RESENHAS

Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais, por Djairo Guedes de Figueiredo, Projeto Euclides, IMPA.

Paulo Cordaro

Disciplinas com programas baseados no estudo de problemas iniciais e/ou de fronteira para as equações clássicas da Física Matemática já são tradicionalmente oferecidas na maioria das universidades brasileiras, não só para alunos dos cursos de Física e Matemática Aplicada como também para alunos de diversas modalidades de cursos de Engenharia. O enfoque desses cursos é, em geral, dar ênfase aos métodos que utilizam séries de Fourier e transformadas integrais (Fourier, Laplace), dando assim oportunidade ao estudante de tomar, talvez pela primeira vez, contacto com algumas das aplicações da Matemática. Nota-se, além disso, uma nítida tendência nos Bacharelados e Mestrados em Matemática do país de constar em seus programas disciplinas como "Equações Diferenciais Parciais", apresentando uma outra opção àqueles estudantes que se interessam pela Análise Matemática.

Apesar, porém, de haver uma certa unanimidade no material abordado em tais disciplinas, o nível em que este deve ser apresentado varia naturalmente de acordo com o nível da classe. Assim, para que a apresentação não se torne um simples receituário de métodos e truques, é importante que o professor se esmere em usar o máximo de rigor que esteja ao alcance de seus estudantes.

O que torna o livro do Professor Figueiredo particularmente atraente é que ele pode ser utilizado como texto para cursos de diferentes níveis, bastando que o professor escolha uma das diversas opções sugeridas pela própria abordagem.

Para se ter uma idéia de como estes objetivos podem ser atingidos basta fazer uma análise dos tópicos discutidos no texto. Estes já são clássicos o suficiente para dispensar uma listagem de conteúdo. (O leitor interessado pode consultar as notas sobre Séries de Fourier escritas pela Professora Valeria Iorio em *Matemática Universitária,* No. 3, Junho de 1986.) Basicamente o autor discute as três equações clássicas (do calor, das ondas e de Laplace), seus problemas correspondentes e suas respectivas soluções, utilizando, primordialmente, a Análise de Fourier.

A exposição se inicia com a descrição do problema da condução do calor numa barra finita com extremidades mantidas a temperatura zero. O estudo deste problema naturalmente motiva a introdução do conceito de série de Fourier e este é então exaustivamente estudado nos dois capítulos seguintes. Recebe especial atenção o problema da convergência, com o estudo da convergência uniforme para funções com derivadas integráveis e absolutamente integráveis, com a introdução do núcleo de Dirichlet para o estudo da convergência pontual, com a introdução das sequências de Dirac para a demonstração do Teorema de Fejér e com a introdução das técnicas de espaços de Hilbert para a demonstração da convergência na média quadrática. Como um sub-produto da teoria, demonstram-se o teorema de Weierstrass sobre aproximação de funções contínuas por polinômios (por meio dos núcleos de Landau) e a desigualdade isoperimétrica para curvas seccionalmente deriváveis, o que é, sem dúvida, um dos pontos altos do texto.

Com todo este material à disposição são tratados diferentes problemas mistos para a equação do calor e das ondas por meio do chamado "método de separação de variáveis".

Para a abordagem do Problema de Cauchy para a equação do calor numa barra infinita é introduzido e estudado detalhadamente o conceito de Transformada de Fourier. O estudo é feito no espaço de Schwartz das funções rapidamente decrescentes no infinito, o que faz a exposição fluir naturalmente.

Finalmente, no último capítulo, são apresentadas algumas propriedades da equação de Laplace e das funções harmônicas. Aqui a fórmula integral de Poisson no plano é deduzida pelo método de separação de variáveis, enquanto que o problema de Dirichlet para o semi-plano é resolvido via Transformada de Fourier.

Com o objetivo de tornar o texto acessível a um público mais amplo o autor opta pela utilização da integral de Riemann ao invés da de Lebesgue. Esta escolha foi bem acertada, uma vez que a maioria dos estudantes ainda não aprenderam a integral de Lebesque. E, é bom frisar, a exposição é tão cuidadosa que a utilização da integral de Riemann em nada prejudica a utilização do texto em cursos de nível mais avançado. Na realidade, algumas das idéias principais que moldaram o início do moderno tratamento das equações diferenciais parciais aparecem no texto (por exemplo, teoria das distribuições, como no problema do calor, onde a solução deve assumir a condição inicial no sentido fraco; espaços de Sobolev; problema de Sturm–Liouville) e esta é a qualidade mais importante do livro: faz com que o estudante interessado encontre motivações para estudos posteriores da teoria.

A única restrição que fazemos ao livro é que a exposição está quase que totalmente desvinculada da teoria das funções holomorfas de uma variável complexa. Por exemplo, a análise das condições sob as quais uma série de Fourier é a restrição ao círculo de uma função holomorfa seria muito instrutiva. Sob este ponto de vista, a relação entre a fórmula de Poisson e a fórmula integral de Cauchy, a relação entre os problemas de Dirichlet para o disco e o semi-plano por meio de transformações conforme, etc., deveriam, ao menos como exercícios, figurar no texto.

Instituto de Matemática — USP
Caixa Postal 20.570 — Agência Iguatemi
01.498 São Paulo, SP