



Álgebra Linear

Quarta edição

Mais de 600 problemas resolvidos

- Explicações concisas de todos os conceitos da disciplina
- Informação pertinente sobre sistemas algébricos, polinomiais e aplicações matriciais

COMPATÍVEL COM TODOS OS LIVROS-TEXTO!

Seymour Lipschutz e Marc Lipson





Sumário

Prefácio	XXI
Capítulo 1 Sistemas de Equações Lineares	1
1.1 Introdução	1
1.2 Equações Lineares, Soluções	2
Equações Lineares com uma Incógnita	3
Equações Lineares Degeneradas	3
Equações Lineares Não-Degeneradas, Incógnita Principal ..	4
1.3 Equações Lineares com Duas Incógnitas	5
Sistema de Duas Equações com Duas Incógnitas	6
Algoritmo de Eliminação	8
1.4 Sistemas de Equações Lineares, Sistemas Equivalentes, Operações Elementares	9
Sistemas Equivalentes, Operações Elementares	10
1.5 Sistemas em Forma Triangular e Escalonada	12
Forma Triangular	12
Forma Escalonada, Variáveis Livres	13
1.6 Algoritmo da Redução	15
Algoritmo da Redução	15

1.7	Matrizes	18
	Matrizes Escalonadas	18
1.8	Equivalência por Linha e Operações Elementares com Linhas	19
	Algoritmo A	20
	Algoritmo B	21
1.9	Sistemas de Equações Lineares e Matrizes	23
1.10	Sistemas Homogêneos de Equações Lineares	25
	Base da Solução Geral de um Sistema Homogêneo	26
	Sistemas Não-Homogêneo e Homogêneo Associado	27
	Problemas Resolvidos	28
	Equações Lineares, Soluções	28
	Sistemas em Forma Triangular e Escalonada	31
	Sistemas de Equações Lineares, Eliminação Gaussiana	34
	Matrizes, Matrizes Escalonadas, Redução por Linhas	36
	Forma Canônica Reduzida por Linhas	38
	Sistemas de Equações Lineares em Forma Matricial	42
	Sistemas Homogêneos	44
	Problemas Diversos	47
	Problemas Suplementares	49
	Solução de Equações Lineares	49
	Sistemas Homogêneos	50
	Matrizes Escalonadas e Operações Elementares por Linha .	50
	Problemas Diversos	51
	Respostas dos Problemas Suplementares	52
Capítulo 2	Vetores em \mathbb{R}^n e \mathbb{C}^n – Vetores no Espaço	54
2.1	Introdução	54
2.2	Vetores em \mathbb{R}^n	56
2.3	Adição de Vetores, Multiplicação por Escalar	57
2.4	Vetores e Equações Lineares	58
	Combinações Lineares	58
	Dependência Linear	59

2.5	Produto Escalar	60
2.6	Norma de um Vetor	61
	Distância, Ângulos, Projeções	63
2.7	Vetores Aplicados, Hiperplanos e Retas em \mathbb{R}^n	65
	Curvas em \mathbb{R}^n	68
2.8	Vetores no Espaço, Notação ijk em \mathbb{R}^3	69
	Produto Vetorial	70
2.9	Números Complexos	72
2.10	Vetores em \mathbb{C}^n	74
	Problemas Resolvidos	75
	Vetores em \mathbb{R}^n	75
	Vetores e Equações Lineares	77
	Produto Escalar (Interno), Ortogonalidade	80
	Norma (Comprimento) em \mathbb{R}^n	81
	Distância, Ângulos, Projeções	84
	Pontos, Retas e Hiperplanos	85
	Vetores no Espaço (Vetores em \mathbb{R}^3), Planos, Retas, Curvas e Superfícies em \mathbb{R}^3	88
	Produto Vetorial	93
	Números Complexos	95
	Problemas Suplementares	99
	Vetores em \mathbb{R}^n	99
	Combinações Lineares, Independência Linear	99
	Vetores Aplicados, Hiperplanos, Retas, Curvas	100
	Vetores no Espaço (Vetores em \mathbb{R}^3), Planos, Retas, Curvas e Superfícies em \mathbb{R}^3	100
	Produto Vetorial	102
	Números Complexos	102
	Vetores em \mathbb{C}^n	103
	Respostas dos Problemas Suplementares	103

