

# Eletrônica de Potência

análise e projetos de circuitos



Mc  
Graw  
Hill



Daniel W. Hart

# ELECTRÓNICA DE POTENCIA

**Daniel W. Hart**

Valparaiso University  
Valparaiso, Indiana

**Traducción:**

Vuelapluma

**Revisión técnica:**

Andrés Barrado Bautista

Emilio Olías Ruiz

Antonio Lázaro Blanco

Jorge Pleite Guerra

*Universidad Carlos III de Madrid*



Prentice  
Hall

Madrid • México • Santafé de Bogotá • Buenos Aires • Caracas • Lima • Montevideo  
San Juan • San José • Santiago • São Paulo • White Plains

Datos de catalogación bibliográfica

DANIEL W. HART  
**ELECTRÓNICA DE POTENCIA**

PEARSON EDUCACIÓN, S. A., Madrid, 2001

ISBN: 84-205-3179-0  
Materia: Electrónica: 621.3

Formato 195 × 250                      Páginas: 472

No está permitida la reproducción total o parcial de esta obra ni su tratamiento o transmisión por cualquier medio o método sin autorización escrita de la Editorial.

**DERECHOS RESERVADOS**

© 2001 respecto a la primera edición en español por:  
PEARSON EDUCACIÓN, S. A.  
Núñez de Balboa, 120  
28006 MADRID

DANIEL W. HART  
**INTRODUCCIÓN A LA ELECTRÓNICA DE POTENCIA**

**ISBN: 84-205-3179-0**

Depósito legal: M-37.541-2001

PRENTICE HALL es un sello editorial autorizado de PEARSON EDUCACIÓN, S. A.

*Traducido de:*

**Introduction to Power Electronics**

© 1997, by Prentice-Hall, Inc  
Simon & Schuster/A Viacom Company  
Upper Saddle River, NJ 07458  
ISBN 0-02-351182-6

*Edición en español:*

**Equipo editorial:**

Editora: Isabel Capella  
Asistente editorial: Sonia Ayerra

**Equipo de producción:**

Director: José Antonio Clares  
Técnico: Diego Marín

Diseño de cubierta: Mario Guindel, Yann Boix y Lía Sáenz

Composición: COPIBOOK

Impreso por: Artes Gráficas Cofás

IMPRESO EN ESPAÑA - PRINTED IN SPAIN





<b>PRÓLOGO</b> .....	XV
<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN</b> .....	1
1.1. Introducción .....	1
1.2. Clasificación de los convertidores .....	2
1.3. Interruptores electrónicos .....	3
El diodo .....	3
Tiristores .....	4
Transistores .....	5
1.4. Selección de los interruptores .....	8
1.5. SPICE y PSpice <sup>®</sup> .....	8
1.6. Los interruptores en PSpice .....	10
El interruptor controlado por tensión .....	10
Transistores .....	11
Diodos .....	11
Dispositivos SCR .....	13
Problemas de convergencia en PSpice .....	14
1.7. Comparación de resultados de simulación en PSpice .....	15
Bibliografía .....	15
Problemas .....	16

<b>CAPÍTULO 2. CÁLCULOS DE POTENCIA</b> .....	19
2.1. Introducción .....	19
2.2. Potencia y energía .....	19
Potencia instantánea .....	19
Energía .....	20
Potencia media .....	20
2.3. Bobinas y condensadores .....	23
2.4. Recuperación de la energía .....	24
Transistor en conducción: $0 < t < t_1$ .....	26
Transistor en corte: $t_1 < t < T$ .....	27
Transistores en conducción: $0 < t < t_1$ .....	28
Transistores en corte: $t_1 < t < T$ .....	30
2.5. Valor eficaz o valor cuadrático medio .....	32
2.6. Potencia aparente y factor de potencia .....	40
La potencia aparente, $S$ .....	40
Factor de potencia .....	40
2.7. Cálculos de potencia en circuitos de alterna con señales sinusoidales .....	40
2.8. Cálculos de potencia para formas de ondas periódicas no sinusoidales .....	42
Las series de Fourier .....	42
Potencia media .....	43
Fuente no sinusoidal y carga lineal .....	44
Fuente sinusoidal y carga no lineal .....	45
2.9. Cálculos de potencia usando PSpice .....	49
2.10. Resumen .....	56
Bibliografía .....	57
Problemas .....	58
Potencia instantánea y media .....	58
Recuperación de energía .....	59
Valores eficaces (rms) .....	60
Formas de ondas no sinusoidales .....	60
PSpice .....	62
<b>CAPÍTULO 3. RECTIFICADORES DE MEDIA ONDA: FUNDAMENTOS BÁSICOS DE ANÁLISIS</b> .....	65
3.1. Introducción .....	65
3.2. Carga resistiva .....	65
Creación de una componente de continua utilizando un interruptor electrónico .....	65
3.3. Carga resistiva-inductiva .....	67
3.4. Simulación mediante PSpice .....	72
Uso de programas de simulación para cálculo numérico .....	72
3.5. Carga RL-generador .....	76
Alimentación de un generador de corriente continua a partir de un generador de corriente alterna .....	76
3.6. Carga bobina-generador .....	80
Uso de la inductancia para limitar la corriente .....	80

