

Ensino & Informação

Prof. Altamir A. R. Araldi

Revista®

Gelson Iezzi
Osvaldo Dolce
David Degenszajn
Roberto Périco



Matemática

volume único



Apresentação

Os programas de Matemática do ensino médio são geralmente muito parecidos, só diferindo em alguns detalhes, como por exemplo a seqüência utilizada no estudo das funções elementares, a série em que a Trigonometria será tratada, a forma de abordar a Geometria, entre outros. Além disso, é grande a variação de carga horária das aulas de Matemática entre as escolas: algumas têm apenas duas aulas semanais, enquanto outras têm oito.

Já fizemos várias tentativas com o objetivo de o livro-texto de Matemática poder contemplar essas variações, mas sempre com sucesso relativo. Um livro por série, por exemplo, pode não atender ao programa de muitas escolas. Dividir o conteúdo a ser ensinado em uma coleção de livros por assunto implica a necessidade de se utilizar dois ou mais livros por série.

Com a obra *Matemática — volume único* pretendemos superar essas dificuldades. Em um só volume, professores e estudantes encontrarão os conteúdos usualmente tratados no ensino médio e poderão ordená-los da forma mais conveniente.

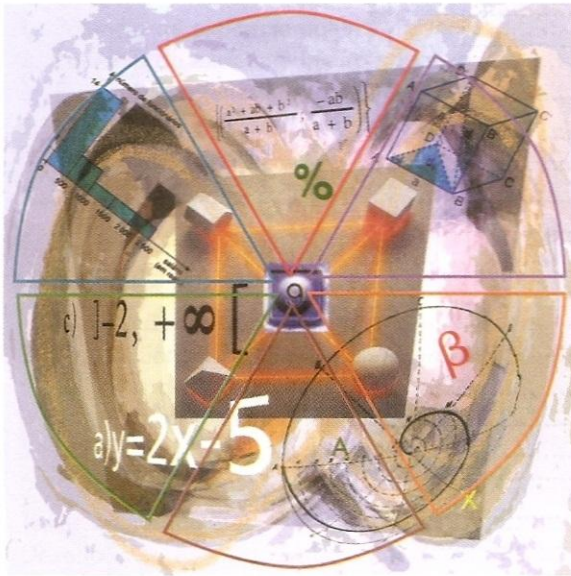
Nesta nova edição introduzimos várias alterações. Por solicitação de muitos colegas professores resolvemos:

- acrescentar dois assuntos: “poliedros”, em Geometria, e “cônicas”, em Geometria Analítica;
- mantido o capítulo sobre áreas, restringir a Geometria Plana ao estudo da semelhança e das relações métricas nos triângulos, assuntos necessários ao bom desenvolvimento da Trigonometria;
- aprofundar o capítulo de Probabilidades;
- ampliar substancialmente o capítulo de Estatística;
- atualizar os testes e exercícios com questões de vestibulares recentes e do Enem.

Procurando atender ao que preconizam os PCNs quanto à contextualização e à interdisciplinaridade, introduzimos, onde foi possível, problemas de aplicação e estudos que fazem uso de textos, gráficos e tabelas publicados em jornais e revistas de grande circulação no país.

Estamos certos de que esta obra merecerá a análise da classe docente de Matemática no ensino médio e esperamos despertar o interesse dos estudantes. Assim, estamos abertos a críticas e sugestões dos leitores, que poderão enviá-las à editora.

OS AUTORES.



Sumário

Parte 1 — ÁLGEBRA I

1 ○ CONJUNTOS NUMÉRICOS	3
1. Introdução	3
2. O conjunto \mathbb{N}	3
3. O conjunto \mathbb{Z}	4
4. O conjunto \mathbb{Q}	6
5. O conjunto \mathbb{I}	9
6. O conjunto \mathbb{R}	9
7. Intervalos reais	12
8. Outro conjunto importante	14
Testes de vestibulares	14
Desafios	15
2 ○ FUNÇÕES	16
1. Introdução	16
2. Definição	18
3. Funções definidas por fórmulas	19
4. Domínio e contradomínio	21
5. Gráficos	22
6. Noções básicas de plano cartesiano	26
7. Construção de gráficos	27
8. Análise de gráficos	30
Testes de vestibulares	35
Desafios	38
3 ○ FUNÇÃO AFIM	39
1. Introdução	39
2. Definição	39
3. Gráfico	39
4. Coeficientes da função afim	42
5. Zero e equação do 1º grau	43
6. Crescimento e decréscimo	44
7. Sinal	45
8. Inequações	47
Testes de vestibulares	51
Desafios	54
4 ○ FUNÇÃO QUADRÁTICA	55
1. Introdução	55
2. Definição	55
3. Gráfico	56
4. Zeros e equação do 2º grau	57
5. Coordenadas do vértice da parábola	61
6. Imagem	62
7. Construção da parábola	63
8. Sinal	66
9. Inequações	68
Testes de vestibulares	73
Desafios	75