Capítulo 3	Matrizes	106
3.1	Introdução	106
3.2	Matrizes	106
3.3	Adição de Matrizes e Multiplicação por Escalar	108
3.4	Multiplicação de Matrizes	109
3.5	Transposta de uma Matriz	111
3.6	Matrizes e Sistemas de Equações Lineares	112
3.7	Matrizes em Blocos	114
	Problemas Resolvidos	116
	Adição de Matrizes e Multiplicação por Escalar	116
	Multiplicação de Matrizes	117
	Transposta	122
	Matrizes em Blocos	123
	Problemas Diversos	124
	Problemas Suplementares	124
	Operações com Matrizes	124
	Respostas dos Problemas Suplementares	126
Capítulo 4	Matrizes Quadradas – Matrizes Elementares	127
4.1	Introdução	127
4.2	Matrizes Quadradas	127
	Matrizes Quadradas como Funções	128
	Matrizes Que Comutam	129
4.3	Diagonal e Traço, Matriz Identidade	130
4.4	Potências de Matrizes, Polinômios e Matrizes	131
4.5	Matrizes Invertíveis (Não-Singulares)	132
4.6	Tipos Especiais de Matrizes Quadradas	134
	Matrizes Diagonais	134
	Matrizes Triangulares	134
	Matrizes Simétricas	135
	Matrizes Ortogonais	136
	Matrizes Normais	137

4.7	Matrizes Complexas	138
	Matrizes Complexas Hermitianas, Unitárias e Normais ...	138
4.8	Matrizes Quadradas em Blocos	140
4.9	Matrizes Elementares e Aplicações	141
	Matrizes Elementares	142
	Aplicação à Determinação de Inversas	143
	Algoritmo: Inversa de uma Matriz A	143
4.10	Operações Elementares por Colunas, Equivalência de Matrizes	144
	Equivalência de Matrizes	146
4.11	Matrizes Simétricas Congruentes, Lei da Inércia	146
	Algoritmo da Diagonalização	147
	Algoritmo: Diagonalização por Congruência de uma Matriz Simétrica	147
4.12	Formas Quadráticas	149
	Matriz de Mudança de Variáveis	151
	Diagonalização de uma Forma Quadrática	152
	Matrizes Simétricas Positivas Definidas e Formas Quadráticas	154
4.13	Semelhança	155
4.14	Fatoração LU	156
	Aplicações a Equações Lineares	158
	Problemas Resolvidos	160
	Álgebra das Matrizes Quadradas	160
	Matrizes Invertíveis, Inversas	165
	Matrizes Elementares	167
	Tipos Especiais de Matrizes	171
	Matrizes Complexas	175
	Matrizes em Bloco Quadradas	176
	Matrizes Simétricas Congruentes, Formas Quadráticas	178
	Formas Quadráticas	179
	Formas Quadráticas Positivas Definidas	182
	Semelhança de Matrizes	184

	Fatoração LU	187
	Problemas Suplementares	191
	Álgebra de Matrizes	191
	Matrizes Invertíveis, Inversas, Matrizes Elementares	192
	Tipos Especiais de Matrizes Quadradas	192
	Matrizes Complexas	194
	Matrizes Quadradas em Blocos	194
	Matrizes Reais Simétricas e Formas Quadráticas	195
	Semelhança de Matrizes	196
	Fatoração LU	196
	Respostas dos Problemas Suplementares	197
Capítulo 5	Espaços Vetoriais	201
5.1	Introdução	201
5.2	Espaços Vetoriais	201
5.3	Exemplos de Espaços Vetoriais	203
	Espaço K^n	203
	Espaço de Matrizes $M_{m,n}$	204
	Espaço de Polinômios $P(t)$	204
	Espaço de Funções $F(X)$	204
	Corpos e Subcorpos	205
5.4	Subespaços	205
5.5	Combinações Lineares, Geradores de um Espaço Vetorial	207
	Espaço Linha de uma Matriz	208
5.6	Dependência e Independência Linear	210
	Combinações Lineares e Dependência Linear	212
5.7	Base e Dimensão	214
	Dimensão e Subespaços	216
	Posto de uma Matriz	216
5.8	Equações Lineares e Espaços Vetoriais	217
	Dois Algoritmos para Determinação da Base	219

