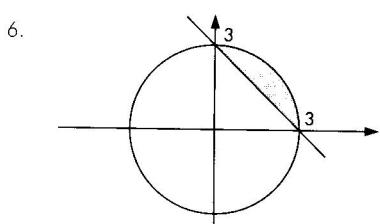
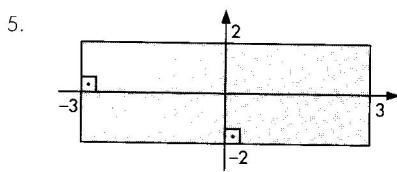
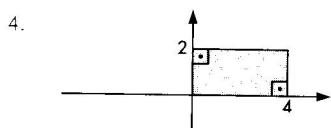
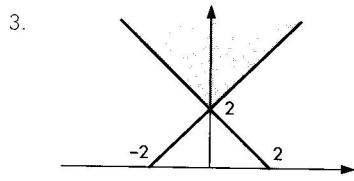
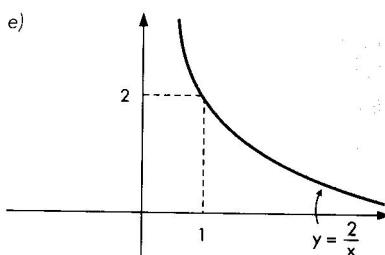
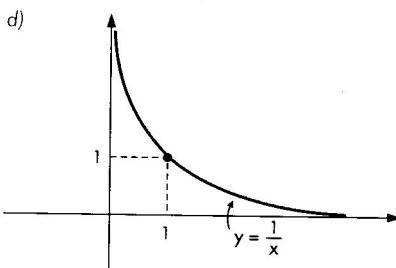
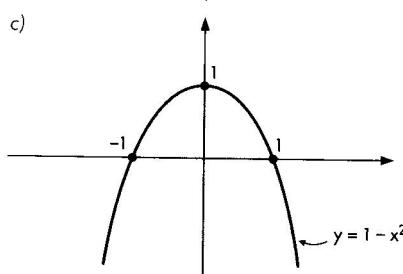
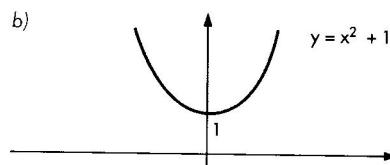
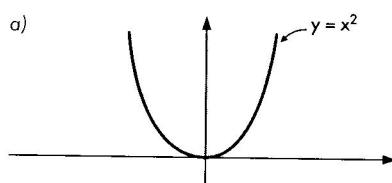


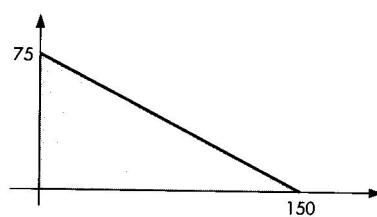
2. Exercício resolvido.

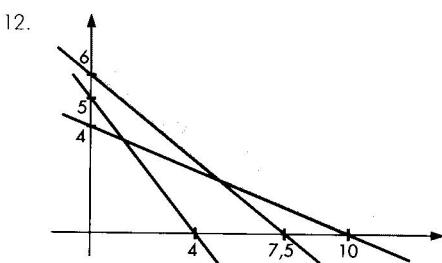
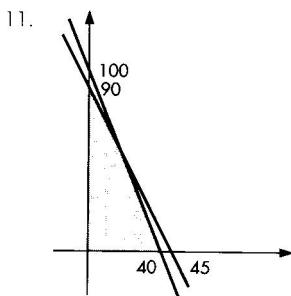
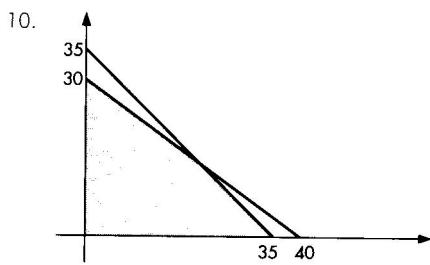


7.



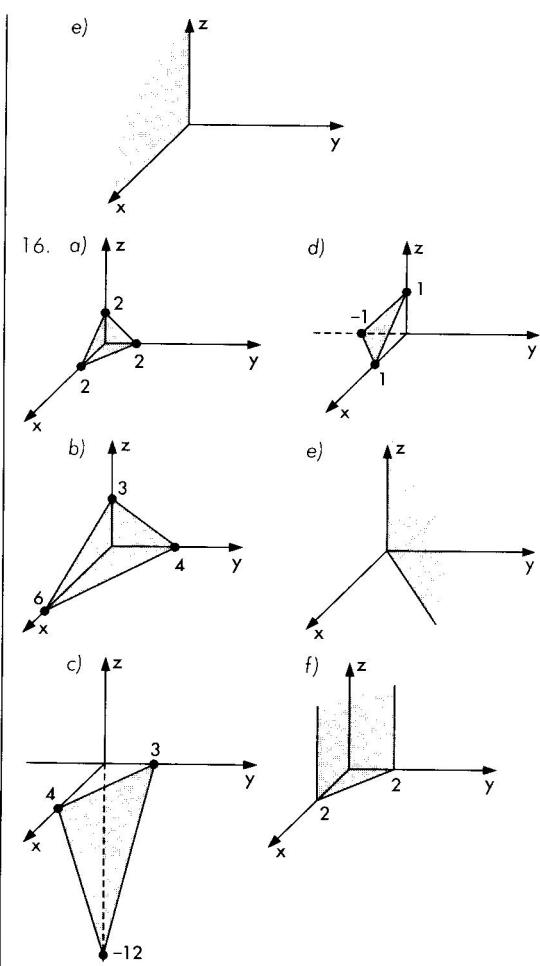
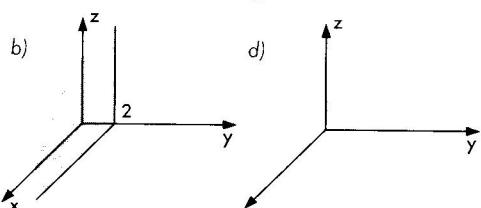
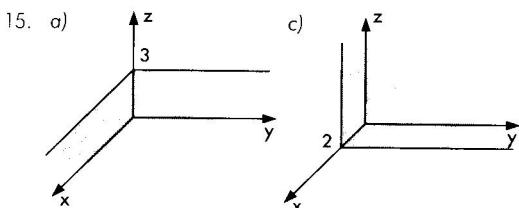
8. Exercício resolvido.