5 ○ FUNÇÃO MODULAR	77
1. Função definida por mais de uma sentença	77
2. Módulo de um número	80
3. Função modular	82
4. Gráfico	82
5. Imagem	82
6. Função composta	82
7. Funções compostas com a modular	84
8. Equações modulares	85
9. Inequações modulares	87
Testes de vestibulares	88
Desafios	91
6 ○ FUNÇÃO EXPONENCIAL	92
1. Potência de expoente natural	92
2. Potência de expoente inteiro negativo	93
3. Raiz n -ésima (enésima) aritmética	94
4. Potência de expoente racional	96
5. Função exponencial	97
Testes de vestibulares	106
Desafios	108
7 ○ LOGARITMOS	110
1. Introdução	110
2. Conseqüências	111
3. Sistemas de logaritmos	112
4. Propriedades operatórias	113
5. Utilização das propriedades	115
6. Mudança de base	117
Testes de vestibulares	118
Desafio	119
8 ○ FUNÇÃO LOGARÍTMICA	120
1. Introdução	120
2. Funções sobrejetoras	121
3. Funções injetoras	121
4. Funções bijetoras ou inversíveis	122
5. Função inversa	122
6. Função logarítmica	125
7. Equações exponenciais	131
8. Equações logarítmicas	132
9. Inequações exponenciais	135
10. Inequações logarítmicas	136
Testes de vestibulares	138
Desafios	141
9 ○ PROGRESSÕES	143
1. Seqüências numéricas	143
2. Progressões Aritméticas	145
3. Termo geral da P.A.	145
4. Notação especial	148

5. Soma dos n primeiros termos de uma P.A.	150
6. Progressões Geométricas	152
7. Termo geral da P.G.	153
8. Trabalhando ao mesmo tempo com P.A. e P.G.	156
9. Soma dos n primeiros termos de uma P.G.	157
10. Série geométrica convergente	159
Testes de vestibulares	161
Desafios	164
Respostas dos exercícios e testes	165

Parte 2 — MATEMÁTICA FINANCEIRA

10 ○ NOÇÕES DE MATEMÁTICA FINANCEIRA	179
1. Razão e proporção	179
2. Porcentagem	180
3. Juros	188
4. Juros simples	188
5. Juros compostos	189
Testes de vestibulares	192
Desafios	195
Respostas dos exercícios e testes	197

Parte 3 — TRIGONOMETRIA

11 ○ SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS	199
1. Introdução	199
2. Triângulos semelhantes	200
3. Relações métricas no triângulo retângulo	204
Testes de vestibulares	208
Desafios	210
12 ○ TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	211
1. Introdução	211
2. Razões trigonométricas	211
3. Relação fundamental I	214
4. Outra razão trigonométrica	216
5. Relação fundamental II	216
6. Ângulos notáveis	217
Testes de vestibulares	220
Desafios	223
13 ○ RESOLUÇÃO DE TRIÂNGULOS	224
1. Introdução	224
2. Ângulos suplementares	224
3. Lei dos senos ou teorema dos senos	225
4. Lei dos cossenos ou teorema dos cossenos	227
Testes de vestibulares	229
Desafios	230

14 ○ FUNÇÕES CIRCULARES	232
1. Ciclo trigonométrico	232
2. Funções circulares	242
Testes de vestibulares	254
Desafios	256
15 ○ RELAÇÕES ENTRE FUNÇÕES	258
1. Relações fundamentais	258
2. Relações decorrentes	261
3. Identidades trigonométricas	262
Testes de vestibulares	264
Desafios	265
16 ○ TRANSFORMAÇÕES	266
1. Introdução	266
2. Fórmulas de adição e subtração	266
3. Fórmulas de multiplicação	269
4. Fórmulas de transformação em produto	272
Testes de vestibulares	274
Desafios	276
17 ○ EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES	277
1. Equações elementares	277
2. Inequações elementares	283
Testes de vestibulares	287
Desafios	289
18 ○ RETOMANDO AS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	290
1. Função seno	290
2. Função cosseno	294
3. Função tangente	297
4. As outras funções trigonométricas	299
Testes de vestibulares	300
Desafios	302
Respostas dos exercícios e testes	303

Parte 4 — ÁLGEBRA II

19 ○ MATRIZES	313
1. Introdução	313
2. Representação de uma matriz	314
3. Matrizes especiais	314
4. Igualdade de matrizes	316
5. Adição e subtração	317
6. Multiplicação de um número real por uma matriz ...	320
7. Multiplicação de matrizes	321
8. Matriz identidade	326
9. Matriz inversa	326
Testes de vestibulares	328
Desafios	330