3.7.	El diodo de libre circulación .....	82
	Creación de una corriente continua .....	82
	Reducción de los armónicos de la corriente de carga .....	86
3.8.	Rectificador de media onda con un filtro de condensador .....	88
	Creación de una tensión continua a partir de un generador de alterna .....	88
3.9.	El rectificador de media onda controlado .....	94
	Carga resistiva .....	96
	Carga R-L .....	97
	Carga RL-generador .....	100
3.10.	Soluciones de PSpice para rectificadores controlados .....	102
	Modelado del SCR en PSpice .....	102
3.11.	Comutación .....	105
	Efecto de la inductancia del generador .....	105
3.12.	Resumen .....	107
	<b>Problemas</b> .....	108
	Rectificador de media onda con carga resistiva .....	108
	Rectificador de media onda con carga R-L .....	108
	Rectificador de media onda con carga RL-generador .....	109
	Diodo de libre circulación .....	110
	Rectificador de media onda con un condensador de filtro .....	110
	Rectificador de media onda controlado .....	111
	Comutación .....	112
	Designación de problemas .....	113
<b>CAPÍTULO 4. RECTIFICADORES DE ONDA COMPLETA Y TRIFÁSICOS:</b>		
<b>CONVERSIÓN CA-CC</b> .....		
	115	115
4.1.	Introducción .....	115
4.2.	Rectificadores monofásicos de onda completa .....	115
	El rectificador en puente .....	118
	El rectificador con transformador de toma media .....	118
	Carga resistiva .....	119
	Carga R-L .....	119
	Armónicos del generador .....	123
	Simulación en PSpice .....	123
	Carga RL-generador .....	126
	Filtro de salida basado en condensador .....	128
	Dobladores de tensión .....	131
	Salida con filtro L-C .....	132
	Corriente continua para la salida con filtro L-C .....	133
	Corriente discontinua para la salida con filtro L-C .....	134
4.3.	Rectificadores controlados de onda completa .....	138
	Carga resistiva .....	139
	Carga R-L, corriente discontinua .....	140
	Carga R-L, corriente continua .....	142
	Simulación en PSpice de los rectificadores controlados de onda completa ....	145
	Rectificador controlado con carga RL-generador .....	146

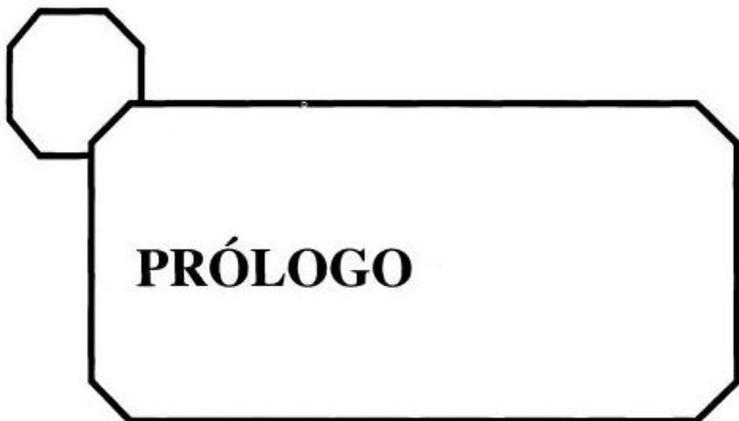
	El convertidor monofásico controlado operando como un inversor .....	149
4.4.	Rectificadores trifásicos .....	151
4.5.	Rectificadores controlados trifásicos .....	156
	Simulación en PSpice de los rectificadores controlados trifásicos .....	157
	Rectificadores de doce pulsos .....	160
	El convertidor trifásico operando como un inversor .....	162
4.6.	Transmisión de potencia continua .....	164
4.7.	Comutación: el efecto de la inductancia del generador .....	168
	Rectificador monofásico en puente .....	168
	Rectificador trifásico .....	169
4.8.	Resumen .....	171
	Problemas .....	171
	Rectificadores monofásicos no controlados .....	171
	Rectificadores monofásicos controlados .....	173
	Rectificadores trifásicos no controlados .....	175
	Rectificadores trifásicos controlados .....	175
	Problemas de diseño .....	176
<b>CAPÍTULO 5. CONTROLADORES DE TENSIÓN ALTERNA: CONVERTIDORES CA-CA .....</b>		
		177
5.1.	Introducción .....	177
5.2.	El controlador de tensión alterna monofásico .....	177
	Funcionamiento básico .....	177
	Controlador monofásico con carga resistiva .....	179
	Controlador monofásico con carga R-L .....	182
	Simulación en PSpice de los controladores de tensión alterna monofásicos ..	186
5.3.	Controladores trifásicos de tensión .....	187
	Carga resistiva conectada en estrella .....	187
	Carga R-L conectada en estrella .....	192
	Carga resistiva conectada en triángulo .....	194
5.4.	Control de la velocidad de los motores de inducción .....	196
5.5.	Control de VAR estático (compensador estático de reactiva).....	197
5.6.	Resumen .....	198
	Problemas .....	198
	Controladores de tensión monofásicos .....	198
	Controladores de tensión trifásicos .....	200
<b>CAPÍTULO 6. CONVERTIDORES CC-CC .....</b>		
		201
6.1.	Reguladores lineales de tensión .....	201
6.2.	Un convertidor conmutado básico .....	202
6.3.	El convertidor reductor .....	203
	Relaciones entre la tensión y la corriente .....	203
	Rizado de la tensión de salida .....	208
6.4.	Consideraciones de diseño .....	211
6.5.	El convertidor elevador .....	212