13. a) 5      c)  $\sqrt{37}$       e) 5  
 b)  $\sqrt{73}$       d)  $3\sqrt{5}$

14. a) V      c) V      e) V      g) V  
 b) V      d) F      f) F      h) F



17. a)  $\sqrt{13}$       b)  $\sqrt{14}$       c)  $\sqrt{6}$       d) 0

18. a)  $\sqrt{15}$       b)  $\sqrt{14}$       c) 0

19. (a); (f)

20. (a); (b); (d); (e)

21. (a); (b); (e)

22. a)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 5\}$   
 b)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 2 \text{ ou } x = -1\}$   
 c)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 2\}$   
 d)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\}$   
 e)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2 - 1\}$   
 f)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 9\}$   
 g)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$   
 h)  $\left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = \frac{1}{x}\right\}$

# Capítulo 9

1. a) 3

d)  $\frac{25}{9}$

g)  $\frac{3}{4}$

b) 1

e) 3

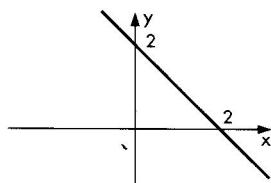
h)  $\frac{\Delta x}{2}$

c) -1

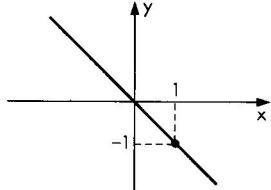
f) 4

i)  $\frac{-3\Delta y}{2(4 + \Delta y)}$

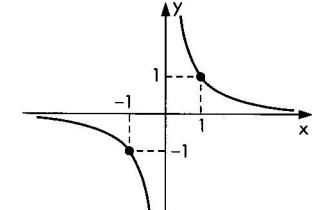
2.



3.



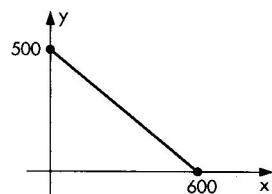
4.



5. a)  $R = 500x + 600y$

b) 14.000

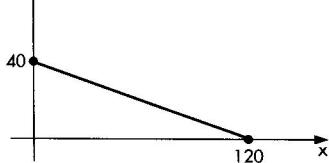
c)



6. a)  $R(x, y) = 100x + 300y$

b) 1.400

c)

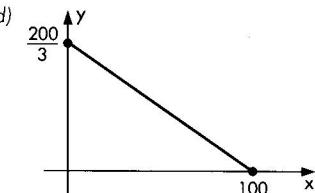


7. a) 180

d)  $\frac{200}{3}$

b) 100

c) 28



8. a) 8

b) 2

c)

$x_1$	$x_2$
1	24
2	12
3	8
4	6
6	4
8	3
12	2
24	1

9. I, II e III.

10.  $a = 2b$

11. a) 64

b) 0

c) Demonstração.

12.  $m = 100 \cdot 2^{-7,4}$

13.  $k = 888$

14.  $L = 2x + 4y - 1100$ .

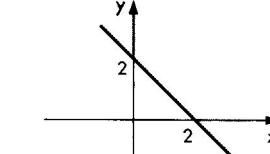
15.  $L = -x^2 - 1,5y^2 - 2xy + 197x + 200y$

16. Exercício resolvido.

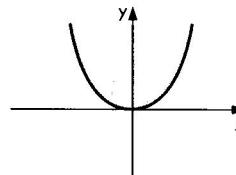
17. a)  $x^2 + y^2 \leq 9.000$  e  $x \geq 0, y \geq 0$

b)  $x^2 + y^2 = 9.000$  e  $x \geq 0, y \geq 0$

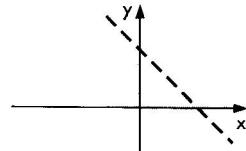
18. a)  $\{(x, y) \in R^2 \mid x + y - 2 \geq 0\}$



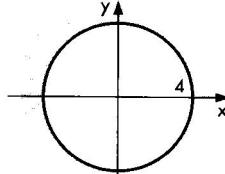
b)  $\{(x, y) \in R^2 \mid y \geq x^2\}$



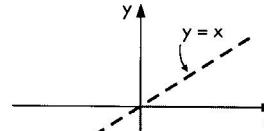
c)  $\{(x, y) \in R^2 \mid x + y - 2 \neq 0\}$



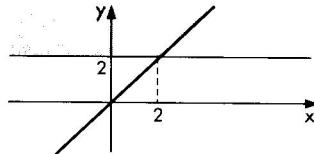
d)  $\{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \geq 16\}$



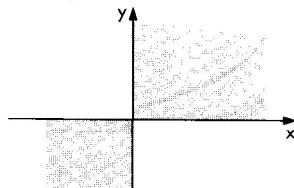
e)  $\{(x, y) \in R^2 \mid x - y > 0\}$



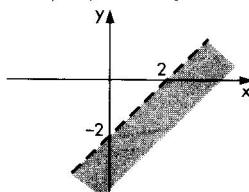
f)  $\{(x, y) \in R^2 \mid y \geq x \text{ e } y \geq 2\}$



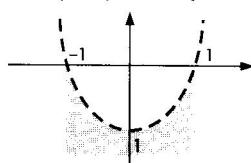
g)  $\{(x, y) \in R^2 \mid xy \geq 0\}$



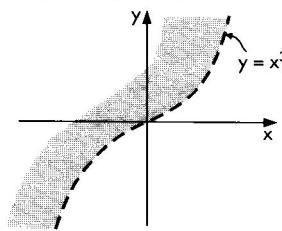
h)  $\{(x, y) \in R^2 \mid x - y - 2 > 0\}$



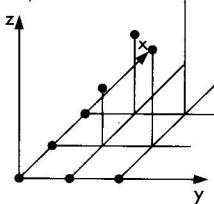
i)  $\{(x, y) \in R^2 \mid x^2 - y - 1 > 0\}$