Algoritmo 5.8A (Algoritmo do Espaço Linha)	220
Algoritmo 5.8B (Algoritmo de Eliminação)	220
5.9 Somas e Somas Diretas	221
Somas Diretas	222
Somas Diretas Gerais	223
5.10 Coordenadas	223
Isomorfismo de V e K^n	226
5.11 Mudança de Base	227
Problemas Resolvidos	230
Espaços Vetoriais	230
Subespaços	232
Combinações Lineares, Geradores de um Espaço Vetorial ..	235
Dependência Linear	237
Base e Dimensão	240
Dimensão e Subespaços	243
Teoremas sobre Dependência Linear, Base e Dimensão	246
Espaço Linha e Posto de uma Matriz	249
Aplicações a Equações Lineares	255
Somas, Somas Diretas, Intersecções	258
Vetores de Coordenadas	265
Mudança de Base	267
Problemas Resolvidos	272
Problemas Suplementares	275
Espaços Vetoriais	275
Subespaços	276
Combinações Lineares. Espaços Gerados	277
Dependência e Independência Linear	277
Base e Dimensão	278
Espaço Linha e Posto de uma Matriz	279
Somas, Somas Diretas, Intersecções	280
Vetores Coordenada	282
Mudança de Base	282

	Problemas Diversos	283
	Respostas dos Problemas Suplementares	283
Capítulo 6	Espaços com Produto Interno – Ortogonalidade	287
6.1	Introdução	287
6.2	Espaços com Produto Interno	288
6.3	Desigualdade de Cauchy-Schwarz, Aplicações	291
6.4	Ortogonalidade	293
	Complementos Ortogonais	294
6.5	Conjuntos e Bases Ortogonais, Projeções	296
	Projeções	300
6.6	Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt	302
6.7	Produtos Internos e Matrizes	305
	Matrizes Positivas Definidas	305
	Matrizes Ortogonais	307
6.8	Espaços Complexos com Produto Interno	308
6.9	Espaços Vetoriais Normados	311
	Normas em \mathbb{R}^n e \mathbb{C}^n	312
	Normas em $\mathbb{C} [a, b]$	314
	Problemas Resolvidos	315
	Produtos Internos	315
	Ortogonalidade, Complementos Ortogonais, Conjuntos Ortogonais	322
	Projeções, Algoritmo de Gram-Schmidt, Aplicações	327
	Produtos Internos e Matrizes Positivas Definidas	332
	Produtos Internos e Matrizes Ortogonais	335
	Espaços Complexos com Produto Interno	337
	Espaços Vetoriais Normados	340
	Problemas Suplementares	342
	Produtos Internos	342
	Ortogonalidade, Complementos Ortogonais, Conjuntos Ortogonais	343

Projeções, Algoritmo de Gram-Schmidt, Aplicações	344
Produtos Internos e Matrizes Positivas Definidas, Matrizes Ortogonais	344
Espaços Complexos com Produto Interno	345
Espaços Vetoriais Normados	347
Respostas dos Problemas Suplementares	347
Capítulo 7 Determinantes	350
7.1 Introdução	350
7.2 Determinantes de Ordem Um e Dois	351
7.3 Determinantes de Ordem Três	353
7.4 Permutações	354
7.5 Determinantes de Ordem Arbitrária	356
7.6 Propriedades dos Determinantes	357
7.7 Menores e Cofatores	359
7.8 Adjunta Clássica	361
7.9 Aplicações a Equações Lineares, Regra de Cramer	362
7.10 Submatrizes, Menores Gerais, Menores Principais	364
Menores Principais	365
7.11 Matrizes e Determinantes em Bloco	365
7.12 Determinantes e Volume	366
7.13 Multilinearidade e Determinantes	367
Problemas Resolvidos	368
Cálculo de Determinantes de Ordens Dois e Três	368
Cálculo de Determinantes de Ordem Arbitrária	370
Cofatores, Adjuntos Clássicos	373
Determinantes e Equações Lineares, Regra de Cramer	374
Demonstração de Teoremas	376
Permutações	384
Problemas Diversos	388
Problemas Suplementares	393
Cálculo de Determinantes	393