Relaciones entre la tensión y la corriente .....	212
Rizado de la tensión de salida .....	216
6.6. El convertidor reductor-elevador .....	217
Relaciones entre la tensión y la corriente .....	218
Rizado de la tensión de salida .....	222
6.7. El convertidor Ćuk .....	223
6.8. Efectos no ideales en el funcionamiento de un convertidor .....	228
Caídas de tensión en los interruptores .....	228
Resistencia del condensador: efecto en el rizado .....	229
Resistencia de la bobina .....	230
Pérdidas de conmutación .....	231
6.9. Funcionamiento con corriente discontinua .....	233
Convertidor reductor con corriente discontinua .....	233
Convertidor elevador con corriente discontinua .....	236
6.10. Simulación en PSpice de los convertidores CC-CC .....	239
Un modelo conmutado en PSpice .....	240
Un modelo de circuito promediado .....	243
6.11. Resumen .....	248
Bibliografía .....	249
Problemas .....	250
Convertidores lineales .....	250
Convertidor conmutado básico .....	251
Convertidor reductor .....	251
Convertidor elevador .....	252
Convertidor reductor-elevador .....	253
Convertidor Ćuk .....	253
Efectos no ideales .....	254
Corriente discontinua .....	254
PSpice .....	254
<b>CAPÍTULO 7. FUENTES DE ALIMENTACIÓN DE CORRIENTE CONTINUA ..</b>	<b>257</b>
7.1. Introducción .....	257
7.2. Modelos de transformadores .....	257
7.3. El convertidor flyback .....	259
Análisis con el interruptor cerrado .....	259
Análisis con el interruptor abierto .....	261
Modo de corriente discontinua en el convertidor flyback .....	266
Resumen del funcionamiento del convertidor flyback .....	268
7.4. El convertidor forward .....	268
Análisis con el interruptor cerrado .....	268
Análisis con el interruptor abierto .....	270
Resumen del funcionamiento del convertidor forward .....	273
7.5. Convertidor forward con dos interruptores .....	275
7.6. El convertidor push-pull .....	277
Interruptor $Sw_1$ cerrado .....	277

	Interruptor $Sw_2$ cerrado .....	279
	Ambos interruptores abiertos .....	279
	Resumen del funcionamiento del convertidor push-pull .....	280
7.7.	Convertidores CC-CC en puente completo y en semi-puente .....	281
7.8.	Convertidores alimentados en corriente .....	284
	$Sw_1$ cerrado y $Sw_2$ abierto .....	286
	$Sw_1$ abierto y $Sw_2$ cerrado .....	286
	$Sw_1$ y $Sw_2$ cerrados .....	287
7.9.	Convertidores con múltiples salidas .....	288
7.10.	Elección de convertidores .....	289
7.11.	Simulación en PSpice de las fuentes de alimentación de continua .....	289
	Convertidor flyback .....	290
	Convertidor forward .....	291
	Convertidor push-pull .....	292
	Convertidor alimentado en corriente .....	293
7.12.	Control de las fuentes de alimentación .....	294
	Estabilidad del bucle de control .....	294
	Análisis en pequeña señal .....	295
	Función de transferencia del interruptor .....	296
	Función de transferencia del filtro .....	297
	Función de transferencia del circuito PWM .....	298
	Amplificador de error con compensación .....	298
	Diseño de un amplificador de error compensado .....	301
	Simulación en PSpice del control por realimentación .....	305
	Circuitos de control PWM .....	306
	Bibliografía .....	308
	Problemas .....	310
	Convertidor flyback .....	310
	Convertidor forward .....	310
	Convertidor push-pull .....	311
	Convertidor alimentado en corriente .....	311
	PSpice .....	312
	Control .....	312
	<b>CAPÍTULO 8. INVERSORES: CONVERSIÓN DE CONTINUA EN ALTERNA ..</b>	<b>315</b>
8.1.	Introducción .....	315
8.2.	El puente convertidor de onda completa .....	316
8.3.	El inversor de onda cuadrada .....	317
8.4.	Análisis mediante series de Fourier .....	321
8.5.	Distorsión armónica total .....	323
8.6.	Simulación en PSpice de los inversores de onda cuadrada .....	324
8.7.	Control de armónicos y de amplitud .....	327
8.8.	El inversor en medio puente .....	331
8.9.	Salida con modulación por anchura de impulsos .....	333
	Conmutación bipolar .....	333
	Conmutación unipolar .....	333
8.10.	Definiciones y consideraciones relativas a la modulación PWM .....	335

8.11. Armónicos en la modulación PWM .....	337
Comutación bipolar .....	337
Comutación unipolar .....	341
8.12. Simulación de inversores con modulación por anchura de impulsos .....	342
PWM bipolar .....	342
PWM unipolar .....	346
8.13. Inversores trifásicos .....	351
Inversor de seis pasos .....	351
Inversor trifásico PWM .....	354
8.14. Simulación en PSpice de los inversores trifásicos .....	356
Inversores trifásicos de seis pasos .....	356
Inversores trifásicos PWM .....	357
8.15. Control de velocidad de motores de inducción .....	358
8.16. Resumen .....	360
Bibliografía .....	360
Problemas .....	360
Inversor de onda cuadrada y análisis de Fourier .....	360
Control de armónicos y de amplitud .....	361
Inversores con modulación por anchura de impulsos .....	362
Inversores trifásicos .....	363
<b>CAPÍTULO 9. CONVERTIDORES RESONANTES</b> .....	365
9.1. Introducción .....	365
9.2. Convertidor conmutado resonante: conmutación a corriente cero .....	366
Funcionamiento básico .....	366
Análisis para $0 < t < t_1$ .....	368
Análisis para $t_1 < t < t_2$ .....	368
Análisis para $t_2 < t < t_3$ .....	369
Análisis para $t_3 < t < T$ .....	370
Tensión de salida .....	370
9.3. Convertidor conmutado resonante: conmutación a tensión cero .....	372
Funcionamiento básico .....	372
Análisis para $0 < t < t_1$ .....	373
Análisis para $t_1 < t < t_2$ .....	375
Análisis para $t_2 < t < t_3$ .....	376
Análisis para $t_3 < t < T$ .....	377
Tensión de salida .....	377
9.4. El inversor resonante serie .....	379
Pérdidas de conmutación .....	381
Control de amplitud .....	381
9.5. Convertidor CC-CC resonante serie .....	385
Funcionamiento básico .....	385
Funcionamiento para $\omega_s > \omega_0$ .....	385
Funcionamiento para $\omega_s/2 < \omega_s < \omega_0$ .....	391
Funcionamiento para $\omega_s < \omega_0/2$ .....	392
Variantes del convertidor CC-CC resonante serie .....	392