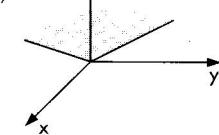
j)  $\{(x, y) \in R^2 \mid y > x^3\}$



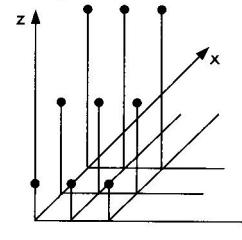
19. a)



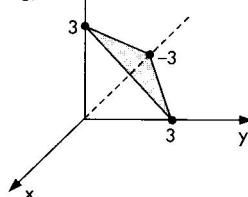
f)



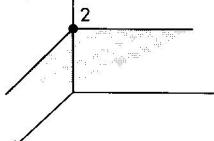
b)



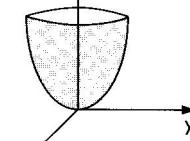
g)



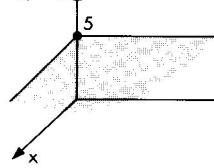
c)



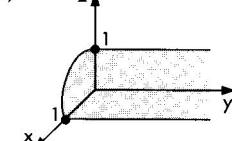
h)



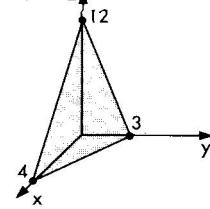
d)



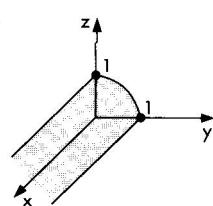
i)

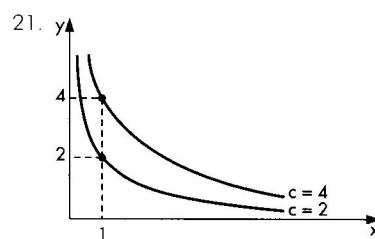
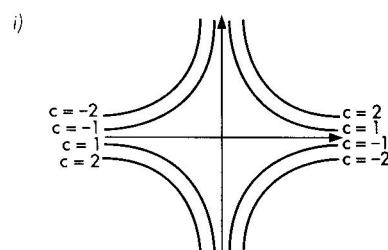
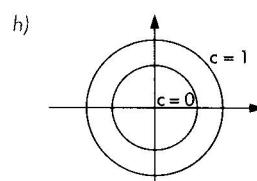
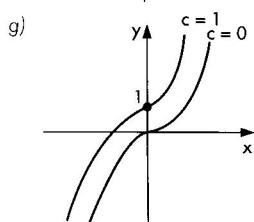
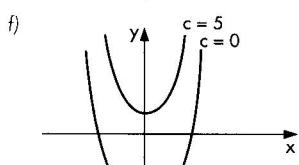
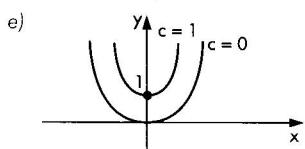
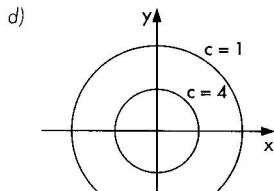
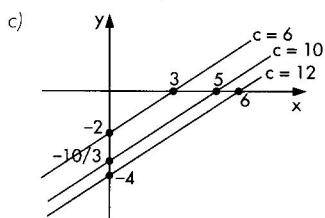
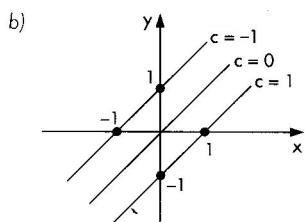
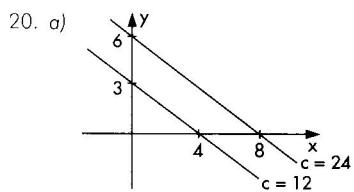


e)

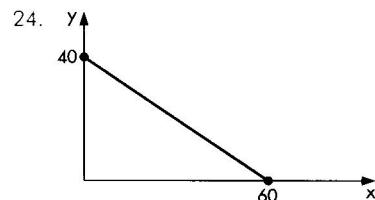
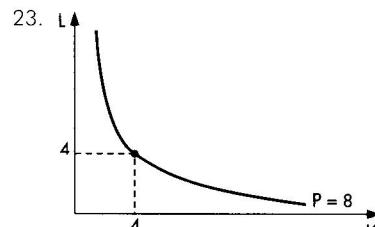
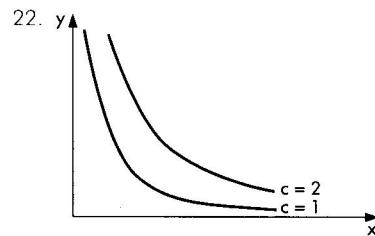


j)



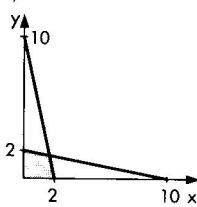


Os pontos de cada curva possuem as combinações de  $x$  e  $y$  que fornecem o mesmo grau de satisfação.

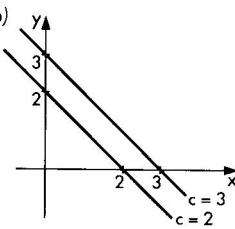


25. Demonstração.

26. a)



b)



c)  $x + y = \frac{10}{3}$

27. Circunferências ou arcos de circunferência com centro no ponto  $(a, b)$ .

28. 18. É contínua.

