\text{m})\hat{j}$ **19.** (a) $(72{,}0\,\text{m})\hat{i} + (90{,}7\,\text{m})\hat{j}$; (b) 49,5° **21.** (a) 3,03 s; (b) 758 m; (c) 29,7 m/s **23.** 43,1 m/s (155 km/h) **25.** (a) 18 cm; (b) 1,9 m **27.** (a) 10,0 s; (b) 897 m **29.** (a) 1,60 m; (b) 6,86 m; (c) 2,86 m **31.** (a) 202 m/s; (b) 806 m; (c) 161 m/s; (d) −171 m/s **33.** 3,35 m **35.** 78,5° **37.** (a) 11 m; (b) 23 m; (c) 17 m/s; (d) 63° **39.** 4,84 cm **41.** (a) 32,3 m; (b) 21,9 m/s; (c) 40,4° **43.** (a) na rampa; (b) 5,82 m; (c) 31,0° **45.** 64,8° **47.** (a) sim; (b) 2,56 m **49.** (a) 2,3°; (b) 1,4 m; (c) 18° **51.** (a) 31°; (b) 63° **53.** no terceiro **55.** (a) 75,0 m; (b) 31,9 m/s; (c) 66,9°; (d) 25,5 m **57.** (a) 12 s; (b) 4,1 m/s²; (c) para baixo; (d) 4,1 m/s²; (e) para cima **59.** (a) $1{,}3 \times 10^5$ m/s; (b) $7{,}9 \times 10^5$ m/s²; (c) aumentam **61.** (a) 7,32 m; (b) para oeste; (c) para o norte **63.** $(3{,}00\,\text{m/s}^2)\hat{i} + (6{,}00\,\text{m/s}^2)\hat{j}$ **65.** 2,92 m **67.** 160 m/s² **69.** (a) 13 m/s²; (b) para leste; (c) 13 m/s²; (d) para leste **71.** 1,67 **73.** (a) 38 nós; (b) 1,5° a leste do norte; (c) 4,2 h; (d) 1,5° a oeste do sul **75.** 60° **77.** 32 m/s **79.** (a) $(80\,\text{km/h})\hat{i} - (60\,\text{km/h})\hat{j}$; (b) 0°; (c) não **81.** (a) $(-32\,\text{km/h})\hat{i} - (46\,\text{km/h})\hat{j}$; (b) $[(2{,}5\,\text{km}) - (32\,\text{km/h})r]\hat{i} + [(4{,}0\,\text{km}) - (46\,\text{km/h})r]\hat{j}$; (c) 0,084 h; (d) 2×10^2 m **83.** (a) 2,7 km; (b) 76° no sentido horário **85.** 2,64 m **87.** (a) 2,5 m; (b) 0,82 m; (c) 9,8 m/s²; (d) 9,8 m/s² **89.** (a) − 30°; (b) 69 min; (c) 80 min; (d) 80 min; (e) 0°; (f) 60 min **91.** (a) 62 ms; (b) $4{,}8 \times 10^2$ m/s **93.** (a) $6{,}7 \times 10^6$ m/s; (b) $1{,}4 \times 10^{-7}$ s **95.** (a) 4,2 m, 45°; (b) 5,5 m, 68°; (c) 6,0 m, 90°; (d) 4,2 m, 135°; (e) 0,85 m/s, 135°; (f) 0,94 m/s, 90°; (g) 0,94 m/s, 180°; (h) 0,30 m/s², 180°; (i) 0,30 m/s², 270° **97.** (a) 6,79 km/h; (b) 6,96° **99.** (a) 16 m/s; (b) 23°; (c) acima; (d) 27 m/s; (e) 57°; (f) abaixo **101.** (a) 24 m/s; (b) 65° **103.** (a) 1,5; (b) (36 m, 54 m) **105.** (a) 0,034 m/s²; (b) 84 min **107.** (a) 44 m; (b) 13 m; (c) 8,9 m **109.** (a) $2{,}6 \times 10^2$ m/s; (b) 45 s; (c) aumentaria **111.** (a) 45 m; (b) 22 m/s **113.** (a) 2,00 ns; (b) 2,00 mm; (c) $1{,}00 \times 10^7$ m/s; (d) $2{,}00 \times 10^6$ m/s **115.** (a) $4{,}6 \times 10^{12}$ m; (b) $2{,}4 \times 10^5$ s **117.** 93° em relação à direção do movimento do vagão **119.** (a) 8,43 m; (b) −129° **121.** (a) 63 km; (b) 18° ao sul do leste; (c) 0,70 km/h; (d) 18° ao sul do leste; (e) 1,6 km/h; (f) 1,2 km/h; (g) 33° ao norte do leste **123.** 3×10^1 m **125.** (a) 14 m/s; (b) 14 m/s; (c) −10 m; (d) −4,9 m; (e) +10 m; (f) −4,9 m **127.** 67 km/h **129.** (a) 75° a leste do sul; (b) 30° a leste do norte. Existe uma segunda solução, com o leste substituído por oeste nas duas respostas. **131.** (a) 11 m; (b) 45 m/s

Capítulo 5

T **1.** *c*, *d* e *e* **2.** (a) e (b) 2 N, para a esquerda (a aceleração é zero nas duas situações) **3.** (a) igual; (b) maior (a aceleração é para cima e, portanto, a força resultante é para cima) **4.** (a) igual; (b) maior; (c) menor **5.** (a) aumentam; (b) sim; (c) permanecem os mesmos; (d) sim **P** **1.** aumentar **3.** (a) 2 e 4; (b) 2 e 4 **5.** (a) 2, 3, 4; (b) 1, 3, 4; (c) 1, $+y$; 2, $+x$; 3, quarto quadrante; 4, terceiro quadrante **7.** (a) 20 kg; (b) 18 kg; (c) 10 kg; (d) todas iguais; (e) 3,2,1 **9.** (a) aumenta a partir do valor inicial mg; (b) diminui de mg até zero (e depois o bloco perde o contato com o piso) **11.** (a) M; (b) M; (c) M; (d) $2M$; (e) $3M$

PR **1.** (a) 1,88 N; (b) 0,684 N; (c) $(1{,}88\,\text{N})\hat{i} + (0{,}684\,\text{N})\hat{j}$ **3.** 2,9 m/s² **5.** (a) $(-32{,}0\,\text{N})\hat{i} - (20{,}8\,\text{N})\hat{j}$; (b) 38,2 N; (c) −147° **7.** (a) $(0{,}86\,\text{m/s}^2)\hat{i} - (0{,}16\,\text{m/s}^2)\hat{j}$; (b) 0,88m/s²; (c) −11° **9.** 9,0 m/s² **11.** (a) 8,37 N; (b) −133°; (c) -125° **13.** (a) 108 N; (b) 108 N; (c) 108 N **15.** (a) 4,0 kg; (b) 1,0 kg; (c) 4,0 kg; (d) 1,0 kg **17.** (a) $-9{,}80\hat{j}$ m/s²; (b) $2{,}35\hat{j}$ m/s²; (c) 1,37 s; (d) $(-5{,}56 \times 10^{-3}\,\text{N})\hat{j}$; (e) $(1{,}333 \times 10^{-3}\,\text{N})\hat{j}$ **19.** (a) 42 N; (b) 72 N; (c) 4,9 m/s² **21.** (a) 11,7 N; (b) − 59,0° **23.** (a) 0,022 m/s²; (b) $8{,}3 \times 10^4$ km; (c) $1{,}9 \times 10^3$ m/s **25.** $1{,}2 \times 10^5$ N **27.** (a) 494 N; (b) para cima; (c) 494 N; (d) para baixo **29.** 1,5 mm **31.** (a) 46,7°; (b) 28,0° **33.** (a) 0,62 m/s²; (b) 0,13 m/s²; (c) 2,6 m **35.** (a) 1,18 m; (b) 0,674 s; (c) 3,50 m/s **37.** (a) $2{,}2 \times 10^{-3}$N; (b) $3{,}7 \times 10^{-3}$ N **39.** $1{,}8 \times 10^4$ N **41.** (a) 31,3 kN; (b) 24,3 kN **43.** (a) 1,4 m/s²; (b) 4,1 m/s **45.** (a) 1,23 N; (b) 2,46 N; (c) 3,69 N; (d) 4,92 N; (e) 6,15 N; (f) 0,250 N **47.** (a) 2,18 m/s²; (b) 116 N; (c) 21,0 m/s² **49.** $6{,}4 \times 10^3$ N **51.** (a) 0,970 m/s²; (b) 11,6 N; (c) 34,9 N **53.** (a) 1,1 N **55.** (a) 3,6 m/s²; (b) 17 N **57.** (a) 4,9 m/s²; (b) 2,0 m/s²; (c) para cima; (d) 120 N **59.** (a) 0,735 m/s²; (b) para baixo; (c) 20,8 N **61.** $2Ma/(a + g)$ **63.** (a) 0,653 m/s³; (b) 0,896 m/s³; (c) 6,50 s **65.** 81,7 N **67.** (a) 8,0 m/s; (b) $+x$ **69.** (a) 13 597 kg; (b) 4917 L; (c) 6172 kg; (d) 20,075 L; (e) 45% **71.** (a) 0; (b) 0,83 m/s²; (c) 0 **73.** (a) 0,74 m/s²; (b) 7,3 m/s² **75.** (a) a corda arrebenta; (b) 1,6 m/s² **77.** 2,4 N **79.** (a) 4,6 m/s²; (b) 2,6 m/s² **81.** (a) 65 N; (b) 49 N **83.** (a) 11 N; (b) 2,2 kg; (c) 0; (d) 2,2 kg **85.** (a) $4{,}6 \times 10^3$ N; (b) $5{,}8 \times 10^3$ N **87.** (a) 4 kg; (b) 6,5 m/s²; (c) 13 N **89.** 195 N **91.** (a) 44 N; (b) 78 N; (c) 54 N; (d) 152 N **93.** 16N **95.** (a) $1{,}8 \times 10^2$ N; (b) $6{,}4 \times 10^2$ N **97.** (a) $(5{,}0\,\text{m/s})\hat{i} + (4{,}3\,\text{m/s})\hat{j}$; (b) $(15\,\text{m})\hat{i} + (6{,}4\,\text{m})\hat{j}$ **99.** 16 N **101.** (a) 2,6 N; (b) 17° **103.** (a) 4,1 m/s²; (b) 836 N