9.6. Convertidor CC-CC resonante paralelo .....	393
9.7. Convertidor CC-CC serie-paralelo .....	397
9.8. Comparación de convertidores resonantes .....	400
9.9. El convertidor resonante con paso intermedio por corriente continua .....	400
9.10. Resumen .....	404
Bibliografía .....	404
Problemas .....	404
Convertidor resonante de conmutación a corriente cero .....	404
Convertidor resonante de conmutación a tensión cero .....	405
Inversor resonante .....	406
Convertidor CC-CC resonante serie .....	406
Convertidor CC-CC resonante paralelo .....	406
Convertidor CC-CC serie-paralelo .....	407
Convertidor resonante con paso intermedio por corriente continua .....	407
<b>CAPÍTULO 10. CIRCUITOS DE EXCITACIÓN Y DE PROTECCIÓN .....</b>	<b>409</b>
10.1. Introducción .....	409
10.2. Circuito de excitación para MOSFET .....	409
10.3. Circuitos de excitación para el transistor bipolar .....	416
10.4. Circuitos de excitación de tiristor .....	420
10.5. Circuitos de protección para el transistor .....	421
10.6. Circuitos de protección de recuperación de energía .....	429
10.7. Circuitos de protección para el tiristor .....	431
10.8. Resumen .....	431
Bibliografía .....	431
Problemas .....	432
Circuitos de excitación para MOSFET .....	432
Circuito de excitación del transistor bipolar .....	432
Circuitos de protección .....	432
<b>APÉNDICE A. SERIES DE FOURIER PARA ALGUNAS FORMAS DE ONDAS COMUNES .....</b>	<b>435</b>
Las series de Fourier .....	435
Sinusoide rectificada de media onda (Figura A.1) .....	436
Sinusoide rectificada de onda completa (Figura A.2) .....	436
Rectificador trifásico en puente (Figura A.3) .....	437
Forma de onda pulsante (Figura A.4) .....	438
Onda cuadrada (Figura A.5) .....	438
Onda cuadrada modificada (Figura A.6) .....	439
Inversor trifásico de seis pasos (Figura A.7) .....	439
<b>APÉNDICE B. PROMEDIO DEL ESPACIO DE ESTADOS .....</b>	<b>441</b>
Pequeña señal y régimen permanente .....	442
Ecuaciones de estado para el convertidor reductor .....	443
Bibliografía .....	446
<b>ÍNDICE .....</b>	<b>447</b>



# PRÓLOGO

El presente libro aspira a ser un texto introductorio a la electrónica de potencia, principalmente para los estudiantes universitarios de ingeniería eléctrica. El texto presupone que el estudiante está familiarizado con las técnicas generales de análisis de circuitos, normalmente estudiadas en los primeros cursos. El estudiante debería conocer los dispositivos electrónicos, tales como los diodos y los transistores, ya que este texto hace hincapié en la tipología y función de los circuitos, en vez de en los dispositivos. El conocimiento de las relaciones entre la tensión y la corriente en los dispositivos lineales es el principal requisito, y el concepto de las series de Fourier también es importante. La mayoría de los temas tratados en este texto deberían resultar apropiados para estudiantes de ingeniería eléctrica, tanto de primeros como de últimos cursos de carrera.

El texto está pensado para ser utilizado en un curso semestral de electrónica de potencia, seleccionando el profesor los temas que crea apropiado impartir u omitir. El texto se ha escrito de modo que el orden de los temas sea flexible. Recomendamos que los Capítulos 2 y 3, sobre cálculos de potencia y rectificadores de media onda, se traten al principio del curso, profundizando tanto como el profesor considere adecuado para el nivel de los alumnos. Los Capítulos 6 y 7, sobre convertidores cc-cc y fuentes de alimentación de continua, pueden estudiarse antes de los Capítulos 4 y 5. Se puede omitir parte del texto, como la sección sobre control del Capítulo 7, si se está impartiendo un curso general introductorio.

El estudiante debería utilizar todas las herramientas software disponibles para la solución de las ecuaciones que describen los circuitos electrónicos de potencia. Estas herramientas abarcan desde las calculadoras con funciones incorporadas, como integrales o búsqueda de raíces, hasta potentes programas informáticos, como MATLAB, Mathcad, PC: Solve, TK Solver y otros. Los

programas informáticos de álgebra, como Mathematica, Maple o DERIVE, utilizados frecuentemente en cursos de matemáticas, resultan, por lo general, apropiados para resolver las ecuaciones de los circuitos. A menudo sugerimos en este texto la utilización de técnicas de análisis numérico. Depende del estudiante el seleccionar y adaptar las herramientas informáticas disponibles al caso de la electrónica de potencia.