29. Não é contínua.

30. Não é contínua.

31. Não é contínua.

32. Não é contínua.

## Capítulo 10

1. a) 6

b) 12

2. a) 16

b) -16

3. 1)  $f_x = 7$

$f_y = 10$

2)  $f_x = 2x$

$f_y = 6y$

3)  $f_x = \frac{-2}{x^3}$

$f_y = \frac{-3}{y^2}$

4)  $f_x = \frac{-6}{x^4}$

$f_y = \frac{12}{y^3}$

5)  $f_x = \frac{1}{2} x^{-1/2}$

$f_y = \frac{1}{2} y^{-1/2}$

6)  $f_x = \frac{1}{3} x^{-2/3}$

$f_y = \frac{1}{2} y^{-1/2}$

7)  $f_x = 4y^2$

$f_y = 8xy$

8)  $f_x = 10y^2 + 10xy$

$f_y = 20xy + 5x^2$

9)  $f_x = e^x + 4x$

$f_y = 6$

10)  $f_x = \frac{1}{x}$

$f_y = 12y^2$

11)  $f_x = 3^x \cdot \ln 3$

$f_y = \cos y$

12)  $f_x = -\sin x + \frac{1}{x}$

$f_y = -e^y$

13)  $f_x = e^x(x^3 + 3x^2)$

$f_y = 10$

14)  $f_x = \frac{2y^2}{x}$

$f_y = 4y \ln x$

15)  $f_x = -3y^2 \cdot \sin x$

$f_y = 6y \cos x$

16)  $f_x = 12x$

$f_y = e^y(4y^2 + 8y)$

17)  $f_x = y^2[20x^2 \cos x + 40x \sin x]$

$f_y = 40x^2y \sin x$

18)  $f_x = \frac{-2y}{(x-y)^2}$

$f_y = \frac{2x}{(x-y)^2}$

19)  $f_x = \frac{e^x(2x+3y-2)}{(2x+3y)^2}$

$f_y = \frac{-3e^x}{(2x+3y)^2}$

20)  $f_x = \frac{-\ln y}{(x-2y)^2}$

$f_y = \frac{\frac{x}{y} + 2 \ln y - 2}{(x-2y)^2}$

21)  $f_x = 0,3x^{-0,7} \cdot y^{0,7}$

$f_y = 0,7x^{0,3} \cdot y^{-0,3}$

22)  $f_x = 1,2x^{-0,4} \cdot y^{0,4}$

$f_y = 0,8x^{0,6} \cdot y^{-0,6}$

23)  $f_x = 10 \alpha \cdot x^{\alpha-1} y^{1-\alpha}$

$f_y = 10(1-\alpha)x^\alpha \cdot y^{-\alpha}$

24)  $f_x = \frac{2}{2x+3y}$

$f_y = \frac{3}{2x+3y}$

25)  $f_x = 2 \cdot e^{2x+5y}$

$f_y = 5 \cdot e^{2x+5y}$

26)  $f_x = 2^{x+y} \cdot \ln 2$

$f_y = 2^{x+y} \cdot \ln 2$

27)  $f_x = 2x \cdot e^{x^2+y^2}$

$f_y = 2y \cdot e^{x^2+y^2}$

28)  $f_x = y \cdot e^{xy}$

$f_y = x \cdot e^{xy}$

29)  $f_x = y \cdot 3^{xy} \cdot \ln 3$

$f_y = x \cdot 3^{xy} \cdot \ln 3$

30)  $f_x = -2 \operatorname{sen}(2x+3y)$

$f_y = -3 \operatorname{sen}(2x+3y)$

31)  $f_x = 2x \cdot 5^{x^2+y} \cdot \ln 5$

$f_y = 5^{x^2+y} \cdot \ln 5$

32)  $f_x = 3(x^2 + 2xy)^2 \cdot (2x + 2y)$

$f_y = 6(x^2 + 2xy)^2 \cdot x$

33)  $f_x = 4(3x^2y + 2xy)^3 \cdot (6xy + 2y)$

$f_y = 4(3x^2y + 2xy)^3 \cdot (3x^2 + 2x)$

34)  $f_x = -6x(x^2 + 2y)^{-4}$

$f_y = -6(x^2 + 2y)^{-4}$

35)  $f_x = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$

$f_y = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} y^{-\frac{1}{2}}$

36)  $f_x = \frac{1}{2} (xy + x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (y + 2x)$

$f_y = \frac{1}{2} (xy + x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot x$

37)  $f_x = \frac{1}{3} (2x^2 - 3xy)^{\frac{2}{3}} \cdot (4x - 3y)$

$f_y = -(2x^2 - 3xy)^{\frac{2}{3}} \cdot x$

38)  $f_x = \frac{1}{2} (e^x + e^y)^{\frac{1}{2}} \cdot e^x$

$f_y = \frac{1}{2} (e^x + e^y)^{\frac{1}{2}} \cdot e^y$

39)  $f_x = \frac{x}{x^2 + y^2}$

$f_y = \frac{y}{x^2 + y^2}$

40)  $f_x = \frac{y(e^y - 2xy^2)}{e^y - x^2y^3}$

$f_y = \frac{x(e^y - 3xy^2)}{e^y - x^2y^3}$

4. a) 900      b) 945      c) 300      d) 300

5. Demonstração.

6.  $2x + 3y$

7.  $3x_1^2 \cdot x_2$

8. a)  $\left(\frac{y}{x}\right)^{0,5}$

b)  $\left(\frac{x}{y}\right)^{0,5}$

c) 2 e 1/2

9. 10 e 2,5

10. a)  $\frac{\partial q}{\partial x} = -4x; \quad \frac{\partial q}{\partial y} = 10$

b) A diminuição de uma unidade no preço da manteiga (mantido o da margarina).

11. a)  $\frac{\partial q}{\partial x} = -4; \quad \frac{\partial q}{\partial y} = -2$

b) Diminuir em uma unidade o preço de A (mantendo o de B).

12. a)  $\frac{\partial q}{\partial x} = -6; \quad \frac{\partial q}{\partial y} = 2$

b) Diminuir em uma unidade o preço de I (mantendo o de II).