	Cofatores, Adjuntas Clássicas, Inversas	394
	Determinantes e Equações Lineares	395
	Permutações	395
	Problemas Diversos	395
	Respostas dos Problemas Suplementares	397
Capítulo 8	Autovalores e Autovetores – Diagonalização	398
8.1	Introdução	398
8.2	Polinômios e Matrizes	399
8.3	Polinômio Característico, Teorema de Cayley-Hamilton	400
	Polinômios Característicos de Graus Dois e Três	402
	Polinômios Característicos e Matrizes Triangulares em Bloco	
8.4	Autovalores e Autovetores	404
	Matrizes Diagonalizáveis	405
8.5	Cálculo de Autovalores e Autovetores, Diagonalização de Matrizes	408
8.6	Diagonalização de Matrizes Reais Simétricas	410
	Aplicação às Formas Quadráticas	411
8.7	Polinômio Mínimo	412
	Polinômios Mínimo e Matrizes Diagonais em Blocos	414
	Problemas Resolvidos	415
	Polinômios e Matrizes, Polinômio Característico	415
	Autovalores e Autovetores	416
	Diagonalização de Matrizes Reais Simétricas e de Formas Quadráticas Reais	425
	Polinômio Mínimo	429
	Demonstrações de Teoremas	431
	Problemas Diversos	436
	Problemas Suplementares	438
	Polinômios e Matrizes	438
	Autovalores e Autovetores	439
	Polinômios Característico e Mínimo	440

	Diagonalização	441
	Diagonalização de Matrizes Reais Simétricas e de Formas Quadráticas	441
	Respostas aos Problemas Suplementares	441
Capítulo 9	Aplicações Lineares	444
9.1	Introdução	444
9.2	Aplicações	444
	Composição de Aplicações	446
	Aplicações Injetiva (Um a Um) e Sobrejetiva (Sobre)	447
9.3	Aplicações Lineares	448
	Isomorfismo de Espaços Vetoriais	450
9.4	Núcleo e Imagem de uma Aplicação Linear	450
	Posto e Nulidade de uma Aplicação Linear	453
	Aplicações a Sistemas de Equações Lineares	454
9.5	Aplicações Lineares Singulares e Não-Singulares, Isomorfismos	455
	Isomorfismos	455
9.6	Operações com Aplicações Lineares	456
	Composição de Aplicações Lineares	457
9.7	Álgebra $A(V)$ de Operadores Lineares	458
	Polinômios e Operadores Lineares	459
9.8	Operadores Invertíveis	459
	Aplicações a Sistemas de Equações Lineares	460
	Problemas Resolvidos	461
	Aplicações	461
	Aplicações Lineares	465
	Imagem e Núcleo de Aplicações Lineares	467
	Aplicações Singulares e Não-Singulares, Isomorfismos	472
	Operações com Aplicações Lineares	474
	Álgebra dos Operadores Lineares	477
	Problemas Suplementares	482

Aplicações	482
Aplicações Lineares	482
Núcleo e Imagem de Aplicações Lineares	483
Operações com Aplicações Lineares	484
Álgebra de Operadores Lineares	484
Problemas Diversos	485
Respostas dos Problemas Suplementares	486
Capítulo 10 Matrizes e Aplicações Lineares	488
10.1 Introdução	488
10.2 Representação Matricial de um Operador Linear	489
Algoritmo 10.2	490
10.3 Mudança de Base e Operadores Lineares	493
Semelhança e Operadores Lineares	495
10.4 Diagonalização de Operadores Lineares	496
10.5 Matrizes e Aplicações Lineares Gerais	498
Problemas Resolvidos	500
Representação Matricial de Operadores Lineares	500
Mudança de Bases, Matrizes Semelhantes	507
Diagonalização de Operadores Lineares, Autovalores e Autovetores	510
Representações Matriciais de Aplicações Lineares	515
Problemas Suplementares	519
Representações Matriciais de Operadores Lineares	519
Mudança de Base, Matrizes Semelhantes	519
Diagonalização de Operadores Lineares, Autovalores e Autovetores	520
Representações Matriciais de Aplicações Lineares	520
Respostas dos Problemas Suplementares	521
Capítulo 11 Formas Canônicas	522
11.1 Introdução	522

Capa da 3ª Edição