La mayor parte de este texto incluye ejercicios de simulación por ordenador utilizando PSpice, como complemento a las técnicas de solución analítica de circuitos. Contar con alguna experiencia previa con PSpice puede servir de ayuda, pero no es necesaria. No se pretende que la simulación por computador sustituya la comprensión de los principios fundamentales pero, en opinión del autor, utilizar la simulación por computador como herramienta para investigar el comportamiento básico de los circuitos electrónicos de potencia, añade una dimensión adicional al proceso de aprendizaje del alumno imposible de adquirir con la estricta manipulación de las ecuaciones. Observando las formas de onda de la tensión y la corriente en una simulación por computador se logran algunos de los objetivos propios de las experiencias de laboratorio. En una simulación, todas las corrientes y tensiones del circuito pueden ser estudiadas, normalmente con resultados más eficientes que en un laboratorio real. Resulta más sencillo llevar a cabo variaciones en el comportamiento de un circuito cambiando componentes o parámetros de funcionamiento en una simulación por computador que en un laboratorio. Los archivos de circuitos de PSpice presentados en este texto no representan necesariamente la forma más elegante de simular los circuitos. Animamos a los estudiantes a utilizar sus habilidades para mejorar los archivos de entrada, en los casos que sea posible.

Estoy sinceramente agradecido a todos los revisores y estudiantes que han realizado muchas valiosas aportaciones a este proyecto. Entre los revisores se encuentran: Dr. Frederick Brockhurst, del Instituto de Tecnología Rose-Hulman; Dr. Kraig Olejnicak, de la Universidad de Arkansas; Dr. Hassan H. Moghbelli, de la Universidad de Purdue, Calumet; Dr. Jai P. Agrawal, de la Universidad de Purdue, Calumet. Me gustaría también dar las gracias a Amy Backhus por la preparación de la mayor parte del manuscrito.

Daniel W. Hart  
Universidad de Valparaiso  
Valparaiso, Indiana (EE.UU.)

# 1

# INTRODUCCIÓN

## 1.1. INTRODUCCIÓN

Los circuitos electrónicos de potencia convierten la energía eléctrica de un tipo en otro utilizando dispositivos electrónicos. Los circuitos electrónicos de potencia funcionan utilizando dispositivos semiconductores como interruptores, para controlar o modificar una tensión o una corriente. Las aplicaciones de los circuitos electrónicos de potencia abarcan desde los equipos de conversión de alta potencia, como los sistemas de transmisión de corriente continua (cc), hasta aparatos de uso común, como por ejemplo, los destornilladores eléctricos sin cable o las fuentes de alimentación de los ordenadores portátiles. La electrónica de potencia incluye aplicaciones en las que los circuitos procesan milivatios o megavatios. Las aplicaciones típicas de la electrónica de potencia son, entre otras, la conversión de corriente alterna (ca) en corriente continua (cc), la conversión de corriente continua en alterna (cc en ca), la conversión de una tensión continua no regulada en una tensión continua regulada y la conversión de una alimentación alterna de determinada amplitud y frecuencia en otra amplitud y frecuencia distintas.

El diseño de los equipos de conversión de potencia precisa de numerosas disciplinas de la ingeniería eléctrica. La electrónica de potencia incluye aplicaciones de la teoría de circuitos, la teoría de control, electrónica, electromagnetismo, microprocesadores (para control) y transferencia de calor. Los avances conseguidos en la capacidad de conmutación de los semiconductores, combinados con el interés por mejorar el rendimiento y las prestaciones de los dispositivos eléctricos han convertido a la electrónica de potencia en un área de la ingeniería electrónica de rápido crecimiento.

Un interruptor electrónico se caracteriza por tener dos estados, «activado» (on) y «desactivado» (off), lo que idealmente se corresponde con un cortocircuito y un circuito abierto, respectivamente. Las aplicaciones que utilizan dispositivos de conmutación son muy interesantes debido a las, relativamente, bajas pérdidas de potencia en el dispositivo. Cuando el interruptor es ideal, la tensión de conmutación o la corriente de conmutación será igual a cero, lo que hace que el valor de la potencia absorbida por el interruptor sea también cero. Los dispositivos reales absorben algo de potencia cuando están en conducción y cuando tienen lugar las transiciones entre los estados de conducción y no conducción, aunque el rendimiento del circuito puede ser todavía bastante alto. Algunos dispositivos electrónicos, como los transistores, también pueden operar en el rango lineal, donde tanto la tensión como la corriente son distintas de cero, aunque es conveniente utilizar estos dispositivos como interruptores en las aplicaciones de potencia.

## 1.2. CLASIFICACIÓN DE LOS CONVERTIDORES

El objetivo de los circuitos electrónicos de potencia consiste en adaptar los requisitos de tensión y corriente de la carga al generador. Los circuitos electrónicos de potencia convierten una forma de onda de corriente o de tensión de un cierto tipo o nivel en otro; por esto se denominan *convertidores*. Los convertidores se clasifican según la relación existente entre la entrada y la salida:

### Entrada ca/salida cc

Los convertidores ca-cc producen una salida continua a partir de una entrada alterna. La potencia media se transfiere desde un generador de alterna a una carga de corriente continua. A los convertidores ca-cc se les denomina, específicamente, como *rectificadores*. Por ejemplo, un convertidor ca-cc permite que los circuitos integrados operen a partir de una tensión alterna de línea a 60 Hz, convirtiendo la señal alterna en una señal continua de la tensión apropiada.

### Entrada cc/salida ca

El convertidor cc-ca se denomina, específicamente, como *inversor*. En el inversor, la potencia media fluye desde el lado de corriente continua hacia el lado de corriente alterna. Entre los ejemplos de aplicaciones de los inversores se incluyen la generación de una tensión de 120 V eficaces (rms) a 60 Hz a partir de una batería de 12 V y la conexión de una matriz de células solares con un aparato eléctrico.

### Entrada cc/salida cc

El convertidor cc-cc resulta útil cuando una carga requiere una corriente o una tensión continua específica (normalmente regulada), pero el generador tiene un valor de continua diferente o no regulado. Por ejemplo, a partir de un generador de 12 V y a través de un convertidor cc-cc pueden obtenerse 5 V.

