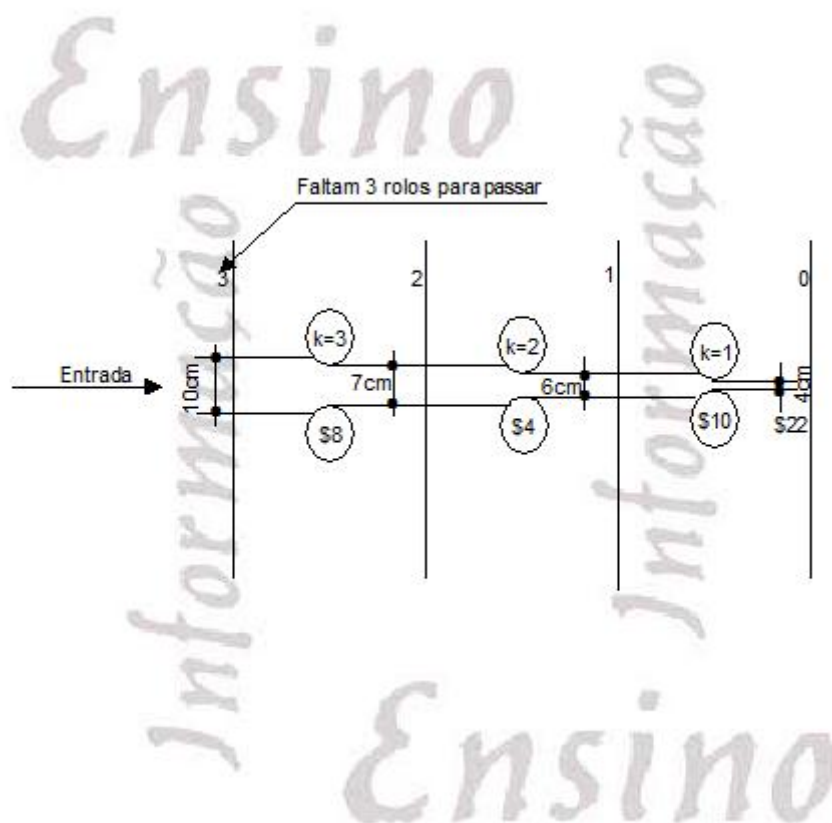


Em um processo de laminação, uma barra de metal com 10 cm de espessura é passada por três rolos, até atingir uma espessura de 4 cm. O custo de operação de um destes rolos depende da espessura da barra na entrada do rolo, e da redução da espessura, conforme é mostrado no quadro abaixo:

| Espessura (cm) | Redução (cm) |    |    |
|----------------|--------------|----|----|
|                | 1            | 2  | 3  |
| 10             | 4            | 6  | 8  |
| 9              | 4            | 6  | 9  |
| 8              | 4            | 7  | 12 |
| 7              | 4            | 10 | ** |
| 6              | 5            | 10 | ** |
| 5              | 7            | 12 | ** |
| 4              | 10           | ** | ** |

\*\* Redução não viável tecnicamente

Determine o plano ótimo de produção deste processo.



Sistema: É a BARRA (é o que se transforma...)

**Estágio:** Número de rolos pelos quais a barra ainda deverá passar.

$$n = \{0, 1, 2, 3\}$$

**Estado:** Espessura da barra

$$i = \{10, 9, 8, 7, 6, 5, 4\}$$

**Ação:** Redução da espessura

$$K = \{0, 1, 2, 3\}. \text{ OBSERVAÇÃO: } 1, 2 \text{ e } 3 \rightarrow \text{Tabela}$$

Se o rolo não está ativado,  
então o custo é igual a 0 (Zero).

**Retorno:** Custo da conformação de cada rolo

**Observação:** Aqui não depende de "n"

$$r(i, k) \rightarrow \text{Tabela}$$

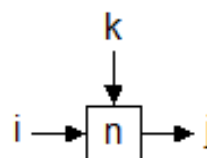
**Função de Transição:**

$$j = i - k$$

**Função de Recorrência:**

**Observação:** Queremos minimizar sob todas as ações **k** viáveis associadas ao estado **n**

$$f(n, i) = \min_{k \in K_{ni}} \{r(i, k) + f(n - 1, j)\}$$



Condição de contorno (inicial). Tenho que conhecer  $f(0, j)$ ,  $10 \geq j \geq 4$ .

$$\text{Valores Residuais: } f(0, j) = \begin{cases} 0, & \text{se } j = 4 \\ \infty, & \text{se } j \neq 4 \end{cases}$$

Vou ter que pagar para alguém fazer de novo, de tal forma que não seria interessante chegar neste Estágio (aplica-se a PENALIDADE " $\infty$ ").