13. b) positivos d) negativos

14. a) substitutos c) substitutos  
b) complementares

15. a)  $100 + x_2 - 2x_1$  c) 98 e 195  
b)  $200 + x_1 - 2x_2$

16. a)  $2x + y$  b)  $4y + x$  c) 40 e 90

17. a)  $\frac{\partial c}{\partial x} = 1 + 2xy - y; \quad \frac{\partial c}{\partial y} = x^2 - x$   
b) 191 e 90

18. a) 5,33 b)  $\frac{4x}{30 - 4x - 2y}$  c)  $\frac{6x}{100 - 6x + 2y}$

19. a) 0,33 b)  $\frac{-2y}{30 - 4x - 2y}$  c)  $\frac{2y}{100 - 6x + 2y}$

20.  $df = 0,14$

21.  $df = 0,04$

22.  $df = 1,7$

23. Exatamente: 0,0301;  $df = 0,03$

24. Exatamente: 0,2805;  $df = 0,28$

25. Demonstração.

26. a) 50 b) -200 c) 14.000 d) -60

27. a)  $6x_0^2 \cdot \Delta x - \Delta y$

b)  $\frac{4x_0}{2x_0^2 + 3y_0^2} \cdot \Delta x + \frac{6y_0}{2x_0^2 + 3y_0^2} \cdot \Delta y$

c)  $-2 \operatorname{sen}(2x_0 + y_0^3) \cdot \Delta x - 3y_0^2 \cdot \operatorname{sen}(2x_0 + y_0^3) \cdot \Delta y$

d)  $2x_0 \operatorname{sen} y_0 \cdot \Delta x + x_0^2 \cdot \cos y_0 \cdot \Delta y$

e)  $2x_0 \cdot e^{x_0^2 + y_0^3} \cdot \Delta x + 2y_0 \cdot e^{x_0^2 + y_0^3} \cdot \Delta y$

28. a)  $\frac{x^2 + 2xy}{(x+y)^2} \cdot \Delta x - \frac{x^2}{(x+y)^2} \cdot \Delta y$

b)  $\frac{2x}{x^2 + y^2} \cdot \Delta x + \frac{2y}{x^2 + y^2} \cdot \Delta y$

29. a) 21,5 c)  $h \cdot (5x + 11y)$

b)  $0,45x + 0,6y$

30. a) 2,2 c)  $h(-2x - 2y + 300)$

b)  $20 - 0,2x - 0,1y$

31. 0

32. real:  $3,95525 \pi m^3$  aproximado:  $3,9 \pi m^3$

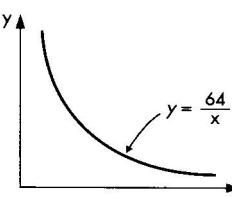
33. Aumenta de duas unidades monetárias.

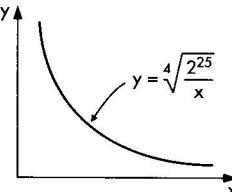
34. a)  $12t + 9$  d)  $(2t + 6t^2) \cdot e^{t^2 + 2t^3 - 1}$   
b)  $3 \cos t - 2 \operatorname{sen} t \cos t$  e)  $-8 \cdot t^{-9} - 7 \cdot t^{-8}$   
c)  $\frac{20t - 2}{10t^2 - 2t + 1}$

35. a)  $2,2t^{4,2}$  b)  $9,24 \cdot t^{3,2}$

36. a)  $\sqrt{(168 - t)^2 \cdot 0,5 \cdot t}$  c) 28 e 112  
b)  $t = 56h$

37. a)  $-\frac{2}{3}$  c)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$  e)  $-\frac{25}{4}$  g) 1  
b)  $-3x_0$  d) 0 f) -10 h) 2

38. a)  b) -16

39. a)  b)  $-\frac{y}{4x}$

40. Exercício resolvido.

41. a)  $y - y_0 = -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_0}{y_0} \cdot (x - x_0)$

b)  $y - 2 = 0$

c)  $y = x + \frac{a}{2}$

42. a) grau 1

h) grau 1

b) grau 2

i) grau 0,8

c) grau 2

j) grau 1,2

e) grau 0

43. b)  $3\left(\frac{y}{x}\right)^{0,5}$  e  $3\left(\frac{x}{y}\right)^{0,5}$

c) 1.200 para o trabalho e 1.200 para o capital.

44. b)  $A \cdot \alpha \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^{1-\alpha}$  e  $A(1-\alpha) \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^\alpha$

c) 2.400  $\alpha$  e 2.400  $(1-\alpha)$

45. a) 8.000 litros      b) \$ 2,00      c) \$ 32,00

46. O salário será reduzido para \$ 1,82 por homem-hora.

47. Permanecerá igual a \$ 2,00 por homem-hora.

48. A produção aumentará por 9.680 litros por dia e o salário por homem-hora passará a \$ 2,42.

49. Demonstração.

50. a) grau -1

b) grau 1

51.  $f_{xx}$

$f_{xy}$

$f_{yx}$

$f_{yy}$

a)

0

0

0

b)

0

1

0

c)

4

0

2

d)

0

$-y^{-2}$

$-y^{-2}$

e)

$-1,5x^{-1,5}y^{0,5}$

$1,5(xy)^{-0,5}$

$1,5(xy)^{-0,5}$

f)

$-\sin x$

0

$-2 \cos y$

g)

$e^{x+y}$

$e^{x+y}$

$e^{x+y}$

52.  $f_{xy} = f_{yx} = -\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$

53. Demonstração.

54. a)  $\frac{x^4 y}{2} + 2x^2 + c(y)$       c)  $18y^3$

b)  $x^3 y^2 + 4xy + c(x)$

d)  $8x^3 - 2x$

55. 64

56. 70/3

57. 70

58. 40

59. 1/40

60. 125

61. 32/3

## Capítulo 11

1. a) (3, 2)

d) não existem

b)  $\left(\frac{16}{3}, \frac{20}{3}\right)$

e) (0, 0)

c) (0, 0)

2. Demonstração.

3. Demonstração.

4. Demonstração.

5. Demonstração.

6. a) (1, -1), ponto de máximo.

b)  $\left(\frac{10}{3}, \frac{11}{3}\right)$ , ponto de mínimo.

c) (0, 0), ponto de sela.

d) não existe ponto crítico.

e)  $(x, -x)$ ,  $x \in R$ , são pontos de mínimo.

f) (0, 0), ponto de mínimo.

g) (1, 1), ponto de máximo.

(1, 5) e (3, 1), ponto de sela.

(3, 5), ponto de mínimo.

h)  $\left(0, -\frac{3}{2}\right)$ , ponto de máximo.

$\left(10, -\frac{3}{2}\right)$ , ponto de sela.

i) não existem pontos críticos.

j) (1, 1), ponto de mínimo.

(-1, 1), ponto de sela.

k) (0, 0), ponto de sela.

l)  $(x, 0)$  ou  $(0, y)$  ou  $x \in R$ ,  $y \in R$  são pontos de mínimo.