### Entrada ca/salida ca

El convertidor ca-ca puede utilizarse para cambiar la amplitud y/o la frecuencia de una señal alterna. Un ejemplo, entre otros, sería un simple atenuador para la iluminación doméstica y un control de velocidad para un motor de inducción.

Algunos circuitos convertidores pueden operar en diferentes modos, dependiendo de los parámetros de control y del circuito. Por ejemplo, algunos circuitos rectificadores pueden operar como inversores modificando el método de control de los dispositivos semiconductores. En estos casos, es el sentido en que fluye la potencia media el que determina el tipo de convertidor.

El proceso de conversión de potencia puede suponer un proceso de varias fases y requerir más de un tipo de convertidor. Por ejemplo, se puede utilizar una conversión ca-ca para modificar un generador de corriente alterna, obteniendo primero una componente continua y, después, convirtiendo dicha señal continua en una señal alterna que tenga una amplitud y una frecuencia diferentes a las del generador de corriente alterna original.

### 1.3. INTERRUPTORES ELECTRÓNICOS

En este libro de texto nos centramos en el funcionamiento de los circuitos básicos, en lugar de centrarnos en las prestaciones de los dispositivos. El dispositivo conmutador concreto utilizado en los circuitos electrónicos de potencia variará según el estado actual de la tecnología de dispositivos semiconductores. Normalmente, el comportamiento de los circuitos electrónicos de potencia no se ve afectado de forma particular por el dispositivo real que se utilice para la conmutación, especialmente si las caídas de tensión en bornas del interruptor en estado de conducción son pequeñas comparadas con otras tensiones del circuito. Por tanto, los dispositivos semiconductores se modelan normalmente como interruptores ideales, con el fin de poder centrarse en el comportamiento del circuito. Los interruptores se modelan como cortocircuitos cuando están activados y como circuitos abiertos cuando no lo están. Se supone que las transiciones entre estos dos estados son instantáneas. Los efectos de la conmutación no ideal se comentarán cuando sea necesario. En esta sección, se proporciona una breve exposición sobre los semiconductores y, en el Capítulo 10, ofrecemos información adicional relativa a los circuitos de gobierno y protección. En la literatura se puede encontrar información exhaustiva sobre el estado de la técnica de estos dispositivos.

#### El diodo

El diodo es el interruptor electrónico más simple. No se puede controlar, en el sentido de que son las tensiones y corrientes del circuito los que determinan los estados de conducción (activado) y de corte (desactivado) del diodo. El diodo está polarizado en directa (conducción) cuando la corriente  $i_d$  (Figura 1.1a) es positiva y está polarizado en inversa (en corte) cuando la tensión  $v_d$  es negativa. En el caso ideal, el diodo se comporta como un cortocircuito cuando está polarizado en directa y se comporta como un circuito abierto cuando está polarizado en inversa. Las curvas características corriente-tensión real e ideal se muestran en las Figuras 1.1b y 1.1c.

Una característica dinámica importante de un diodo no ideal es la corriente de recuperación inversa. Cuando un diodo pasa de conducción a corte, la corriente en él disminuye y, momentáneamente, se hace negativa antes de alcanzar el valor cero, como se muestra en la Figura 1.1d. El tiempo  $t_{rr}$  es el tiempo de recuperación inversa, normalmente inferior a 1  $\mu$ s. Este fenómeno puede resultar importante en aplicaciones de alta frecuencia. Los diodos de recuperación rápida se diseñan de modo que tengan  $t_{rr}$  menores que los diodos diseñados para aplicaciones de 50 Hz.

Los diodos Schottky (Figura 1.1e) poseen un contacto de metal-silicio, en lugar de una unión  $p-n$ , y tienen una caída de tensión directa típica de 0,3 V. Estos diodos suelen utilizarse en aplicaciones de baja tensión donde las caídas de los diodos son importantes comparadas con las demás tensiones del circuito. La tensión inversa para un diodo Schottky está limitada a, aproximadamente, 100 V. La barrera de potencial del contacto metal-silicio de un diodo de Schottky no está sujeta a transitorios de recuperación y conmuta entre los estados activado y desactivado más rápidamente que los diodos de unión  $p-n$ .

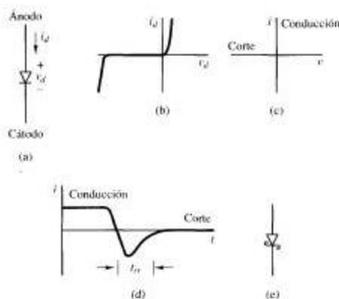


Figura 1.1. (a) Diodo rectificador. (b) Característica  $i-v$ . (c) Característica  $i-v$  ideal. (d) Tiempo de recuperación inversa  $t_{rr}$ . (e) Diodo Schottky.

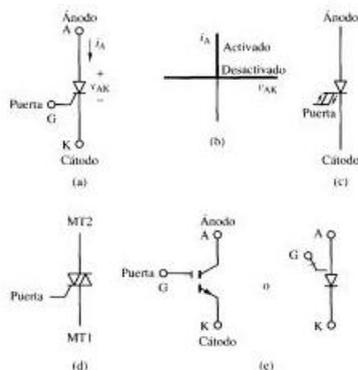
### Tiristores

Los tiristores son interruptores electrónicos utilizados en circuitos electrónicos de potencia donde es necesario controlar la activación del interruptor. Los tiristores constituyen una familia de dispositivos de tres terminales, entre los que se encuentran: el rectificador controlado de silicio (SCR), el triac, el tiristor de bloqueo por puerta (GTO) y el tiristor MCT o tiristor controlado por MOS (metal-óxido-semiconductor). Los tres terminales son el ánodo, el cátodo y la puerta. A veces, se utilizan los términos *tiristor* y *SCR* como sinónimos. Los tiristores pueden soportar altas corrientes y altas tensiones de bloqueo en aplicaciones de alta potencia, pero las frecuencias de conmutación están limitadas a valores de entre 10 y 20 kHz, aproximadamente.