20	DETERMINANTES	331
	1. Definição e regras práticas	331
	2. Cofator	333
	3. Teorema de Laplace	334
	Testes de vestibulares	335
	Desafios	336
21	SISTEMAS LINEARES	337
	1. Introdução	337
	2. Equação linear	337
	3. Sistema linear	338
	4. Sistemas escalonados	340
	5. Sistemas equivalentes e escalonamento	342
	6. Sistemas homogêneos	347
	7. Regra de Cramer	348
	8. Discussão de um sistema	350
	Testes de vestibulares	353
	Desafios	355
22	ANÁLISE COMBINATÓRIA	356
	1. Introdução	356
	2. Princípio fundamental da contagem	356
	3. Fatorial de um número natural	359
	4. Arranjos	361
	5. Permutações	363
	6. Combinações	366
	7. Permutação com elementos repetidos	370
	Testes de vestibulares	372
	Desafios	374
23	PROBABILIDADE	375
	1. Introdução	375
	2. Experimento aleatório	375
	3. Espaço amostral	375
	4. Evento	376
	5. Probabilidades em espaços amostrais equiprováveis	377
	6. Probabilidade da união de dois eventos	381
	7. Probabilidade condicional	383
	8. Probabilidade de dois eventos simultâneos (ou sucessivos)	385
	9. Experimentos binomiais	388
	Testes de vestibulares	390
	Desafios	393
24	BINÔMIO DE NEWTON	395
	1. Introdução	395
	2. Coeficientes binomiais	395
	3. Triângulo de Pascal/Tartaglia	397
	4. Somatório	399
	5. Desenvolvimento de $(a + b)^n$	400
	6. Termo geral do binômio	403
	Testes de vestibulares	404
	Desafios	405
	Respostas dos exercícios e testes	406

Parte 5 — ESTATÍSTICA

25 ○ ESTATÍSTICA	413
1. Introdução	413
2. Variável	413
3. Tabelas de freqüência	415
4. Representação gráfica	417
5. Medidas de centralidade	422
6. Medidas de dispersão	428
Testes de vestibulares	434
Desafios	437
Respostas dos exercícios e testes	438

Parte 6 — GEOMETRIA

26 ○ GEOMETRIA ESPACIAL DE POSIÇÃO	441
1. Introdução	441
2. Noções primitivas e postulados	441
3. Determinação de retas e planos	442
4. Posições relativas	444
5. Perpendicularidade	447
6. Projeções ortogonais sobre um plano	450
7. Distâncias geométricas	451
8. Ângulos	453
Testes de vestibulares	455
Desafio	456
27 ○ POLIEDROS	457
1. Introdução	457
2. Os poliedros	457
3. Relação de Euler	458
4. Poliedros de Platão	459
5. Poliedros regulares	461
Testes de vestibulares	462
Desafio	462
28 ○ ÁREAS DE SUPERFÍCIES PLANAS	463
1. Conceito	463
2. Área do retângulo	463
3. Área do quadrado	464
4. Área do paralelogramo	464
5. Área do triângulo	466
6. Área do trapézio	470
7. Área do losango	470
8. Área do polígono regular	471
9. Área do círculo	473
Testes de vestibulares	477
Desafios	481

29	PRISMA	482
1.	Conceito	482
2.	Elementos	482
3.	Classificação	482
4.	Paralelepípedo	483
5.	Áreas e volume	487
	Testes de vestibulares	490
	Desafios	492
30	PIRÂMIDE	493
1.	Conceito	493
2.	Elementos	493
3.	Classificação	493
4.	Áreas e volume	495
5.	Tetraedro regular	497
6.	Tronco de pirâmide	499
	Testes de vestibulares	503
	Desafios	505
31	CILINDRO	506
1.	Conceito	506
2.	Elementos	506
3.	Classificação	506
4.	Áreas e volume	507
5.	Seção meridiana e cilindro equilátero	508
	Testes de vestibulares	511
	Desafios	513
32	CONE	514
1.	Conceito	514
2.	Elementos	514
3.	Classificação	514
4.	Áreas e volume	515
5.	Seção meridiana e cone equilátero	516
6.	Tronco de cone	518
	Testes de vestibulares	521
	Desafios	523
33	ESFERA	524
1.	Conceitos	524
2.	Elementos	525
3.	Área e volume	525
4.	Fuso esférico	526
5.	Cunha esférica	526
	Testes de vestibulares	529
	Desafios	531
	Respostas dos exercícios e testes	532