7.  $x = \frac{90}{23}$  e  $y = \frac{18}{23}$

8.  $x = 20$  e  $y = 16$

9. a)  $x = 1.375$ ,  $y = 1.062,50$  e  $L = 8.236.875$

b)  $p_1 = 3.250$  e  $p_2 = 4.750$

10.  $p_1 = 16$ ,  $p_2 = 164/3$

11.  $p_1 = \frac{100}{11}$ ,  $p_2 = \frac{140}{11}$

12.  $x = y = 2$

13. a)  $x = 10/3$  e  $y = 8/3$

b)  $39/9$

14.  $p = 340$ ,  $q = 280$

15. Lucro máximo: 76.000

16. a)  $L = -2x^2 - 2,5y^2 - 4xy + 97x + 100y$

b)  $x = 21,25$  e  $y = 3$

17. a)  $p_1 = 25$  e  $p_2 = 50$  b)  $p = 40$

Sugestão: fazendo  $p_1 = p_2 = p$ , temos:

em (I):  $x_1 = 40/3 - 1/3 p$

em (II):  $x_2 = 45 - 1/2 p$

Somando membro a membro e chamando  $x_1 + x_2$  de  $x$ , teremos a equação de demanda:  $x = \frac{175}{3} - \frac{5p}{6}$ .

18. a)  $p_1 = 140$ ;  $p_2 = 190$  b)  $520/3$

19.  $y = x + 5,33$

20.  $y = 2,9x - 0,3$

21. a)  $y = 10,75x - 5$  b)  $70,25$

22. a)  $y = 143 - 4,6x$  b)  $18,8$

23. a)  $y = 9,5 + 0,5625x$  b)  $23$

24. a)  $y = 58,5714 + 20,6786x$  b)  $224$

25. a)  $(0, 0)$  é ponto de mínimo e  $(6, 0)$  de máximo.

b)  $(0, 0)$  é ponto de mínimo e  $(0, 3)$  de máximo.

c)  $\left(0, \frac{5}{3}\right)$  é ponto de mínimo e  $(5, 0)$  de máximo.

d)  $(0, 0)$  é ponto de mínimo e  $(3, 5)$  de máximo.

e)  $(0, 0)$  é ponto de mínimo e  $(1, 10)$  de máximo.

f)  $(0, 0)$  é ponto de mínimo e  $(0, 10)$  de máximo.

g)  $(2, 0)$  é ponto de mínimo e  $(5, 5)$  é ponto de máximo.

h)  $(0, 4)$  é ponto de mínimo e  $\left(\frac{16}{3}, \frac{4}{3}\right)$  de máximo.

i)  $(-2, -2)$  é ponto de mínimo e  $(2, 2)$  de máximo.

j)  $(5, 0)$  é ponto de mínimo.

k)  $(4, 0)$  é ponto de mínimo.

l)  $(3, 3)$  é ponto de mínimo.

m)  $(0, 0)$  é ponto de mínimo e  $(0, 1)$  de máximo.

26. Exercício resolvido.

27. a)  $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ : ponto de mínimo.  $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ : ponto de máximo.

b) não existem.

c)  $(1, 1)$  é ponto de mínimo. Não existe ponto de máximo.

d)  $(0, 0)$  é ponto de mínimo,  $(0, 5)$  e  $(5, 0)$  são pontos de máximo.

e)  $(1/2; 1/2)$  é ponto de mínimo. Não existe ponto de máximo.

f)  $(1, 0)$  é ponto de mínimo e  $(0, 1)$  é ponto de máximo.

28. Exercício resolvido

29. 20 mesas e nenhuma cadeira

30. 0,6 kg de espinafre

31. 20 unidades de A e 15 de B

32. 142,86 de B e 535,71 de A

33. a)  $\left(\frac{6}{5}, \frac{12}{5}\right)$ , ponto de mínimo.

b)  $\left(\frac{6}{5}, \frac{18}{5}\right)$ , ponto de mínimo.

c)  $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ , ponto de mínimo.

d) não existe ponto de máximo nem de mínimo.

e)  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ , ponto de mínimo.

34. a)  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  é ponto de máximo e  $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  de mínimo.

b)  $(-1, 1)$  é ponto de mínimo e  $(1, -1)$  de máximo.

c)  $\left(1 - \sqrt{\frac{8}{5}}, \sqrt{\frac{2}{5}}\right)$  é ponto de mínimo e  $\left(1 + \sqrt{\frac{8}{5}}, -\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$  é ponto de máximo.

d)  $\left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}; \frac{5 - 4\sqrt{5}}{5}\right)$  é ponto de mínimo e  $\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}; \frac{5 + 4\sqrt{5}}{5}\right)$  é ponto de máximo.

e)  $\left(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$  é ponto de mínimo e  $\left(-\sqrt{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$  é ponto de máximo.

- f) Não possui.

g)  $\left(\frac{12}{7}, \frac{15}{7}\right)$ , ponto de mínimo.

h)  $\left(\frac{45}{13}, \frac{20}{13}\right)$ , ponto de mínimo.

i)  $\left(\sqrt{\frac{1}{6}}, \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ , ponto de máximo e  $\left(-\sqrt{\frac{1}{6}}, -\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ , ponto de mínimo.

35.  $x = 15/2$  e  $y = 15/4$

36. Demonstração.

37.  $x = 35,36$  e  $y = 17,68$

38.  $x_1 = 10$  e  $x_2 = 5$

39.  $q_1 = 8$  e  $q_2 = 10$

40.  $q_1 = 12,5$  e  $q_2 = 6,25$

41. a)  $x = 2,5$  e  $y = 10$   
b) Demonstração.