Capítulo 6

T **1.** (a) zero (porque não há uma tentativa de deslizamento); (b) 5 N; (c) não; (d) sim; (e) 8 N **2.** ($\vec{a}$ aponta para o centro da trajetória circular) (a) $\vec{a}$ aponta para baixo, $\vec{F}_N$ aponta para cima; (b) $\vec{a}$ e $\vec{F}_N$ apontam para cima **P** **1.** (a) permanece o mesmo; (b) aumenta; (c) aumenta; (d) não **3.** (a) diminui; (b) diminui; (c) aumenta; (d) aumenta; (e) aumenta **5.** (a) para cima; (b) horizontal, na sua direção; (c) não varia; (d) aumenta; (e) aumenta **7.** A princípio, $\vec{f}_s$ aponta para cima ao longo da rampa e seu módulo aumenta a partir de mg sen θ até atingir $f_{s,\text{máx}}$. Daí em diante a força se torna a força de atrito cinético, que aponta para cima ao longo da rampa e cujo módulo é f_k (um valor constante menor que $f_{s,\text{máx}}$). **9.** (a) todas iguais; (b) todas iguais; (c) 2, 3, 1 **11.** Primeiro 4, depois 3 e depois 1, 2 e 5 empatadas **PR** **1.** (a) $2{,}0 \times 10^2$ N; (b) $1{,}2 \times 10^2$ N **3.** (a) $1{,}9 \times 10^2$ N; (b) 0,56 m/s² **5.** 36 m **7.** (a) 11 N; (b) 0,14 m/s² **9.** (a) 6,0 N; (b) 3,6 N; (c) 3,1 N **11.** (a) $1{,}3 \times 10^2$ N; (b) não; (c) $1{,}1 \times 10^2$ N; (d) 46 N; (e) 17 N **13.** (a) $3{,}0 \times 10^2$ N; (b) 1,3 m/s² **15.** 2° **17.** (a) não; (b) $(-12\,\text{N})\hat{i} + (5{,}0\text{N})\hat{j}$ **19.** (a) 19°; (b) 3,3 kN **21.** (a) $(17\,\text{N})\hat{i}$; $(20\,\text{N})\hat{i}$; (c) $(15\,\text{N})\hat{i}$ **23.** $1{,}0 \times 10^2$ N **25.** 0,37 **27.** (a) 3,5 m/s²; (b) 0,21 N **29.** (a) 0; (b) $(-3{,}9\,\text{m/s}^2)\hat{i}$; (c) $(-1{,}0\,\text{m/s}^2)\hat{i}$ **31.** (a) 66 N; (b) 2,3 m/s² **33.** $4{,}9 \times 10^2$ N **35.** 9,9 s **37.** 2,3 **39.** (a) $3{,}2 \times 10^2$ km/h; (b) $6{,}5 \times 10^2$ km/h; (c) não **41.** 21 m **43.** 0,60 **45.** (a) 10 s; (b) $4{,}9 \times 10^2$ N; (c) $1{,}1 \times 10^3$ N **47.** $1{,}37 \times 10^3$ N **49.** (a) mais leve; (b) 778 N; (c) 223 N; (d) 1,11 kN **51.** 12° **53.** 2,2 km **55.** 1,81 m/s **57.** $2{,}6 \times 10^3$ N **59.** (a) 8,74 N; (b) 37,9 N; (c) 6,45 m/s; (d) na direção da haste **61.** (a) 69 km/h; (b) 139 km/h; (c) sim **63.** (a) 7,5 m/s²; (b) para baixo; (c) 9,5 m/s²; (d) para baixo **65.** (a) 27 N; (b) 3,0 m/s² **67.** (a) 35,3 N; (b) 39,7 N; (c) 320 N **69.** $g\,(\text{sen}\,\theta - 2^{0,5}\mu_k \cos\theta)$ **71.** (a) $3{,}0 \times 10^5$ N; (b) 1,2° **73.** 147 m/s **75.** (a) 56 N; (b) 59 N;

(c) $1,1 \times 10^3$ N **77.** (a) 275 N; (b) 877 N **79.** (b) 240 N; (c) 0,60 **81.** (a) 13 N; (b) 1,6 m/s^2 **83.** 0,76 **85.** (a) $3,21 \times 10^3$ N; (b) sim **87.** 3,4 m/s^2 **89.** (a) 84,2 N; (b) 52,8 N; (c) 1,87 m/s^2 **91.** (a) 222 N; 334 N; (c) 311 N; (d) 311 N; (e) c, d **93.** (a) 6,80 s; (b) 6,76 s **95.** 3,4% **97.** (a) $\mu_k mg/(\text{sen}\ \theta - \mu_k \cos\theta)$; (b) $\theta_0 = \tan^{-1} \mu_s$ **99.** (a) $v_0^2/(4g\ \text{sen}\ \theta)$; (b) não **101.** (a) 30 cm/s; (b) 180 cm/s^2; (c) para dentro; (d) $3,6 \times 10^{-3}$ N; (e) para dentro; (f) 0,37 **103.** (a) 0,34; (b) 0,24 **105.** 0,18 **107.** 0,56 **109.** (a) 2,1 m/s^2; (b) para baixo; (c) 3,9 m; (d) permanece em repouso

Capítulo 7

T **1.** (a) diminui; (b) permanece a mesma; (c) negativo, nulo **2.** (a) positivo; (b) negativo; (c) nulo **3.** nula

P **1.** (a) positivo; (b) negativo; (c) negativo **3.** são todas iguais **5.** são todos iguais **7.** *b* (trabalho positivo), *a* (trabalho nulo), *c* (trabalho negativo), *d* (trabalho mais negativo) **9.** (a) *A*; (b) *B* **PR** **1.** (a) 5×10^{14} J; (b) 0,1 megaton de TNT; (c) 8 bombas **3.** (a) $2,9 \times 10^7$ m/s; (b) $2,1 \times 10^{-13}$ J **5.** (a) 2,4 m/s; (b) 4,8 m/s **7.** 20 J **9.** 0,96 J **11.** (a) $1,7 \times 10^2$ N; (b) $3,4 \times 10^2$ m; (c) $-5,8 \times 10^4$ J; (d) $3,4 \times 10^2$ N; (e) $1,7 \times 10^2$ m; (f) $-5,8 \times 10^4$ J **13.** (a) 1,50 J; (b) aumenta **15.** (a) 62,3°; (b) 118° **17.** (a) 12 kJ; (b) −11 kJ; (c) 1,1 kJ; (d) 5,4 m/s **19.** (a) $-3Mgd/4$; (b) Mgd; (c) $Mgd/4$; (d) $(gd/2)^{0,5}$ **21.** 4,41 J **23.** 25 J **25.** (a) 25,9 kJ; (b) 2,45 N **27.** (a) 7,2 J; (b) 7,2 J; (c) 0; (d) −25 J **29.** (a) 6,6 m/s; (b) 4,7 m **31.** (a) 0,90 J; (b) 2,1 J; (c) 0 **33.** (a) 0,12 m; (b) 0,36 J; (c) −0,36 J; (d) 0,060 m; (e) 0,090 J **35.** (a) 0; (b) 0 **37.** $5,3 \times 10^2$ J **39.** (a) 42 J; (b) 30 J; (c) 12 J; (d) 6,5 m/s, eixo $+x$; (e) 5,5 m/s, eixo $+x$; (f) 3,5 m/s, eixo $+x$ **41.** 4,00 N/m **43.** $4,9 \times 10^2$ W **45.** (a) 0,83 J; (b) 2,5 J; (c) 4,2 J; (d) 5,0 W **47.** $7,4 \times 10^2$ W **49.** (a) $1,0 \times 10^2$ J; (b) 8,4 W **51.** (a) 32,0 J; (b) 8,00 W; (c) 78,2° **53.** (a) 1×10^5 megatons de TNT; (b) 1×10^7 bombas **55.** −6 J **57.** (a) 98 N; (b) 4,0 cm; (c) 3,9 J; (d) −3,9 J **59.** −37 J **61.** 165 kW **63.** (a) $1,8 \times 10^5$ ft·lb; (b) 0,55 hp **65.** (a) 797 N; (b) 0; (c) −1,55 kJ; (d) 0; (e) 1,55 kJ; (f) *F* varia durante o deslocamento **67.** (a) 1,20 J; (b) 1,10 m/s **69.** (a) 314 J; (b) −155 J; (c) 0; (d) 158 J **71.** (a) 23 mm; (b) 45 N **73.** 235 kW **75.** (a) 13 J; (b) 13 J **77.** (a) 0,6 J; (b) 0; (c) −0,6 J **79.** (a) 6 J; (b) 6,0 J

Capítulo 8

T **1.** não (em duas trajetórias de *a* a *b*, o trabalho é −60 J; na terceira, é 60 J) **2.** 3, 1, 2 (veja a Eq. 8-6) **3.** (a) todas iguais; (b) todas iguais **4.** (a) *CD, AB, BC* (0) (com base nas inclinações); (b) o sentido positivo de *x* **5.** são todas iguais