**Ações Viáveis:**

$$0 \leq k \leq 3$$

Não posso reduzir mais que 3!

| Espessura |                      |
|-----------|----------------------|
|           | $i - k \geq 4$       |
|           | $k \leq i - 4$       |
| E         | $k \leq 3$           |
|           | $k \geq 0 = k_{min}$ |

k é calculado assim:

$$k \leq \min.\{3, i - 4\} = k_{max}.$$

Logo,

$$K_{ni} = \{k/0 \leq k \leq \min.\{3, i - 4\}.$$

**ABAIXO, TEM-SE A  
RESOLUÇÃO!**



| $m$ | $i$ | $k$ | $r(i,k)$ | $j$ | $f(m,i)$   | $m$ | $i$ | $k$ | $r(i,k)$ | $j$ | $f(m,i)$                               |
|-----|-----|-----|----------|-----|------------|-----|-----|-----|----------|-----|--|
| 0   | 10  |     |          |     | $\infty$   | 2   | 10  | 0   | 0        | 10  | $\infty + 0 = \infty$ ←                |
|     | 9   |     |          |     | $\infty$   |     |     | 1   | 4        | 9   | $\infty + 4 = \infty$                  |
|     | 8   |     |          |     | $\infty$   |     |     | 2   | 6        | 8   | $\infty + 6 = \infty$                  |
|     | ... |     |          |     | $\infty$   |     |     | 3   | 8        | 7   | $\infty + 8 = \infty$                  |
|     | 4   |     |          |     | 0          |     |     |     |          |     |  |
| 1   | 10  | 0   | 0        | 10  | $\infty$ ← |     |     |     |          |     |  |
|     |     | 1   | 4        | 9   | $\infty$   |     |     |     |          |     |  |
|     |     | 2   | 6        | 8   | $\infty$   |     |     |     |          |     |  |
|     |     | 3   | 8        | 7   | $\infty$   |     |     |     |          |     |  |
|     | 9   | 0   | 0        | 9   | $\infty$ ← |     | 9   | 0   | 0        | 9   | $\infty + 0 = \infty$ ←                |
|     |     | 1   | 4        | 8   | $\infty$   |     |     |     |          |     | $\infty + 4 = \infty$                  |
|     |     | 2   | 6        | 7   | $\infty$   |     |     |     |          |     | $\infty + 6 = \infty$                  |
|     |     | 3   | 8        | 6   | $\infty$   |     |     |     |          |     | $\infty + 8 = \infty$                  |
|     |     |     |          |     |            |     |     |     |          |     | $\hookrightarrow r(1,6) + f(1,6) = 10$ |
|     | 8   | 0   | 8        | 8   | $\infty$   |     | 8   | 0   | 8        | 8   | $\infty$                               |
|     |     | 1   | 4        | 7   | $\infty$   |     |     |     |          |     | $\infty$                               |
|     |     | 2   | 6        | 7   | $\infty$   |     |     |     |          |     | $17$ ←                                 |
|     |     | 3   | 8        | 6   | $\infty$   |     |     |     |          |     | $19 = 7 + 12$                          |
|     |     |     |          |     |            |     |     |     |          |     |  |
|     | 7   | 0   | 0        | 7   | $\infty$   |     | 7   | 0   | 0        | 7   | $\infty$                               |
|     |     | 1   | 4        | 6   | $\infty$   |     |     |     |          |     | $14$ ←                                 |
|     |     | 2   | 6        | 5   | $\infty$   |     |     |     |          |     | $17$                                   |
|     |     | 3   | 8        | 4   | $\infty$   |     |     |     |          |     | $\infty$                               |
|     |     |     |          |     |            |     |     |     |          |     |  |
|     | 6   | 0   | 0        | 6   | $\infty$   |     | 6   | 0   | 0        | 6   | $10 + 0 = 10$ ←                        |
|     |     | 1   | 4        | 5   | $\infty$   |     |     |     |          |     | $7 + 5 = 12$                           |
|     |     | 2   | 6        | 5   | $\infty$   |     |     |     |          |     | $0 + 10 = 10$                          |
|     |     | 3   | 8        | 4   | $\infty$   |     |     |     |          |     |  |
|     |     |     |          |     |            |     |     |     |          |     |  |
|     | 5   | 0   | 0        | 5   | $\infty$   |     | 5   | 0   | 0        | 5   | $7$ ←                                  |
|     |     | 1   | 4        | 4   | $\infty$   |     |     |     |          |     | $7$                                    |
|     |     | 2   | 6        | 4   | $\infty$   |     |     |     |          |     |  |
|     |     | 3   | 8        | 4   | $\infty$   |     |     |     |          |     |  |
|     |     |     |          |     |            |     |     |     |          |     |  |
|     | 4   | 0   | 0        | 4   | $\infty$   |     | 4   | 0   | 0        | 4   | $0$ ←                                  |
|     |     |     |          |     |            |     |     |     |          |     |  |
|     |     |     |          |     |            | 3   | 10  | 0   | 0        | 10  | $\infty + 0 = \infty$                  |
|     |     |     |          |     |            |     |     |     |          |     | $19 + 4 = 23$                          |
|     |     |     |          |     |            |     |     |     |          |     | $= 23$                                 |
|     |     |     |          |     |            |     |     |     |          |     | $14 + 8 = 22$ ← Solução ótima          |
|     |     |     |          |     |            |     |     |     |          |     |  |

9  
8  
7  
6  
5  
4

→ Não precisa se preocupar

Observação: No 1º Rolo a Ação  $k=3$  é a melhor, isto é de Custo igual a \$22.