Para que el SCR entre en conducción, hay que aplicar una corriente de puerta cuando la tensión ánodo-cátodo sea positiva. Una vez que el dispositivo haya entrado en conducción, la señal de puerta deja de ser necesaria para mantener la corriente de ánodo. El SCR continuará conduciendo mientras la corriente de ánodo siga siendo positiva y esté por encima de un valor mínimo, denominado nivel de mantenimiento. Las Figuras 1.2a y 1.2b muestran el SCR y la característica corriente-tensión ideal.

El tiristor GTO de la Figura 1.2c, al igual que el SCR, se activa al aplicar una corriente de puerta de corta duración cuando la tensión ánodo-cátodo es positiva. Sin embargo, a diferencia del SCR, el GTO puede desactivarse aplicando una corriente de puerta negativa. El GTO es, por tanto, apropiado para algunas aplicaciones en las que es necesario controlar tanto la activación como la desactivación del interruptor. La corriente negativa en el GTO puede ser muy breve (unos pocos microsegundos), pero su magnitud debe ser muy grande comparada con la corriente de activación. Generalmente, la corriente de desactivación de puerta es un tercio de la corriente de ánodo en estado de conducción. La característica  $i-v$  ideal es igual que la que muestra la Figura 1.2b para el SCR.

El triac (Figura 1.2d) es un tiristor capaz de conducir corriente en ambos sentidos. El triac es funcionalmente equivalente a dos SCR conectados en antiparalelo (en paralelo pero en sentidos



**Figura 1.2.** Dispositivos tiristores. (a) Rectificador controlado de silicio (SCR). (b) Característica  $i$ - $v$  ideal del SCR. (c) Tiristor de bloqueo por puerta (GTO). (d) Triac. (e) Tiristor controlado por MOS (MCT).

opuestos). Los circuitos atenuadores de luz comunes utilizan un triac para modificar los semiciclos positivos y negativos de la onda sinusoidal de entrada.

El MCT mostrado en la Figura 1.2e es un dispositivo funcionalmente equivalente al GTO, pero sin el requisito de la alta corriente de desactivación de puerta. El MCT está formado por un SCR y dos transistores MOSFET (transistor de efecto de campo de metal-óxido) integrados en un mismo dispositivo. Un MOSFET activa el SCR y el otro lo desactiva. El MCT se activa y desactiva estableciendo la tensión puerta-cátodo apropiada, en lugar de establecer una corriente de puerta como en el GTO.

Los tiristores han sido históricamente los interruptores electrónicos de potencia preferidos, debido a los altos valores nominales de tensión y corriente disponibles. Los tiristores todavía se utilizan, especialmente en aplicaciones de alta potencia pero, dado que las características nominales de los tiristores de potencia han aumentado notablemente, el transistor resulta ahora más conveniente para muchas aplicaciones.

## Transistores

Los transistores son utilizados como interruptores en los circuitos electrónicos de potencia. Los circuitos de excitación de los transistores se diseñan para que éstos estén completamente saturados (activados) o en corte (desactivados). Esto difiere de lo que ocurre con otras aplicaciones de los transistores, como, por ejemplo, un circuito amplificador, en el que el transistor opera en la región lineal o activa. Los transistores tienen la ventaja de que proporcionan un control de activación y de desactivación, mientras que el SCR sólo dispone de control de activación. Los tipos de transistores utilizados en los circuitos electrónicos de potencia incluyen los transistores de unión bipolar (BJT), los MOSFET y dispositivos híbridos, como por ejemplo, los transistores

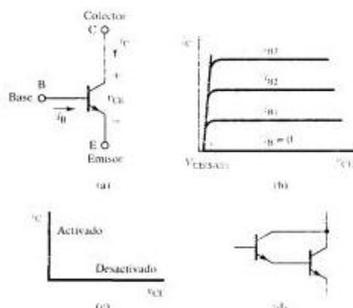


Figura 1.3. (a) BJT (NPN). (b) Característica del BJT. (c) Característica ideal del BJT. (d) Configuración Darlington.

de unión bipolar de puerta aislada (IGBT). Las Figuras 1.3 a 1.5 muestran los correspondientes símbolos y las características corriente-tensión.

Las características típicas de los BJT se muestran en la Figura 1.3b. El estado de conducción para el transistor se consigue proporcionando la suficiente corriente de base para llevar al BJT a saturación. La tensión de saturación colector-emisor típica es de 1 a 2 V para un BJT de potencia. Una corriente de base nula hace que el transistor se polarice en corte. La característica  $i_C$ - $v_{CE}$  ideal para el BJT se muestra en la Figura 1.3c. El BJT es un dispositivo controlado por corriente y el BJT de potencia normalmente tiene una baja  $h_{FE}$ , a veces menor que 20. Si un BJT de potencia con  $h_{FE} = 20$  va a conducir una corriente de colector de 60 A, por ejemplo, la corriente de base tendrá que ser mayor que 3 A para saturar el transistor. El circuito de excitación que proporciona esta alta corriente de base es un circuito de potencia importante por sí mismo. Las configuraciones Darlington utilizan dos BJT conectados como se muestra en la Figura 1.3d. La ganancia de corriente efectiva de la combinación es, aproximadamente, igual al producto de las ganancias individuales y puede, por tanto, reducir la corriente extraída del circuito de excita-

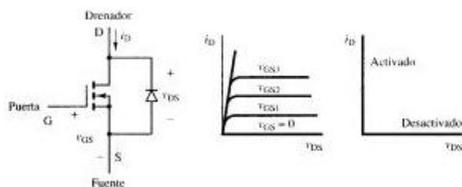


Figura 1.4. (a) MOSFET (de canal n) con diodo parásito en antiparalelo. (b) Característica del MOSFET. (c) Característica ideal del MOSFET.