P **1.** (a) 12 J; (b) −2 J **3.** (a) 3, 2, 1; (b) 1, 2, 3 **5.** 2, 1, 3 **7.** +30 J **9.** (a) aumenta; (b) diminui; (c) diminui; (d) permanece constante em *AB* e *BC* e diminui em *CD* **PR** **1.** (a) 167 J; (b) −167 J; (c) 196 J; (d) 29 J; (e) 167 J; (f) −167 J; (g) 296 J; (h) 129 J **3.** (a) 4,31 mJ; (b) −4,31 mJ; (c) 4,31 mJ; (d) −4,31 mJ; (e) todos aumentariam **5.** 89 N/cm **7.** (a) 13,1 J; (b) −13,1 J; (c) 13,1 J; (d) todos aumentam **9.** (a) $2,6 \times 10^2$ m; (b) permanece o mesmo; (c) diminui **11.** (a) 2,08 m/s; (b) 2,08 m/s; (c) aumentaria **13.** (a) 17,0 m/s; (b) 26,5 m/s; (c) 33,4 m/s; (d) 56,7 m; (e) continuariam as mesmas **15.** (a) 0,98 J; (b) −0,98 J; (c) 3,1 N/cm **17.** (a) 8,35 m/s; (b) 4,33 m/s; (c) 7,45 m/s; (d) diminuem **19.** (a) 2,5 N; (b) 0,31 N; (c) 30 cm **21.** (a) 4,85 m/s; (b) 2,42 m/s **23.** $-3,2 \times 10^2$ J **25.** (a) não; (b) $9,3 \times 10^2$ N **27.** (a) 784 N/m; (b) 62,7 J; (c) 62,7 J; (d) 80,0 cm **29.** (a) 39,2 J; (b) 39,2 J; (c) 4,00 m **31.** (a) 35 cm; (b) 1,7 m/s **33.** (a) 2,40 m/s; (b) 4,19 m/s **35.** −18 mJ **37.** (a) 39,6 cm; (b) 3,64 cm **39.** (a) 2,1 m/s; (b) 10 N; (c) $+x$; (d) 5,7 m; (e) 30 N; (f) $-x$ **41.** (a) −3,7 J; (c) 1,3 m; (d) 9,1 m; (e) 2,2 J; (f) 4,0 m; (g) $(4 - x)\,e^{-x/4}$; (h) 4,0 m **43.** (a) 5,6 J; (b) 3.5 J **45.** (a) 30,1 J; (b) 30,1 J; (c) 0,225 **47.** (a) −2,9 kJ; (b) $3,9 \times 10^2$ J; (c) $2,1 \times 10^2$ N **49.** 0,53 J **51.** (a) 1,5 MJ; (b) 0,51 MJ; (c) 1,0 MJ; (d) 63 m/s **53.** 1,2 m **55.** (a) 67 J; (b) 67 J; (c) 46 cm **57.** (a) $1,5 \times 10^{-2}$ N; (b) $(3,8 \times 10^2)\,g$ **59.** (a) −0,90 J; (b) 0,46 J; (c) 1,0 m/s **61.** (a) 19,4 m; (b) 19,0 m/s **63.** 20 cm **65.** (a) 7,4 m/s; (b) 90 cm; (c) 2,8 m; (d) 15 m **67.** (a) 10 m; (b) 49 N; (c) 4,1 m; (d) $1,2 \times 10^2$ N **69.** 4,33 m/s **71.** (a) 5,5 m/s; (b) 5,4 m; (c) permanecem as mesmas **73.** (a) 109 J; (b) 60,3 J; (c) 68,2 J; (d) 41,0 J **75.** 3,7 J **77.** 15 J **79.** (a) 2,7 J; (b) 1,8 J; (c) 0,39 m **81.** 80 mJ **83.** (a) 7,0 J; (b) 22 J **85.** (a) $7,4 \times 10^2$ J; (b) $2,4 \times 10^2$ J **87.** 25 J **89.** 24 W **91.** −12 J **93.** (a) 8,8 m/s; (b) 2,6 kJ; (c) 1,6 kW **95.** (a) 300 J; (b) 93,8 J; (c) 6,38 m **97.** 738 m **99.** (a) −0,80 J; (b) −0,80 J; (c) +1,1 J **101.** (a) $2,35 \times 10^3$ J; (b) 352 J **103.** (a) −3,8 kJ; (b) 31 kN **105.** (a) $2,1 \times 10^6$ kg; (b) $(100 + 1,5t)^{0,5}$ m/s; (c) $(1,5 \times 10^6)/(100 + 1,5t)^{0,5}$ N; (d) 6,7 km **107.** (a) 5,6 J; (b) 12 J; (c) 13 J **109.** (a) 4,9 m/s; (b) 4,5 N; (c) 71°; (d) permanece a mesma **111.** (a) 1,2 J; (b) 11 m/s; (c) não; (d) não **113.** 54% **115.** (a) $2,7 \times 10^9$ J; (b) $2,7 \times 10^9$ W; (c) $2,4 \times 10^8$ dólares **117.** (a) 5,00 J; (b) 9,00 J; (c) 11,0 J; (d) 3,00 J; (e) 12,0 J; (f) 2,00 J; (g) 13,0 J; (h) 1,00 J; (i) 13,0 J; (j) 1,00 J; (l) 11,0 J; (m) 10,8 m; (n) volta para $x = 0$ e pára. **119.** (a) 3,7 J; (b) 4,3 J; (c) 4,3 J **121.** (a) 4,8 N; (b) $+x$; (c) 1,5 m; (d) 13,5 m; (e) 3,5 m/s **123.** (a) 24 kJ; (b) $4,7 \times 10^2$ N **125.** (a) 3,0 mm; (b) 1,1 J; (d) sim; (e) ≈ 40 J; (f) não **127.** (a) 6,0 kJ; (b) $6,0 \times 10^2$ W; (c) $3,0 \times 10^2$ W; (d) $9,0 \times 10^2$ W **129.** $3,1 \times 10^{11}$ W **131.** 880 MW **133.** (a) $v_0 = (2\,gL)^{0,5}$; (b) $5\,mg$; (c) $-mgL$; (d) $-2\,mgL$ **135.** porque a força que você exerce sobre o repolho (para fazê-lo descer) realiza trabalho

Capítulo 9

T **1.** (a) na origem; (b) no quarto quadrante; (c) no eixo *y*, abaixo da origem; (d) na origem; (e) no terceiro quadrante; (f) na origem **2.** (a)–(c) no centro de massa, ainda na origem (as forças são internas ao sistema e não podem deslocar o centro de massa) **3.** (Considere as inclinações e a Eq. 9-23). (a) 1, 3 e depois 2 e 4 empatadas (força nula); (b) 3 **4.** (a) mantém inalterado; (b) mantém inalterado (veja a Eq. 9-32); (c) diminui (Eq. 9-35) **5.** (a) nula; (b) positiva (inicial para baixo, final para cima); (c) $+y$ **6.** (Não há força externa; $\vec{P}$ é conservado). (a) 0; (b) não; (c) $-x$ **7.** (a) 10 kg · m/s; (b) 14 kg · m/s; (c) 6 kg · m/s **8.** (a) 4 kg · m/s; (b) 8 kg · m/s; (c) 3 J **9.** (a) 2 kg · m/s (conservação da componente *x* do momento) (b) 3 kg · m/s (conservação da componente *y* do momento)

P **1.** (a) 2 N, para a direita; (b) 2 N, para a direita; (c) maior que 2 N, para a direita **3.** (a) *x* sim, *y* não; (b) *x* sim, *y* não; (c) *x* não, *y* sim **5.** b, c, a **7.** (a) um estava em repouso; (b) 2; (c) 5; (d) igual (como o choque de duas bolas de sinuca) **9.** (a) *C*; (b) *B*; (c) 3 **11.** (a) *c*, a energia cinética não pode ser negativa; *d*, a energia cinética total não pode aumentar; (b) *a*; (c) *b*

PR **1.** (a) −1,50 m; (b) −1,43 m **3.** (a) −0,45 cm; (b) −2,0 cm **5.** (a) 0; (b) $3,13 \times 10^{-11}$ m **7.** (a) −6,5 cm; (b) 8,3 cm; (c) 1,4 cm **9.** $(-4,0\ \text{m})\hat{\text{i}} + (4,0\ \text{m})\hat{\text{j}}$ **11.** (a) 28 cm; (b) 2,3 m/s **13.** (a) $(2,35\hat{\text{i}} - 1,57)\hat{\text{j}}$ m/s^2; (b) $(2,35\hat{\text{i}} - 1,57\hat{\text{j}})t$ m/s, com *t* em segundos; (d) retilínea, fazendo um ângulo de 34° para baixo **15.** 53 m **17.** 4,2 m **19.** (a) $7,5 \times 10^4$ J; (b) $3,8 \times 10^4$ kg · m/s; (c) 39° ao sul do leste **21.** (a) 5,0 kg · m/s; (b) 10 kg · m/s **23.** (a) 67 m/s; (b) $-x$; (c) 1,2 kN; (d) $-x$ **25.** $1,0 \times 10^3$ a $1,2 \times 10^3$ kg · m/s **27.** (a) 42 N · s; (b) 2,1 kN **29.** 5 N **31.** (a) 5,86 kg · m/s; (b) 59,8°; (c) 2,93 kN; (d) 59,8° **33.** (a) $2,39 \times 10^3$ N · s; (b) $4,78 \times 10^5$ N; (c) $1,76 \times 10^3$ N · s; (d) $3,52 \times 10^5$ N **35.** (a) 9,0 kg · m/s;