42.  $x = 2,5$  e  $y = 3,75$

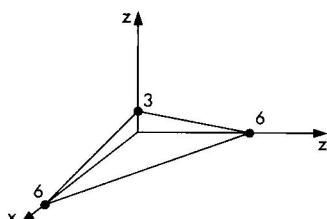
43.  $x = 2,5$  e  $y = 4$

44. a)  $x = 40$  e  $y = 30$   
b) \$ 5.000,00

45. Cada número deve valer  $k/2$ .

46. Cada número deve valer  $m/2$ .

# Capítulo 12



- 5. 18. É contínua.
  - 6. Não
  - 7. Não

8. a)  $f_x = 3$        $f_y = 5$        $f_z = -6$   
 b)  $f_x = 2y + 2z$        $f_y = 2x + 3z$        $f_z = 2x + 3y$   
 c)  $f_x = 0,5x^{-0,5} + 2z^{0,25}$   
 $f_y = 1,5y^{0,5}$   
 $f_z = 0,5xz^{-0,75}$   
 d)  $f_x = \frac{1}{y-z}$   
 $f_y = -\frac{z+x}{(y-z)^2}$   
 $f_z = \frac{x+y}{(y-z)^2}$   
 e)  $f_x = 0,6x^{-0,7} \cdot y^{0,3} \cdot z^{0,4}$   
 $f_y = 0,6x^{0,3} \cdot y^{-0,7} \cdot z^{0,4}$   
 $f_z = 0,8x^{0,3} \cdot y^{0,3} \cdot z^{-0,6}$   
 f)  $f_x = 2x \cdot e^{x^2 + y^2 + z^2}$   
 $f_y = 2y \cdot e^{x^2 + y^2 + z^2}$   
 $f_z = 2z \cdot e^{x^2 + y^2 + z^2}$   
 g)  $f_x = 3(x + 2y + 3z)^2$   
 $f_y = 6(x + 2y + 3z)^2$   
 $f_z = 9(x + 2y + 3z)^2$   
 h)  $f_x = 0,5x^{-0,5} \cdot y^{0,5} \cdot z^{0,5}$   
 $f_y = 0,5x^{0,5} \cdot y^{-0,5} \cdot z^{0,5}$   
 $f_z = 0,5x^{0,5} \cdot y^{0,5} \cdot z^{-0,5}$

- $$9. \quad a) \begin{aligned} f_x &= 2y \\ f_y &= 2x \\ f_z &= -3t \\ f_t &= -3z \end{aligned} \quad b) \begin{aligned} f_x &= 4 \cdot (x + yz - t)^3 \\ f_y &= 4 \cdot (x + yz - t)^3 \cdot z \\ f_z &= 4 \cdot (x + yz - t)^3 \cdot y \\ f_t &= -4 \cdot (x + yz - t)^3 \end{aligned}$$

c)  $f_x = \frac{4x}{2x^2 + y^2 - zt^2}$

$$f_y = \frac{2y}{2x^2 + y^2 - zt^2}$$

$$f_z = \frac{-t^2}{2x^2 + y^2 - zt^2}$$

$$f_t = \frac{-2zt}{2x^2 + y^2 - zt^2}$$

10.  $3x + 4y + 5z$

11. a)  $\frac{\partial P}{\partial x} = 0,4 \cdot x^{-0,8} \cdot y^{0,3} \cdot z^{0,5}$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0,6 \cdot x^{0,2} \cdot y^{-0,7} \cdot z^{0,5}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = x^{0,2} \cdot y^{0,3} \cdot z^{-0,5}$$

12.  $\frac{\partial C}{\partial x_1} = 2 \quad \frac{\partial C}{\partial x_3} = 1$

$$\frac{\partial C}{\partial x_2} = 1 \quad \frac{\partial C}{\partial x_4} = 3$$

13. a)  $d_f = 2\Delta x + 3\Delta y + 4\Delta z$

b)  $d_f = 2x\Delta x - 2y\Delta y + 2z\Delta z - 2t\Delta t$

c)  $d_f = e^{x-y+t^2+z^2}[\Delta x - \Delta y + 2t\Delta t + 2z\Delta z]$

14. a) 2, 4

b)  $0,35 + 0,1x + 0,1y$

c)  $4h + xh + yh$

15. Demonstração.

16. a)  $8t$

b)  $\cos t - 2 \operatorname{sen} t + 4t^3$

c)  $e^{t^3+t^2+t-2}(3t^2+2t+1)$

d)  $-4t^{-5} - 8t^{-9}$

17.  $x^2 \text{ e } -\frac{4y}{3}$

18.  $-\frac{x}{z} \text{ e } -\frac{y}{z}$

19. a) grau 2

b) grau 2

d) grau 2

21.  $f_{xx} = 0$

$f_{xy} = 1$

$f_{xz} = 1$

$f_{yx} = 1$

$f_{yy} = 0$

$f_{yz} = 1$

$f_{zx} = 1$

$f_{zy} = 1$

$f_{zz} = 0$

22.  $x_1 + x_4$

23.  $f_{x_1 x_1} = 2$

$f_{x_1 x_2} = x_3 x_4$

$f_{x_1 x_3} = x_2 x_4$

$f_{x_1 x_4} = x_2 x_3$

24. a)  $(0, 0, 0)$ , ponto de máximo.

b)  $(2, 1, 3)$ , ponto de máximo.

c)  $(0, 0, 0)$ , ponto de máximo.

d)  $\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right)$ , ponto de mínimo.

e)  $(0, 0, 0, 0)$ , ponto de mínimo.

## Capítulo 13

1.  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

2.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3.  $\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

4.  $a = 10$ ,  $b = -2$ ,  $x = 10$  e  $y = 2$

5.  $x = 0$  e  $y = 0$  ou  $x = 1$  e  $y = 1$

6.  $I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$I_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

7. a)  $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

b)  $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 2 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$

c)  $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 8 & 6 \end{bmatrix}$

d)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

8. a)  $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & -1 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$

d)  $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 3 & -1 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$

g)  $\begin{bmatrix} 17 & 26 \\ 9 & 2 \\ 23 & 8 \end{bmatrix}$

b)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

e)  $\begin{bmatrix} 13 & 14 \\ 5 & -5 \\ 18 & 3 \end{bmatrix}$

h)  $\begin{bmatrix} 7 & 14 \\ 3 & 8 \\ 11 & -2 \end{bmatrix}$

c)  $\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 4 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$

f)  $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 5 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

i)  $\begin{bmatrix} -11 & -14 \\ -4 & 0 \\ -16 & 0 \end{bmatrix}$

9. a)  $A' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ;  $B' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

