Ensino & Informação
Prof: Altamir A. R. Araldi
Revista®

Período: *1831 a 1916 d.C.*
Assuntos matemáticos envolvidos:

- *Álgebra: corpo numérico; inteiros algébricos; ideal; anel; conjunto infinito;*
- *Análise: números reais; números irracionais; continuidade; limite;*

J. W. R. Dedekind, nasceu em Braunschweing, Alemanha, no ano de 1831, nunca se casou e viveu até os oitenta anos. Iniciou-se cedo na matemática entrando em Göttingen aos dezenove anos e obteve seu doutorado três anos depois com uma tese sobre o Cálculo que foi elogiada por Gauss.
Permaneceu em Göttingen durante alguns anos, ensinando e ouvindo aulas de Dirichlet e depois dedicou-se ao ensino secundário, principalmente em Brunswich, pelo resto de sua vida. Dedekind viveu vários anos depois de sua célebre introdução dos "cortes" que a famosa editora Teubneu deu como data de sua morte, no calendário de matemáticos, o dia 4 de setembro de 1899. Dedekind, que viveu ainda mais doze anos, escreveu ao editor que passara a data em questão em conversa estimulante com seu amigo Georg Cantor.
A atenção de Dedekind se voltara para o problema de números irracionais desde 1858, quando dava aulas de cálculo. Para ele, o conceito de limite deveria ser desenvolvido através da aritmética apenas, sem usar a geometria como guia. Ele se perguntou o que há na grandeza geométrica contínua que a distingue dos números racionais.
Dedekind chegou à conclusão de que a essência da continuidade de um segmento de reta não se deve a uma vaga propriedade de ligação mútua, mas a uma propriedade exatamente oposta - a natureza da divisão do segmento em duas partes por um ponto dado. Se os pontos de uma reta se dividem em duas classes tais que todos os pontos da primeira estão à esquerda de todos os pontos da segunda, então existe um, e um só, ponto que realiza essa divisão em duas classes, isto é, que separa a reta em duas partes.
Dedekind viu que o domínio dos números racionais pode ser estendido de modo a formar um *continuum* de números reais se supusermos o que agora se chama o *axioma de Cantor-Dedekind* - que os pontos sobre a reta podem ser postos em correspondência biunívoca com os números reais. Isso significa que para toda divisão

dos números racionais em duas classes A e B tais que todo número da primeira classe, A, é menor que todo número da segunda classe, B, existe um e um só número real que produz essa classificação chamada de Dedekind. Se A tem um máximo, ou se B tem mínimo, o corte define um número racional; mas se A não tem máximo e B não tem mínimo, então o corte define um número irracional. Ele observou que os teoremas fundamentais sobre limites pode ser provados rigorosamente sem apelo à geometria. Foi a geometria que iniciou o caminho para uma definição conveniente de continuidade, mas no fim foi excluída da definição aritmética formal do conceito. A noção de *corte de Dedekind*, no sistema de números racionais, ou uma construção equivalente dos números reais, tinha agora substituído a grandeza geométrica como espinha dorsal da análise.

O magistral tratamento dos incomensuráveis formulado por Eudoxo aparece no quinto livro dos Elementos de Euclides, e essencialmente coincide com a exposição moderna dos números irracionais dada por Dedekind em 1872.

Dedekind, em 1879, parece ter sido o primeiro a definir explicitamente a noção de corpo numérico - uma coleção de números que formam um grupo abeliano com relação à adição e (com a exceção do zero) com relação à multiplicação, e na qual a multiplicação é distributiva com relação à adição. Exemplos simples são a coleção dos números racionais, o sistema de números reais e o corpo complexo.

Dedekind generalizou a idéia de Gauss de inteiros gaussianos da forma a + bi, onde a e b são inteiros, com a teoria dos *inteiros algébricos* - números que satisfazem equações polinomiais com coeficientes inteiros e primeiro coeficiente igual a um. Introduziu na aritmética o conceito de *ideal*, baseado na noção de *anel*. Por volta de 1888, definiu efetivamente conjunto infinito como todo conjunto que é equipotente a uma sua parte própria.

Alterado em: 21/10/2000
Texto de: Valéria Ostete Jannis Luchetta; supervisão e orientação: prof. Doutor Francisco César Polcino Milies

Bibliografia:

- Boyer, Carl B., História da Matemática, Edgard Blücher, São Paulo, 1974.
- Eves, Howard, Introdução à História da Matemática, Unicamp, Campinas, 1997.