(b) 3,0 kN; (c) 4,5 kN; (d) 20 m/s **37.** $9,9 \times 10^2$ N **39.** 3,0 mm/s **41.** 55 cm **43.** (a) $-(0,15\ \text{m/s})\hat{i}$; (b) 0,18 m **45.** (a) 14 m/s; (b) −45° **47.** (a) $(1,00\hat{i} - 0,167\hat{j})$ km/s; (b) 3,23 MJ **49.** $3,1 \times 10^2$ m/s **51.** (a) 33%; (b) 23%; (c) diminui **53.** (a) 721 m/s; (b) 937 m/s **55.** (a) 4,4 m/s; (b) 0,80 **57.** (a) +2,0 m/s; (b) −1,3 J; (c) +40 J; (d) o sistema recebeu energia de alguma fonte, como, por exemplo, uma pequena explosão **59.** 25 cm **61.** (a) 99 g; (b) 1,9 m/s; (c) 0,93 m/s **63.** (a) 1,2 kg; (b) 2,5 m/s **65.** −28 cm **67.** (a) 3,00 m/s; (b) 6,00 m/s **69.** (a) 0,21 kg; (b) 7,2 m **71.** (a) 433 m/s; (b) 250 m/s **73.** (a) $4,15 \times 10^5$ m/s; (b) $4,84 \times 10^5$ m/s **75.** 120° **77.** (a) $1,57 \times 10^6$ N; (b) $1,35 \times 10^5$ kg; (c) 2,08 km/s **79.** (a) 46 N; (b) nenhuma **81.** (a) 1,78 m/s; (b) menor; (c) menor; (d) maior **83.** (a) 1,92 m; (b) 0,640 m **85.** 28,8 N **87.** 1,10 m/s **89.** (a) 7290 m/s; (b) 8200 m/s; (c) $1,271 \times 10^{10}$ J; (d) $1,275 \times 10^{10}$ J **91.** (a) 1,0 kg·m/s; (b) $2,5 \times 10^2$ J; (c) 10 N; (d) 1,7 kN; (e) porque a resposta do item (c) inclui o tempo entre as colisões **93.** (a) $(7,4 \times 10^3\ \text{N}\cdot\text{s})\hat{i} - (7,4 \times 10^3\ \text{N}\cdot\text{s})\hat{j}$; (b) $(-7,4 \times 10^3\ \text{N}\cdot\text{s})\hat{i}$; (c) $2,3 \times 10^3$ N; (d) $2,1 \times 10^4$ N; (e) −45° **95.** (a) 3,7 m/s; (b) 1,3 N·s; (c) $1,8 \times 10^2$ N **97.** $1,18 \times 10^4$ kg **99.** +4,4 m/s **101.** (a) 1,9 m/s; (b) −30°; (c) elástica **103.** (a) 6,9 m/s; (b) 30°; (c) 6,9 m/s; (d) −30°; (e) 2,0 m/s; (f) −180° **105.** (a) 25 mm; (b) 26 mm; (c) para baixo; (d) $1,6 \times 10^{-2}$ m/s² **107.** (a) 0,745 mm; (b) 153°; (c) 1,67 mJ **109.** (a) $(2,67\ \text{m/s})\hat{i} + (-3,00\ \text{m/s})\hat{j}$; (b) 4,01 m/s; (c) 48,4° **111.** 0,22% **113.** 190 m/s **115.** (a) $4,6 \times 10^3$ km; (b) 73% **117.** (a) 50 kg/s; (b) $1,6 \times 10^2$ kg/s **119.** (a) −0,50 m; (b) −1,8 cm; (c) 0,50 m **121.** (a) 0,800 kg·m/s; (b) 0,400 kg·m/s **123.** 29 J **125.** $5,0 \times 10^6$ N **127.** (a) 1; (b) $1,83 \times 10^3$; (c) $1,83 \times 10^3$; (d) continuam as mesmas **129.** 5,0 kg **131.** 2,2 kg **133.** (a) 11,4 m/s; (b) 95,1° **135.** (a) 0; (b) 0; (c) 0

Capítulo 10

T **1.** b e c **2.** (a) e (d) ($\alpha = d^2\theta/dt^2$ deve ser constante) **3.** (a) sim; (b) não; (c) sim; (d) sim **4.** são todos iguais **5.** 1, 2, 4, 3 (veja a Eq. 10-36) **6.** (veja a Eq. 10-40) 1 e 3, 4, 2 e 5 (zero) **7.** (a) para baixo na figura ($\tau_{res} = 0$); (b) menor (considere os braços de alavanca) **P** **1.** (a) *c, a, b* e *d* empatados; (b) *b, a* e *c, d* **3.** *c, a, b* **5.** aumentar **7.** (a) diminuir; (b) horário; (c) anti−horário **9.** todas iguais **PR** **1.** 14 rev **3.** 11 rad/s **5.** (a) 4,0 rad/s; (b) 11,9 rad/s **7.** (a) 4,0 m/s; (b) não **9.** (a) 30 s; (b) $1,8 \times 10^3$ rad **11.** (a) 3,00 s; (b) 18,9 rad **13.** 8,0 s **15.** (a) 44 rad; (b) 5,5 s; (c) 32 s; (d) −2,1 s; (e) 40 s **17.** (a) $3,4 \times 10^2$ s; (b) $-4,5 \times 10^{-3}$ rad/s²; (c) 98 s **19.** $6,9 \times 10^{-13}$ rad/s **21.** (a) 20,9 rad/s; (b) 12,5 m/s; (c) 800 rev/min²; (d) 600 rev **23.** (a) $2,50 \times 10^3$ rad/s; (b) 20,2 m/s²; (c) 0 **25.** (a) 40 s; (b) 2,0 rad/s² **27.** (a) $3,8 \times 10^3$ rad/s; (b) $1,9 \times 10^2$ m/s **29.** (a) $7,3 \times 10^{-5}$ rad/s; (b) $3,5 \times 10^2$ m/s; (c) $7,3 \times 10^{-5}$ rad/s; (d) $4,6 \times 10^2$ m/s **31.** (a) 73 cm/s²; (b) 0,075; (c) 0,11 **33.** 12,3 kg·m² **35.** 0,097 kg·m² **37.** (a) 1,1 kJ; (b) 9,7 kJ **39.** (a) 0,023 kg·m²; (b) 11 mJ **41.** $4,7 \times 10^{-4}$ kg·m² **43.** (a) 49 MJ; (b) $1,0 \times 10^2$ min **45.** 4,6 N·m **47.** −3,85 N·m **49.** (a) 28,2 rad/s²; (b) 338 N·m **51.** 0,140 N **53.** $2,51 \times 10^{-4}$ kg·m² **55.** (a) 6,00 cm/s²; (b) 4,87 N; (c) 4,54 N; (d) 1,20 rad/s²; (e) 0,0138 kg·m² **57.** (a) $4,2 \times 10^2$ rad/s²; (b) $5,0 \times 10^2$ rad/s **59.** (a) 19,8 kJ; (b) 1,32 kW **61.** 396 N·m **63.** 5,42 m/s **65.** 9,82 rad/s **67.** (a) 5,32 m/s²; (b) 8,43 m/s²; (c) 41,8° **69.** (a) 314 rad/s²; (b) 7,54 m/s²; (c) 14,0 N; (d) 4,36 N **71.** $6,16 \times 10^{-5}$ kg·m² **73.** (a) 1,57 m/s²; (b) 4,55 N; (c) 4,94 N **75.** (a) $4,81 \times 10^5$ N; (b) $1,12 \times 10^4$ N·m; (c) $1,25 \times 10^6$ J **77.** 30 rev **79.** 3,1 rad/s **81.** (a) 0,791 kg·m²; (b) $1,79 \times 10^{-2}$ N·m **83.** (a) 2,3 rad/s²; (b) 1,4 rad/s² **85.** $1,4 \times 10^2$ N·m **87.** 4,6 rad/s² **89.** (a) −67 rev/min²; (b) 8,3 rev **93.** 0,054 kg·m² **95.** (a) $5,92 \times 10^4$ m/s²; (b) $4,39 \times 10^4$ s⁻² **97.** 2,6 J **99.** (a) 0,32 rad/s; (b) $1,0 \times 10^2$ km/h **101.** (a) 7,0 kg·m²; (b) 7,2 m/s; (c) 71° **103.** (a) $1,4 \times 10^2$ rad; (b) 14 s **105.** (a) 221 kg·m²; (b) $1,10 \times 10^4$ J **107.** 0,13 rad/s **109.** $6,75 \times 10^{12}$ rad/s **111.** (a) $1,5 \times 10^2$ cm/s; (b) 15 rad/s; (c) 15 rad/s; (d) 75 cm/s; (e) 3,0 rad/s **113.** 18 rad **115.** (a) 10 J; (b) 0,27 m