Parte 7 — GEOMETRIA ANALÍTICA

34 ○ O PONTO	537
1. Introdução	537
2. O plano cartesiano	537
3. Distância entre dois pontos	538
4. Ponto médio de um segmento	539
5. Condição de alinhamento de três pontos	540
Testes de vestibulares	542
Desafios	543
35 ○ A RETA	544
1. Introdução	544
2. A equação geral da reta	544
3. A equação reduzida da reta	546
4. Retas que passam por um ponto dado	548
5. Outras formas de equação da reta	549
6. Analogia com a função afim	551
7. Interseção de retas	552
8. Paralelismo	554
9. Perpendicularidade	555
10. Inequações do 1º grau com duas variáveis	556
11. Ângulos entre retas	559
12. Distância entre ponto e reta	560
13. Área de um triângulo	561
14. Bissetrizes dos ângulos de duas retas	563
Testes de vestibulares	564
Desafios	568
36 ○ A CIRCUNFERÊNCIA	569
1. A equação reduzida da circunferência	569
2. A equação geral da circunferência	571
3. Posições relativas entre ponto e circunferência	573
4. Inequações do 2º grau com duas incógnitas	575
5. Posições relativas entre reta e circunferência	576
6. Problemas de tangência	578
Testes de vestibulares	580
Desafios	583
37 ○ AS CÔNICAS	584
1. Elipse	584
2. Hipérbole	588
3. Parábola	591
Testes de vestibulares	594
Desafios	596
Respostas dos exercícios e testes	597

Parte 7 — GEOMETRIA ANALÍTICA

34 ○ O PONTO	537
1. Introdução	537
2. O plano cartesiano	537
3. Distância entre dois pontos	538
4. Ponto médio de um segmento	539
5. Condição de alinhamento de três pontos	540
Testes de vestibulares	542
Desafios	543
35 ○ A RETA	544
1. Introdução	544
2. A equação geral da reta	544
3. A equação reduzida da reta	546
4. Retas que passam por um ponto dado	548
5. Outras formas de equação da reta	549
6. Analogia com a função afim	551
7. Interseção de retas	552
8. Paralelismo	554
9. Perpendicularidade	555
10. Inequações do 1º grau com duas variáveis	556
11. Ângulos entre retas	559
12. Distância entre ponto e reta	560
13. Área de um triângulo	561
14. Bissetrizes dos ângulos de duas retas	563
Testes de vestibulares	564
Desafios	568
36 ○ A CIRCUNFERÊNCIA	569
1. A equação reduzida da circunferência	569
2. A equação geral da circunferência	571
3. Posições relativas entre ponto e circunferência	573
4. Inequações do 2º grau com duas incógnitas	575
5. Posições relativas entre reta e circunferência	576
6. Problemas de tangência	578
Testes de vestibulares	580
Desafios	583
37 ○ AS CÔNICAS	584
1. Elipse	584
2. Hipérbole	588
3. Parábola	591
Testes de vestibulares	594
Desafios	596
Respostas dos exercícios e testes	597

Parte 8 — ÁLGEBRA III

38 ○ NÚMEROS COMPLEXOS	603
1. Introdução	603
2. Igualdade entre números complexos	606
3. Operações com números complexos	606
4. Potências de i	611
5. Plano de Argand-Gauss	612
6. Módulo	614
7. Argumento	615
8. Forma trigonométrica ou polar	616
9. Operações na forma trigonométrica	618
10. Potenciação em \mathbb{C}	620
11. Radiciação em \mathbb{C}	621
Testes de vestibulares	624
Desafios	625
39 ○ POLINÔMIOS	626
1. Função monomial	626
2. Função polinomial	626
3. Adição, subtração e multiplicação de polinômios	629
4. Divisão de polinômios	630
5. Divisão por binômios do tipo $x - a$	632
6. Divisões sucessivas	636
Testes de vestibulares	638
Desafios	639
40 ○ EQUAÇÕES POLINOMIAIS OU ALGÉBRICAS	640
1. Introdução	640
2. Noções iniciais	640
3. Teorema Fundamental da Álgebra (TFA)	641
4. Teorema da decomposição	641
5. Multiplicidade de uma raiz	644
6. Raízes complexas	645
7. Relações de Girard	647
8. Raízes racionais	649
Testes de vestibulares	651
Desafios	653
Respostas dos exercícios e testes	654



Gelson
Iezzi



Osvaldo
Dolce



David
Degenszajn



Roberto
Périgo

Um curso completo de Matemática para o ensino médio, escrito por autores consagrados que unem a precisão e o rigor conceitual com algumas das mais modernas tendências do ensino de Matemática:

- exemplos de aplicação da Matemática no cotidiano e em outras áreas do conhecimento;
- uso de textos, gráficos e tabelas retirados de jornais e revistas de grande circulação no país;
- proposta de desafios, exercícios mais complexos que estimulam o raciocínio e a criatividade na sua resolução;
- inúmeros exemplos de exercícios resolvidos para facilitar o estudo;
- exercícios e testes de vestibulares e do Enem que visam preparar o aluno para o ingresso na universidade.