$A + B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ;  $(A + B)' = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ;

$A' + B' = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

10. a)  $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$       b)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$       c)  $\begin{bmatrix} 1/2 & 2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$

11. a)  $\begin{bmatrix} 10 \\ 30 \end{bmatrix}$       c)  $\begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 10 & 21 \end{bmatrix}$

b)  $\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$       d)  $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 8 \\ 10 & 16 \end{bmatrix}$

12.  $[3 \quad 1]$

13.  $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$

14.  $K = 2$

15.  $a = -3, b = 6$

17. a)  $A' = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ ;  $B' = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 24 & 30 \end{bmatrix}$ ;  $(AB)' = \begin{bmatrix} 6 & 24 \\ 10 & 30 \end{bmatrix}$

$B'A' = \begin{bmatrix} 6 & 24 \\ 10 & 30 \end{bmatrix}$

18. Exercício resolvido.

19. a)  $I_2$       b)  $A$       c)  $A$       d)  $I_2$

20. a) \$ 27.390,00 e \$ 29.940,00

b) Demonstração.

c) Não

21. a) \$ 26.050,00, \$ 32.550,00 e \$ 30.800,00

b) Demonstração.

c) Só conseguirá um ganho positivo, caso ganhe o partido II.

22. Exercício resolvido.

23. a)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}$

b)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$

c)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$

d)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$

24. a) 5      c) -6      e) -56

b) -9      d) -41

25. a)  $S = \{1/2\}$       c)  $S = \{0\}$

b)  $S = \{2\}$       d)  $S = \{1, 5/3\}$

26. -12 e 9

27.  $A_{11} = 37$        $A_{12} = 12$        $A_{13} = -47$

$A_{21} = -5$        $A_{22} = 10$        $A_{23} = 11$

$A_{31} = 6$        $A_{32} = -12$        $A_{33} = 4$

28. a) -14      c) 24      e) -5

b) -45      d) -3

## Capítulo 14

1. a)  $\left(\frac{9}{7}; \frac{13}{7}\right)$

c)  $(5, 5, -4)$

b)  $\left(\frac{44}{23}, -\frac{11}{23}\right)$

d)  $(-3, 14, -5)$

2.  $m \neq 2/3$

3. a)  $(-4, 4)$

b)  $(1, 3, 4)$

c)  $(3 + z; -z; z)$ ,  $z$  qualquer.

d)  $(5 - y - z + 2w; y; z; -w, w)$ ,  $y, z, w$  quaisquer.

e)  $(2 - y; y; 3w; -2w; w)$ ,  $y, w$  quaisquer.

4. a)  $\left(\frac{2z}{5}; \frac{13z}{5}; z\right)$ ,  $z$  qualquer.

b)  $(1, 3, 2)$

c) Impossível.

d)  $\left(\frac{5+z}{5}; \frac{3z}{5}; z\right)$ ,  $z$  qualquer.

e)  $(2 - 2y; y)$ ,  $y$  qualquer.

f) Impossível.

g)  $(7; -1; -2; -3)$

5.  $y = 75$  e  $r = 15\%$

6. a) 
$$\begin{bmatrix} 12 & -1 \\ -11 & 1 \end{bmatrix}$$

b) 
$$\begin{bmatrix} \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} \\ -\frac{3}{14} & \frac{5}{14} \end{bmatrix}$$

c) 
$$\begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{bmatrix}$$

d) 
$$\begin{bmatrix} 6 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -7 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

7. Demonstração,

e) 
$$\begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}$$

f) 
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2/3 & 1/3 & 0 \\ -1/9 & -5/18 & 1/6 \end{bmatrix}$$

g) 
$$\begin{bmatrix} 1/2 & -3/2 & 11/4 \\ 0 & 1 & -5/2 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

8. a) 
$$-\frac{1}{93} \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ -15 & 2 \end{bmatrix}$$

b) 
$$-\frac{1}{66} \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ -7 & -2 \end{bmatrix}$$

9.  $y = 75$  e  $r = 15\%$

10. 190 e 240

11. 195 e 320

12. 211, 339 e 434

13. 420, 567 e 1.078

14. a) 714 e 571

c) 
$$-\frac{1}{44} \begin{bmatrix} -10 & 2 \\ -8 & 6 \end{bmatrix}$$

b) 50.000 homens-hora.

# CÁLCULO

Funções de uma e várias variáveis

Conheça o site do livro e as demais novidades  
do nosso catálogo no endereço

[www.saraivauni.com.br](http://www.saraivauni.com.br)

The screenshot shows the homepage of the SaraivaUni website. At the top, there's a navigation bar with links for Home, Cadastro, Catálogo, Material de Apoio, Serviços, Contato, and SaraivaUni. The date '04 de Abril de 2004' is also displayed. The main content area features several sections: 'Relações com investidores', 'Material de apoio | NOVIDADES' (with links to 'Estatística Aplicada' by Douglas Downing and 'ESTATÍSTICA BÁSICA' by Pedro A. Morettin), 'Vitrine' (with a link to 'Projeto de Curso'), 'Destaque' (with a link to 'A partir de agora o seu e-mail...'), 'Os 5 mais | Material de apoio' (listing books like 'ESTATÍSTICA BÁSICA' and 'Cálculo, função de uma e várias variáveis'), 'Catálogo | LANÇAMENTOS' (listing books like 'MATEMÁTICA FINANCEIRA' and 'CÁLCULO'), and 'RECOMENDAMOS' (listing books like 'ESTATÍSTICA E INTRODUÇÃO À ECONOMÉTRICA' and 'MATEMÁTICA FINANCEIRA'). On the left sidebar, there are sections for 'Alunos/Professores' (with fields for Código, E-mail, Senha, and 'Fazer login'), 'Catálogo Online' (with fields for Título, Autor, Palavra Chave, and 'Buscar'), and 'Busca por área' (listing categories like Administração, Ciências Contábeis e Atuariais, Ciências Sociais, Comércio Exterior, Economia, Matemática / Estatística, Português / Inglês, Propaganda / Marketing). A note at the bottom left says 'Fazer o download do arquivo.'

ISBN 85-02-04121-5



9 788502 041219