Capítulo 11

T **1.** (a) igual; (b) menor **2.** menor (considere a transferência de energia como de energia cinética de rotação para energia potencial gravitacional) **3.** (desenhe os vetores e use a regra da mão direita) (a) $\pm z$; (b) $\pm y$; (c) $-x$ **4.** (veja a Eq. 11-21) (a) 1 e 3; 2 e 4,5 (zero); (b) 2 e 3 **5.** (veja as Eqs. 11-23 e 11-16) (a) 3, 1; 2 e 4 (zero); (b) 3 **6.** (a) todos iguais (mesmo τ, mesmo t e, portanto, mesmo ΔL); (b) esfera, disco, anel (ordem inversa de I) **7.** (a) diminui; (b) permanece o mesmo ($\tau_{res} = 0$ e, portanto, L é conservado; (c) aumenta **P** **1.** (a) 1, 2, 3 (zero); (b) 1 e 2, 3; (c) 1 e 3, 2 **3.** (a) fica girando no mesmo lugar; (b) rola na sua direção; (c) rola para longe de você **5.** *a, b* e *c, e, d* (zero) **7.** *D, B* e depois *A* e *C* empatados **9.** (a) permanece o mesmo; (b) aumenta; (c) diminui; (d) permanece o mesmo, diminui, aumenta **PR** **1.** (a) 0; (b) $(22\ \text{m/s})\hat{i}$; (c) $(-22\ \text{m/s})\hat{i}$; (d) 0; (e) $1,5 \times 10^3$ m/s²; (f) $1,5 \times 10^3$ m/s²; (g) $(22\ \text{m/s})\hat{i}$; (h) $(44\ \text{m/s})\hat{i}$; (i) 0; (j) 0; (k) $1,5 \times 10^3$ m/s²; (l) $1,5 \times 10^3$ m/s² **3.** 0,020 **5.** −3,15 J **7.** (a) $(-4,0\ \text{N})\hat{i}$; (b) 0,60 kg·m² **9.** (a) 63 rad/s; (b) 4,0 m **11.** 4,8 m **13.** (a) $-(0,11\ \text{m})\omega$; (b) −2,1 m/s²; (c) −47 rad/s²; (d) 1,2 s; (e) 8,6 m; (f) 6,1 m/s **15.** 0,50 **17.** (a) 13 cm/s²; (b) 4,4 s; (c) 55 cm/s; (d) 18 mJ; (e) 1,4 J; (f) 27 rev/s **19.** (a) $(6,0\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{j} + (8,0\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{k}$; (b) $(-22\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{i}$ **21.** $(-2,0\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{i}$ **23.** (a) $(50\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{k}$; (b) 90° **25.** (a) $(-1,5\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{i} - (4,0\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{j} - (1,0\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{k}$; (b) $(-1,5\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{i} - (4,0\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{j} - (1,0\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{k}$ **27.** (a) 9,8 kg·m²/s; (b) $+z$ **29.** (a) 0; (b) $(8,0\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{i} + (8,0\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{k}$ **31.** (a) 0; (b) −22,6 kg·m²/s; (c) −7,84 N·m; (d) −7,84 N·m **33.** (a) $(-1,7 \times 10^2\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s})\hat{k}$; (b) $(+56\ \text{N}\cdot\text{m})\hat{k}$; (c) $(+56\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2)\hat{k}$ **35.** (a) $48\,t\hat{k}$ N·m; (b) aumentando **37.** (a) 1,47 N·m; (b) 20,4 rad; (c) −29,9 J; (d) 19,9 W **39.** (a) $4,6 \times 10^3$ kg·m²; (b) $1,1 \times 10^{-3}$ kg·m²/s; (c) $3,9 \times 10^{-3}$ kg·m²/s **41.** (a) 1,6 kg·m²; (b) 4,0 kg·m²/s **43.** (a) 3,6 rev/s; (b) 3,0; (c) a força que o homem exerce sobre os tijolos converte energia interna do homem em energia cinética **45.** (a) 267 rev/min; (b) 0,667 **47.** (a) 750 rev/min; (b) 450 rev/min; (c) horário **49.** 0,17 rad/s **51.** (a) 1,5 m; (b) 0,93 rad/s; (c) 98 J; (d) 8,4 rad/s; (e) $8,8 \times 10^2$ J; (f) da energia interna das patinadoras **53.** 3,4 rad/s **55.** $1,3 \times 10^3$ m/s **57.** 11,0 m/s **59.** (a) 18 rad/s; (b) 0,92 **61.** 1,5 rad/s **63.** (a) 0,180 m; (b) horário **65.** 0,070 rad/s **67.** (a) 0,148 rad/s; (b) 0,0123; (c) 181° **69.** 0,041 rad/s **71.** 39,1 J **73.** (a) $6,65 \times 10^{-5}$ kg·m²/s; (b) não; (c) 0; (d) sim **75.** (a) 0,333; (b) 0,111 **77.** (a) 58,8 J; (b) 39,2 J **79.** (a) 0,81 mJ; (b) 0,29; (c) $1,3 \times 10^2$ N **81.** (a) $mR^2/2$; (b) um cilindro circular maciço **83.** a velocidade de rotação ficaria menor; o dia ficaria cerca de 0,8 s mais longo **85.** (a) 149 kg·m²; (b) 158 kg·m²/s; (c) 0,744 rad/s **87.** (a) 0; (b) 0; (c) $-30t^3\hat{k}$ kg·m²/s; (d) $-90t^2\hat{k}$ N·m; (e) $30t^3\hat{k}$ kg·m²/s; (f) $90t^2\hat{k}$ N·m **89.** (a) 61,7 J; (b) 3,43 m; (c) não **91.** (a) 12,7 rad/s; (b) horário **93.** (a) $mvR/(I + MR^2)$; (b) $mvR^2/(I + MR^2)$ **95.** (a) 1,6 m/s²; (b) 16 rad/s²; (c) $(4,0\ \text{N})\hat{i}$ **97.** 0,47 kg·m²/s

Índice

As figuras estão identificadas pelos números das páginas em itálico; as tabelas estão indicadas por um t após o número da página

A

aceleração. *Veja também* força; velocidade, 280t
angular, 262, 280t
constante, 265
rotação com, 265-268
e linear, 268, *268*
em rolamento, 299, *299*
instantânea, 262
média, 262
aplicações das leis de Newton, 108-114
centrípeta, 77
como uma grandeza vetorial, 43
constante, *23*, 23-27
movimento unidimensional, *23*, 23-27
de queda livre (g), *27*
do centro de massa de um sistema de partículas, 223
e a primeira lei de Newton, 96
e a segunda lei de Newton, 99-103
em queda livre (g), 27
foguetes, 242, *242*
instantânea
movimento em duas e três dimensões, 68
movimento unidimensional, 21
integração gráfica em análise de movimentos, 29, *29*
ioiô, 301
linear constante, 265
média
movimento em duas e três dimensões, 68
movimento unidimensional, 21
movimento
circular uniforme, 77, *77*, 134
de projéteis, 70-76
em duas e três dimensões, *68*, 68-70
relativo em duas dimensões, 80
relativo em uma dimensão, 80
unidimensional, 21-29
negativa, 22, 29
relação entre linear e angular, 268, *268*
rolando para baixo em uma rampa, 299, *299*
sinal da, 22, 29
sistema de partículas, 222-224
acre-pé, 10
aderência e deslizamento, 128
alcance no movimento de projéteis, 70, 73
horizontal, 71, 73
algarismos significativos, 4
alpinismo
coeficiente de atrito entre um sapato de alpinismo e uma pedra, 129
conservação da energia em uma descida usando anéis, 98, 198, *198*
energia para escalar o monte Everest, 212
alvo, colisão(ões)
elásticas em uma dimensão com alvos em movimento, 240, *240*
elásticas em uma dimensão com alvos estacionários, *238*, 238-240
em duas dimensões, 241, *241*
em série, 228, *228*
inelásticas em uma dimensão, 235
simples, 227
anel, momento de inércia, 272t
anestesia epidural, simulação das forças, 167, *167*
ângulos, 48
de mergulho, 143
dos vetores, 46, *46*
graus e radianos, 48
medida, 49
ano-luz, 13
antiderivada, 26
ar
e força de arrasto, 132
efeito sobre o movimento de projéteis, 73, *73*
velocidades terminais no, 133t
área da seção reta efetiva, 132
asteróide
metálico, 290
rochoso, 290
atrito. *Veja também* força de atrito cinético; força de atrito estático, 105, *105*, *127*, 127-132
cinético, 128, *128*
como força não-conservativa (energia cinética), 183
e rolagem, 299, *299*
energia mecânica não conservada na presença de, 190
soldagem a frio, 128, *128*, 129
trabalho realizado por uma força externa na presença de, 194, 195
automóveis. *Veja também* carros de corrida
colisões frontais, 238
avalanches, 180, *180*, 200, *200*
avião a jato, decolagem de um porta-aviões, 106

B

balança
de braços iguais, 104, *104*
de mola, 104, *105*
barra
do metro-padrão, 5
momento de inércia, 272t, 273
bloco(s)
aceleração em queda, 277
aplicações das leis de Newton, 101, 108-114
atrito, 105, *105*
da Grande Pirâmide, 126, *126*, 131
deslizante, 109, *109*
estacionários, 127, *127*
forças normais, 104, *105*
ligados a polias sem massa e sem atrito, 105, 106, 109, *109*
par de forças da terceira lei, 108, *108*
pendente, 109, *109*
e deslizante, 108, 109
potência aplicada em um, 169, *169*
trabalho
realizado para fazer subir uma rampa, 160, *161*
realizado por uma força externa com atrito, 195, *195*
bola
de beisebol
colisão com o taco, 227, *227*
como o jogador sabe onde deve estar, 63, *63*, 77
resistência do ar ao movimento, 73, *73*
movimento de projétil, 70, 72
bombas vulcânicas, 92
braço de alavanca, 275, *275*
brinquedos de parque de diversões
dor de cabeça de montanha-russa, 269
montanha-russa, 22, 95, *95*, 111
roda-gigante, 310, *310*
rotor, 138, *138*, 267
bungee jump, 181, *181*
Bureau Internacional de Pesos e Medidas, 5, 7

C

calculadora, 49
camarão-de-estalo, ondas sonoras produzidas por um, 259, *259*, 282
carneiros monteses, forças das colisões entre, 217, *217*, 229
carro(s)
a jato Thrust SSC, 298
de corrida
colisão com um muro, 230, *230*
funny car, 152, *152*, 170
sustentação negativa, 138, *139*
casas decimais, 4
casca esférica, momento de inércia, 272t
cavitação, 282
centro de massa
colisões inelásticas unidimensionais, 235, 236
corpos maciços, *219*, 219-222
roda em movimento, 296, *296*
sistema de partículas, 218, 219, 222-225
cilindro
momento de inércia, 272t
oco, momento de inércia, 272t
cinemática, 15
coeficiente
de arrasto, 132
de atrito cinético, 129, *129*
colisão(ões), 227
bidimensionais, 241, *241*
de raspão, 241, *241*
elásticas
definição, 234
em duas dimensões, 241, *241*
em uma dimensão, 236, *238*, 238-241
com alvo em movimento, 240, *240*
com alvo estacionário, *238*, 238-240
unidimensionais, *235*
frontais, 238
impulso em colisão
em série, 228, *228*
simples, 227, *227*
inelásticas
definição, 234
em duas dimensões, 241
em uma dimensão, *235*, *236*, 235-238
perfeitamente, 235, *235*, 236
unidimensionais, 235, 236
momento e energia cinética, 234
unidimensionais, 235, *235*, 236
unidimensionais elásticas, 236, *238*
componente(s)
de vetores, *45*, *46*, 45-49
somas de vetores através de, *49*, 49-52
escalares, 49
radial
da aceleração linear, 268
do torque, 275
tangencial
da aceleração linear, 268
do torque, 275
x de um vetor, 46, *46*
y de um vetor, 46, *46*
comprimento, unidades, 5
configuração de referência para a energia potencial, 185
conservação
da energia, 153, 197-202, *199*
do momento angular, *311*, *312*, 311-315
do momento linear, 231-234
constante
de força, 162
elástica, 162
conversão em cadeia, 3
cord (unidade de madeira), 12
corda sem massa, 105, *106*
corpos

extensos, 109
maciços, centro de massa, 219-222
rígidos
definição, 260
momento angular de um corpo girando em torno de um eixo fixo, 308-311, *309*
co-seno, 48
curvas de energia potencial, 190-193, *191*

D

decomposição de vetores, 46
desabamento de um edifício, 254
desaceleração, 21, 22
deslocamento. *Veja também* deslocamento angular; trabalho
angular, 261, *216*
natureza não-vetorial, 265
como uma grandeza vetorial, 16, 43
movimento em duas e três dimensões, 64-66, *65*
movimento unidimensional, 15
diagonal do cubo, 60
diagramas de corpo livre, 100, 101
aplicações das leis de Newton, 108-144
táticas para a solução de problemas, 102
disco, momento de inércia, 272t
distância de equilíbrio, átomos em moléculas diatômicas, 208
dor de cabeça de montanha-russa, 269
duração, 6

E

E (expoente de 10), 3
edifícios que afundam por causa de terremotos, 1, *1*, 8
efeito chicote, 30
Einstein, Albert. *Veja também* relatividade, 96
eixo
de rotação, 260, *260*, 261, *261*
fixo, 260
momento angular de um corpo rígido girando em torno de um, 308-311, *309*
elevadores, 20, 21, 113
trabalho realizado contra a força gravitacional, 161, *161*
empuxo, 243
energia. *Veja também* trabalho
cinética. *Veja também* colisões; teorema do trabalho e; velocidade, 280t
colisões, 234
de rolamento, *297*, 298
de rotação, 270, *271*
e rolagem, 298
e trabalho, 279-283
ioiô, 301
de translação
ioiô, 301
no rolamento, 298
definição, 153
e conservação da energia
mecânica, 187-190
total, 197-202
e trabalho, *154*, 154-158
ioiô, 301
conservação, 153, 197-202, *199*
definição, 153
interna
e conservação da energia total, 197
e forças externas, 198
mecânica
conservação da, 187-190
e conservação da energia total, 197
natureza escalar da, 43
potencial
definição, 181
determinação, 184-187
e conservação da energia
mecânica, *187*, 187-190, *189*
total, 197-202
e trabalho, 181, *181*
elástica, *181*
determinação, 185
gravitacional, 181
determinação, 185
ioiô, 301
térmica, 182
e conservação da energia total, 197
equação(ões)
de movimento
aceleração constante, 24, 25t
para aceleração linear constante e aceleração angular constante, 266t
queda livre, 27
vetorial, 44
equilíbrio, 100
estável, curvas de energia potencial, 192
indiferente, curvas de energia potencial, 192
instável, 192
curvas de energia potencial, 192
escalares, 43
multiplicação de vetores por, 53
esfera, momento de inércia, 272t
esquiadores, posição de ovo, 132, *132*
estado relaxado de uma mola, 162, *162*
estátuas da ilha da Páscoa, 196, *196*
estrelas de nêutrons, 88
Evento de Tunguska, 290
explosões
bidimensionais, 233, *233*
unidimensionais, 232, *232*

F

falhas, 60
fatores de conversão, 3
fluidos, 132
foguetes, 242-244, *242*
força(s). *Veja também* aceleração; atrito; colisão; momento linear; torque; trabalho, 309t
aplicações das leis de Newton, 108-114
centrípeta, 134-140, *135*
com apenas uma componente, 97
como grandeza vetorial, 97
conservativas, 182-184, *183*
independência da trajetória, 182-184, *183*
de arrasto, 132-134
como força não-conservativa, 183
energia mecânica não conservada na presença de, 190
de atrito
cinético, *127*, 128
como força não-conservativa, 183
em uma roda, 299
estático, *127*, 128
roda, 299
de tração, 105, *105*
definição, 96
do rolamento, 299-301, *299*
e a primeira lei de Newton, 96
e a segunda lei de Newton, 99-103
e a terceira lei de Newton, 107
e movimento, 15
e peso, 103
elástica, 162
como força conservativa, 182, *182*
trabalho executado por uma, 162-165, *162*
equilíbrio, 100
externas. *Veja também* colisões, 101
e transferências internas de energia, 198
sistema de partículas, 223, *223*, 224, 226
trabalho
realizado na ausência de atrito, 194
realizado na presença de atrito, 194
gravitacional, 103
trabalho realizado por uma, 158-162, *159*
independência da trajetória de uma, 182-184, *183*
conservativa, 182-184, *183*
internas, 101
sistema de partículas, 223, *223*, 224
não-conservativa, 183
normal, 104-106, *105*
princípio de superposição, 97
restauradora, 162
resultante, 101, *101*
táticas para solução de problemas, 102
tensão, 105, *106*
unidade de, 97, 98
variável
trabalho executado por uma, 165-168, *166*
elástica, 162-165, *162*
unidimensional, 165, *166*
formiga do deserto, 42, *42*, 51
função(ões)
energia
cinética, 192
potencial, 191, *191*
trigonométricas, 48, *48*
inversas, 48, *48*
funny car, 152, *152*, *170*

G

g, aceleração de queda livre, 27
gato, velocidade terminal, 133, *133*
g-LOC (perda de consciência induzida por *g*), 78
golpe de judô, 278, *278*
grand jeté, 223, *224*
Grande Pirâmide, construção da, 126, *126*, 131
grandezas
fundamentais, 2
independentes da trajetória, forças conservativas, 182-184, *183*
vetoriais, 16, 43
graus, 48

H

halteres, 250, *251*
Hooke, Robert, 162
Hora Coordenada Universal (UTC), 7
horse power, 169

I

impulso, 227
colisão simples, 227, *227*
colisões em série, 228, *228*
inclinação de uma reta, 17, *17*
índice de vazios, 8
integração gráfica para o movimento unidimensional, 29, *29*
integral indefinida, 26
interação forte, 124
interpretação de gráficos, 18
intervalos de tempo, 6, 6t
ioiô, 301, *301*

J

joule (J), 154
junta em uma montanha, 143

L

lagarto basilisco, 249, *250*
lance livre, 64
lei
de conservação da energia, 153, 197-202, *198*
mecânica, 187
de conservação do momento
angular, 311-315, *311*, *313*
linear, 231-234
de Hooke, 162, 191
de Newton, 96
aplicação à solução de problemas, 108-114
linha de ação do torque, 275, *275*
liquefação do solo causada por terremotos, 8
loop vertical pedalando uma bicicleta, 137, *137*

M

marcas de derrapagem, 129, *130*
massa. *Veja também* centro de massa, 280t
de alguns objetos, 8t
definição, 97, 98
e peso, 104
específica
definição, 8
uniforme de corpos maciços, 219
natureza escalar da, 43, 99
unidades, 8
mecânica
newtoniana, 96
quântica, 96
medições, 2
metro (m), 2, 5
módulo
da aceleração
em queda livre, 27

no movimento em duas e três dimensões, 68
no movimento unidimensional, 21
da velocidade no movimento
em duas ou três dimensões, 67
unidimensional, 17
de vetores, 44, *44*
do deslocamento no movimento unidimensional, 16
notação módulo-ângulo, 46
mola
ideal, 163
sem massa, 163
moléculas diatômicas, energia potencial, 208
momento, 225
angular, 304, *304*, 309t
conservação do, 311-315, *311*, *312*
de um sistema de partículas, 307
forma angular da segunda lei de Newton, 305
rotação de um corpo rígido girando em torno de um eixo fixo, 308-311, *309*
de inércia, 270, 280t
cálculo, 271-275
linear, 225, 309t
colisões
conservação do, 231-234
elásticas em duas dimensões, 241
elásticas em uma dimensão com um alvo em movimento, 240
elásticas em uma dimensão com um alvo estacionário, 238-240
inelásticas em duas dimensões, 241
inelásticas em uma dimensão, 235-238, *235*, *236*
perfeitamente inelásticas em uma dimensão, conservação do, 235
e impulso
em colisões em série, 228
em uma colisão simples, 227
sistema de partículas, 226
montanha-russa, *95*, 96, 111
aceleração máxima, 22
movimento. *Veja também* aceleração; colisão; deslocamento; força; posição; velocidade, 15
angular, 260
bidimensional
aceleração, 68-70, *68*
posição e deslocamento, 64-66, *64*
relativo, 80, *80*
velocidade, 66-68, *66*, *67*
circular uniforme, 77, *77*
força centrípeta, 134-140, *135*
de projétil, 70-76, *70*, *72*
horizontal, 72, 73
vertical, 72, 73
em duas e três dimensões, 64-66
integração gráfica, 29, *29*
linear, 260
relativo
em duas dimensões, 80, *80*
em uma dimensão, 79, *79*
tridimensional
aceleração, 68-70, *68*
posição e deslocamento, 64-66, *64*
velocidade, 66-68, *66*, *67*
unidimensional, 15
aceleração, 21-29
constante, 23-27, *23*
em queda livre, 27
instantânea, 21
média, 21
deslocamento, 15
integração gráfica, 29, *29*
posição, 15, *15*
relativa, 79, *79*
velocidade, 19
escalar, 19
escalar média, 17
instantânea, 19
média, 17
multiplicação de vetores, 53-56, *53*

N

National Institute of Standards and Technology (NIST), 7
newton (N), 97
Newton, Isaac, 96
notação
científica, 3
de componentes, 46

O

ordem de grandeza, 5
origem, 15

P

padrão(ões), 2
do metro baseado no criptônio, 5
fundamentais, 2
secundários, 5
par de forças da terceira lei, 107
pára-quedismo
força de arrasto e velocidade terminal, 133, *133*
sobrevivência a uma queda na neve, 249
partículas, 15
passos de balé
grand jeté, 223, *224*
tour jeté, 295, *295*, 313, *313*
patinação artística, 260, *260*
conservação de energia, 198
pedras que migram, 142
pêndulo como oscilador harmônico simples angular
balístico, 236, 237
conservação de energia mecânica, 188, *189*
percurso fechado, 182, *183*
período de revolução, 77
peso, 103
aparente, 104
ausência, 135
pica-pau, aceleração do bico, 14, *14*, 25
placa(s)
fina, momento de inércia, 272t
tectônicas, 15
plano de simetria, centro de massa de corpos maciços com um, 220
poço de potencial, 192
polia sem massa e sem atrito, 105, *106*
aplicações das leis de Newton, 109, *109*
ponto(s)
de equilíbrio em curvas de energia potencial, *191*, 192
de referência para a energia potencial, 185
de retorno em curvas de energia potencial, *191*, 192
de simetria, centro de massa de corpos maciços com um, 220
posição. *Veja também* deslocamento, 280t
angular, 260, 261, 280t
e linear, 267
zero, 260
movimento
em duas e três dimensões, 64-66, *64*
unidimensional, 15, *15*
relação entre posição linear e angular, 267
potência, 168-170, *169*, 199, 280t
instantânea, 168, 199
média, 168, 199
no movimento de rotação, 279
precessão de um giroscópio, 315-316, *315*
prefixos das unidades do SI, 3t
pressão, natureza escalar da, 43
primeira lei de Newton, 96
princípio de superposição, 97
produto escalar, 53, *53*
produto vetorial, 53, 55, *55*, 56, *56*
projétil, colisões, 70
elásticas em uma dimensão
com um alvo em movimento, 240
com um alvo estacionário, 238-240
em série, 228
inelásticas em uma dimensão, 235
simples, 227
pulsar(es), 287
da nebulosa do caranguejo, 287
padrão de tempo para o segundo baseado em, 10

Q

quilograma, 7
quilograma-padrão, 7, *7*
quilowatt-hora, 169

R

radianos, 48, 260, 270
rampa
rolando para baixo em uma, 299, *299*
trabalho realizado fazendo um bloco subir uma, 160, *161*
referenciais, 79
inerciais, 98
não-inerciais, 98
regra da mão direita, 264, 265
grandezas angulares, 264, *264*
para produtos vetoriais, 55, *55*
réguas, 2
rejeito
de mergulho, 61
horizontal, 61
relatividade, teoria da, restrita, 96
relógio(s), 7
atômicos, 7
de quartzo, 6
respostas inesperadas ao resolver problemas de física, 29
resultante de uma soma de vetores, 44
reta
de referência, 260, *261*
de simetria, centro de massa de corpos maciços com uma, 220
roda-gigante, 310, *310*
rodas de bicicleta
rolando, *296*, 297, *297*
com atrito, 299, *299*
rolagem
atrito durante, 299, *299*
como rotação pura, 297, *297*
como uma combinação de translação e rotação, 296, *297*
energia cinética de, *297*, 298
forças de, 299-301, *299*
ioiô, 301, *301*
para baixo em uma rampa, 299, *299*
rotação. *Veja também* rolagem; torque, 260
aceleração angular constante, 265-268
conservação do momento angular, 311-315, *311*, *312*
energia cinética de, 270, *271*
momento angular de um corpo rígido girando em um eixo fixo, 308-311, *309*
na rolagem, 296, *297*
relação entre variáveis lineares e angulares, 268, *268*
segunda lei de Newton para, 276-279
rotor (brinquedo de parque de diversões), 138, *138*, 267

S

saltos
de trampolim, posição grupada e posição esticada, 312, *312*
em distância, conservação do momento angular, 312, *313*
segunda lei de Newton, 99-103
aplicação à solução de problemas, 108-114
correspondências entre os movimentos de translação e rotação, 280t, 309t
em termos de momento, 226
forma angular, 305
para rotações, 276-279
sistema de partículas, 222-225, *223*
unidades na, *100*
Segway, 296, *296*
seno, 48, *48*
sentido
da aceleração no movimento
em duas e três dimensões, 68
unidirecional, 21
da velocidade no movimento
em duas e três dimensões, 66
unidimensional, 17, 18
das componentes de um vetor, 46
do deslocamento no movimento unidirecional, 15
dos vetores, 44, *44*
negativo, 15, *15*
positivo, 15, *15*
shake (unidade), 13
sinal(is)
da aceleração, 22, 29

da velocidade, 22, 29
de tempo, 7
do United States Naval Observatory, 7
do deslocamento, 16
do trabalho, 156
negativo, significado em problemas de física, 29
sistema(s), 101
bloco-mola
energia cinética, 162-165, *162*, *165*
energia potencial, 182, *182*, 185
de coordenadas dextrogiro, *48*, 48
de ensaio de rotação, 274
de massa variável, 242-244, *242*
de partículas
centro de massa, 218, 219
momento angular, 308
momento linear, 226
segunda lei de Newton para, 222-225, *223*
de Posicionamento Global (GPS), 2
fechado(s), 223, 234
conservação do momento linear, 231, 234
e isolado, 234
Internacional de Unidades, 2
isolado, 187, 190
conservação da energia total, 198
conservação do momento linear, 231, 234
métrico, 3
skatista, movimento de um, *72*
soldagem a frio, 128, *128*
marcas de derrapagem, 129
soma
de vetores por componentes, 49-52
geométrica de vetores, 43-45, *43*, *44*
vetorial (resultante), 43, 44
subtração de vetores
geometricamente, 44, *44*
por componentes, 50
superfície sem atrito, 96, 105
supernova, 88
sustentação negativa em carros de corrida, 138, *139*

T

tangente, 48, *48*
temperatura, natureza escalar da, 43
tempo
de reação, 41
natureza escalar do, 43
unidades, 6
teorema
do momento linear e impulso, 228
do trabalho e energia cinética, 156-158, 280t
com uma força variável, 166-168
dos eixos paralelos, 271-275, *271*
teoria da relatividade restrita, 96
terceira lei de Newton, 107
Terra
ausência de peso em órbita, 135
efeito do derretimento das calotas polares sobre o momento angular, 325
variações da duração do dia em um período de 4 anos, 7
terremotos, afundamento de edifícios, 1, *1*, *8*
teste do percurso fechado para forças conservativas, 182
TGV (*Train à Grande Vitesse*), 91
tonelada, 12
torque, 275, 309t
de uma partícula em relação a um ponto fixo, 302-304, *302*
e conservação do momento angular, *311*
e momento angular de um sistema de partículas, 308
e precessão do giroscópio, 315, *315*
externo, 308
e a lei de conservação do momento angular, *311*, 312
forma angular da segunda lei de Newton, 305
interno e externo, 308
resultante, 276, *276*
rolando para baixo em uma rampa, 299
total (resultante), 276
tour jeté, 295, *295*, 313, *313*
trabalho, 280t
definição, 154
e a conservação da energia
mecânica, 187-190
total, 197-202, *198*
e energia
cinética, 155-158, *154*, *156*
de rotação, 279-283
potencial, 181, *181*
e potência, 168-170, *169*
independência da trajetória para o trabalho de forças conservativas, 182-184, *183*
realizado
para levantar e baixar um objeto, 159, *159*
por uma força
gravitacional, 158-162, *159*
elástica, 162-165, *162*
externa na ausência de atrito, 194
externa na presença de atrito, 194
externa sobre um sistema, 194-197
variável, 165-168, *166*
sobre um sistema por uma força externa, 194, 195
sinal do, 156
total, 156
trajetória
de um projétil, 73
em queda livre, 27
translação. *Veja também* movimento unidimensional; movimento bidimensional, 260
no rolamento, 296, *297*
trebuchet, 86
trenó a jato, 21, 23

U

unidade(s), 2
astronômica, 13
de comprimento, 5
de massa, 8
atômica, 8
de tempo, 6
derivadas, 3
do SI, 2
g, 22
mudança de, 3
verificar se são compatíveis as, 18

V

variáveis
da rotação, 260-264, 309t
natureza vetorial, 264
unidades, 270
de translação, 309t
veleiro solar, 119
velocidade. *Veja também* aceleração; força; energia cinética, 280t
angular, 261, *262*, 280t
escalar, 262, *262*
e linear, 268
no rolamento, *296*, 297
instantânea, 261
média, 261
natureza vetorial da, 264, *264*
como uma grandeza vetorial, 43
de precessão de um giroscópio, 315
do ar, 92
e a primeira lei de Newton, 96
e a segunda lei de Newton, 99-103
e rolagem, 296, 297
escalar média, movimento unidimensional, 16
foguetes, 242
instantânea
movimento em duas e três dimensões, 66
movimento unidimensional, 19
integração gráfica na análise de movimento, 29
linear e angular, 268
média
aceleração constante, 24
movimento em duas e três dimensões, 66
movimento unidimensional, 17
movimento
circular uniforme, 77, *77*
de projéteis, 70-76
em duas e três dimensões, 66-68, *66*, *67*
relativo em duas dimensões, 80
relativo em uma dimensão, 79
unidimensional, 16-19
sinal, 22, 29
terminal, 132-134, *132*
vetor(es)
aceleração, 43
decomposição, 46
definição, 43-45, *43*, *44*
deslocamento, 43, *43*
e as leis da física, 52
e dimensões, 102
multiplicação, 53-56, *53*
posição, 64, *64*
produto
escalar, 53, *53*
vetorial, 53, *55*, 56
soma
geométrica, 43-45, *43*, *44*
por componentes, 49-52
unitários, 49, *49*
velocidade, 43

W

watt (W), 3, 169
Watt, James, 169

IFGW
Instituto de Física Gleb Wataghin

Esta publicação deve ser devolvida na última data marcada

04 NOV. 2009		
11.11.09		
24.11.09		
02.02.2010		
16.03.10		
20.04.10		
12.05.10		
18.05.10		
26.05.10		
07 JUN. 2010		

BIBLIOTECA - IFGW - 2144 - set/04

Serviços de impressão e acabamento
executados, a partir de arquivos digitais fornecidos,
nas oficinas gráficas da EDITORA SANTUÁRIO
Fone: (0XX12) 3104-2000 - Fax (0XX12) 3104-2016
http://www.editorasantuario.com.br - Aparecida-SP

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

1010766847
530
H155f
8. ed. v.1 / IFGW

HALLIDAY, D.

Fundamentos de física.

530/H155f/8.ed.v.1.e.17 (766847)

Algumas Propriedades Físicas

Ar (seco, a 20°C e 1 atm)	
Massa específica	1,21 kg/m^3
Calor específico a pressão constante	1010 J/kg · K
Razão entre os calores específicos	1,40
Velocidade do som	343 m/s
Rigidez dielétrica	3×10^6 V/m
Massa molar efetiva	0,0289 kg/mol
Água	
Massa específica	1000 kg/m^3
Velocidade do som	1460 m/s
Calor específico a pressão constante	4190 J/kg · K
Calor de fusão (0°C)	333 kJ/kg
Calor de vaporização (100°C)	2260 kJ/kg
Índice de refração (λ = 589 nm)	1,33
Massa molar	0,0180 kg/mol
Terra	
Massa	$5{,}98 \times 10^{24}$ kg
Raio médio	$6{,}37 \times 10^6$ m
Aceleração de queda livre na superfície da Terra	9,8 m/s^2
Atmosfera-padrão	$1{,}01 \times 10^5$ Pa
Período de um satélite a uma altitude de 100 km	86,3 min
Raio da órbita geossíncrona	42 200 km
Velocidade de escape	11,2 km/s
Momento dipolar magnético	$8{,}0 \times 10^{22}$ A · m^2
Campo elétrico médio na superfície	150 V/m, para baixo
Distância até	
A Lua	$3{,}82 \times 10^8$ m
O Sol	$1{,}50 \times 10^{11}$ m
A estrela mais próxima	$4{,}04 \times 10^{16}$ m
O centro da nossa galáxia	$2{,}2 \times 10^{20}$ m
A galáxia de Andrômeda	$2{,}1 \times 10^{22}$ m
O limite do universo observável	$\sim 10^{26}$ m

Alfabeto Grego

Alfa	A	α	Iota	I	ι	Rô	P	ρ
Beta	B	β	Capa	K	κ	Sigma	Σ	σ
Gama	Γ	γ	Lambda	Λ	λ	Tau	T	τ
Delta	Δ	δ	Mi	M	μ	Ípsilon	Y	υ
Epsílon	E	ϵ	Ni	N	ν	Fi	Φ	ϕ, φ
Zeta	Z	ζ	Csi	Ξ	ξ	Qui	X	χ
Eta	H	η	Ômicron	O	o	Psi	Ψ	ψ
Teta	Θ	θ	Pi	Π	π	Ômega	Ω	ω

Algumas Constantes Físicas*

Velocidade da luz	c	$2{,}998 \times 10^{8}$ m/s
Constante gravitacional	G	$6{,}673 \times 10^{-11}$ N · m²/kg²
Constante de Avogadro	N_A	$6{,}022 \times 10^{23}$ mol^{-1}
Constante universal dos gases	R	8,314 J/mol · K
Relação entre massa e energia	c^2	$8{,}988 \times 10^{16}$ J/kg
		931,49 MeV/u
Permissividade elétrica do vácuo	ε_0	$8{,}854 \times 10^{-12}$ F/m
Permeabilidade magnética do vácuo	μ_0	$1{,}257 \times 10^{-6}$ H/m
Constante de Planck	h	$6{,}626 \times 10^{-34}$ J · s
		$4{,}136 \times 10^{-15}$ eV · s
Constante de Boltzmann	k	$1{,}381 \times 10^{-23}$ J/K
		$8{,}617 \times 10^{-5}$ eVK
Carga elementar	e	$1{,}602 \times 10^{-19}$ C
Massa do elétron	m_e	$9{,}109 \times 10^{-31}$ kg
Massa do próton	m_p	$1{,}673 \times 10^{-27}$ kg
Massa do nêutron	m_n	$1{,}675 \times 10^{-27}$ kg
Massa do dêuteron	m_d	$3{,}344 \times 10^{-27}$ kg
Raio de Bohr	a	$5{,}292 \times 10^{-11}$ m
Magnéton de Bohr	μ_B	$9{,}274 \times 10^{-24}$ J/T
		$5{,}788 \times 10^{-5}$ eV/T
Constante de Rydberg	R	$1{,}097\,373 \times 10^{7}$ m^{-1}

*Uma lista mais completa, que mostra também os melhores valores experimentais, está no Apêndice B.

Alguns Fatores de Conversão*

Massa e Massa Específica

1 kg = 1000 g = $6{,}02 \times 10^{26}$ u
1 slug = 14,59 kg
1 u = $1{,}661 \times 10^{-27}$ kg
1 kg/m³ = 10^{-3} g/cm³

Comprimento e Volume

1 m = 100 cm = 39,4 in = 3,28 ft
1 mi = 1,61 km = 5280 ft
1 in = 2,54 cm
1 nm = 10^{-9} m = 10 Å
1 pm = 10^{-12} m = 1000 fm
1 ano-luz = $9{,}461 \times 10^{15}$ m
1 m³ = 1000 L = 35,3 ft³ = 264 gal

Tempo

1 d = 86 400 s
1 ano = 365 d 6 h = $3{,}16 \times 10^{7}$ s

Ângulos

1 rad = 57,0° = 0,159 rev
π rad = 180° = $\frac{1}{2}$ rev

Velocidade

1 m/s = 3,28 ft/s = 2,24 mi/h
1 km/h = 0,621 mi/h = 0,278 m/s

Força e Pressão

1 N = 10^5 dina = 0,225 lb
1 lb = 4,45 N
1 t = 2000 lb
1 Pa = 1 N/m² = 10 dina/cm²
= $1{,}45 \times 10^{-4}$ lb/in²
1 atm = $1{,}01 \times 10^{5}$ Pa = 14,7 lb/in²
= 76,0 cm Hg

Energia e Potência

1 J = 10^7 erg = 0,2389 cal = 0,738 ft · lb
1 kW · h = $3{,}6 \times 10^{6}$ J
1 cal = 4,1868 J
1 eV = $1{,}602 \times 10^{-19}$ J
1 hp** = 746 W = 550 ft·lb/s

Magnetismo

1 T = 1 Wb/m² = 10^4 gauss

*Uma lista mais completa está no Apêndice D.
**A unidade de potência hp é uma abreviatura do inglês *horsepower*, que não corresponde exatamente ao cavalo-vapor (cv), que é igual a 735,5 W (N.T.)

Sobre a capa

A capa é uma imagem de Eric J. Heller que mostra as trajetórias de elétrons em uma superfície com irregularidades microscópicas. Os 100.000 elétrons partem do canto superior direito e se espalham para formar um desenho complexo ao se dirigirem para o canto inferior esquerdo.

O movimento dos elétrons é tratado em vários capítulos deste livro, e é especialmente importante na discussão sobre centelhas elétricas. Algumas centelhas são inofensivas, como os clarões azuis produzidos quando alguém mastiga uma pastilha de gaultéria em um quarto escuro (Capítulo 21). Outras centelhas podem ser muito perigosas, como as descargas eletrostáticas que podem causar a explosão de um pó industrial (Capítulo 25).

Ocupe Seu Lugar — O Espetáculo Vai Começar!

Esta 8ª edição de **Fundamentos de Física** contém centenas de exemplos interessantes extraídos da vida real, no espírito do livro de Jearl Walker **O Circo Voador da Física**. A primeira edição de **O Circo Voador da Física**, no mercado há mais de 30 anos em 10 idiomas, tornou-se um clássico para estudantes de física, professores de física e o público em geral. A segunda edição, lançada nos Estados Unidos em 2007, foi publicada recentemente em português pela LTC — Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., uma editora integrante do GEN | Grupo Editorial Nacional.

gen Grupo Editorial Nacional | LTC
www.ltceditora.com.br

ISBN 978-85-216-1605-4
9 788521 616054