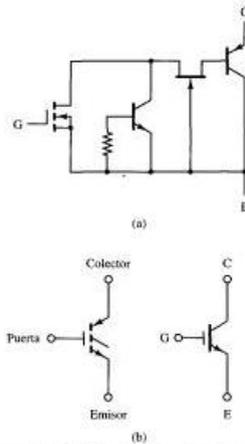


Figura 1.5. IGBT (a) Circuito equivalente. (b) Símbolos.

ción. La configuración Darlington puede construirse a partir de dos transistores discretos o puede obtenerse como un sólo dispositivo integrado. Los BJT de potencia están disponibles con valores nominales de hasta 1.200 V y 400 A. Se suelen utilizar en convertidores que operan hasta 10 kHz aproximadamente. Generalmente, los BJT de potencia están disponibles con valores nominales de corriente y tensión más altos que los MOSFET.

El MOSFET (Figura 1.4a) es un dispositivo controlado por tensión con las características mostradas en la Figura 1.4b. Los MOSFET de potencia son fundamentalmente de acumulación más que de empujamiento. Una tensión puerta-fuente lo suficientemente grande activará el dispositivo, dando lugar a una pequeña tensión drenador-fuente. El circuito de excitación para activar y desactivar un MOSFET es normalmente más sencillo que el utilizado para un BJT. En el estado de conducción, las variaciones de  $v_{DS}$  son linealmente proporcionales a las variaciones de  $i_p$ . Por tanto, el MOSFET en estado de conducción puede modelarse como una resistencia de conducción, denominada  $R_{DS(on)}$ . Los MOSFET de baja tensión tienen resistencias de conducción menores que 0,1  $\Omega$ , mientras que los MOSFET de alta tensión tienen resistencias de conducción de unos cuantos ohmios. La construcción de los MOSFET produce un diodo (de cuerpo) parásito, como se muestra en la Figura 1.4a, lo que se puede utilizar a veces de forma ventajosa en circuitos electrónicos de potencia. Los valores nominales llegan a alcanzar hasta 1.000 V y 50 A. Las velocidades de conmutación del MOSFET son mayores que las del BJT y se utilizan en convertidores que operan por encima de 100 kHz.

El IGBT de la Figura 1.5 es una conexión integrada de un MOSFET y un BJT. El circuito de excitación del IGBT es como el del MOSFET, mientras que las características de conducción son como las del BJT. El IGBT es adecuado para velocidades de conmutación de hasta aproximadamente 20 kHz y ha sustituido al BJT en muchas aplicaciones.

#### 1.4. SELECCIÓN DE LOS INTERRUPTORES

La selección de un dispositivo de potencia para una determinada aplicación no sólo depende de los niveles de corriente y tensión requeridos, sino también de sus características de conmutación. Los transistores y los GTO proporcionan control de activación y desactivación, los SCR proporcionan el control de activación pero no de desactivación, y los diodos no ofrecen ninguno de los dos.

Las velocidades de conmutación y las pérdidas de potencia asociadas son dos factores muy importantes en los circuitos electrónicos de potencia. El BJT es un dispositivo de portadores minoritarios, mientras que el MOSFET es un dispositivo de portadores mayoritarios que no sufre retrasos de almacenamiento de portadores minoritarios, lo que supone una ventaja del MOSFET en cuanto a velocidades de conmutación. Los tiempos de conmutación del BJT son mayores que los del MOSFET. Por tanto, generalmente el MOSFET tiene menores pérdidas de conmutación.

##### Ejemplo 1.1. Selección del interruptor

El circuito de la Figura 1.6a tiene dos interruptores. El interruptor  $S_1$  está activado (cerrado) y conecta la fuente de tensión ( $V_s = 24$  V) con una fuente de corriente ( $I_0 = 2$  A). Se desea abrir el interruptor  $S_2$  para desconectar  $V_s$  de la fuente de corriente, para lo que se necesita que un segundo interruptor  $S_2$  se cierre para proporcionar un camino a la corriente  $I_0$ , como se muestra en la Figura 1.6b. Posteriormente,  $S_1$  debe volver a cerrarse y  $S_2$  debe abrirse para restaurar el circuito a su condición original. El ciclo se repite a una frecuencia de 75 kHz. Determine el tipo de dispositivo necesario para cada interruptor y los requisitos de corriente y tensión máximas para cada uno de ellos.

**Solución.** El tipo de dispositivo se elige a partir de las necesidades de activación y desactivación, los requisitos de tensión y corriente del interruptor para los estados activado y desactivado, y la velocidad de conmutación necesaria.

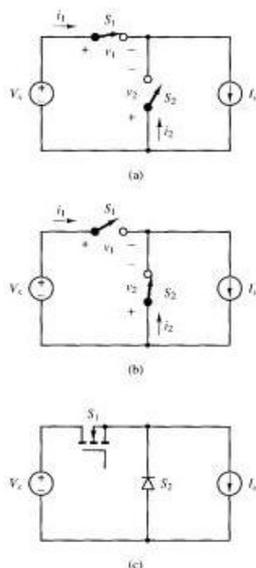
Los puntos de operación en régimen permanente para  $S_1$  se encuentran en  $(i_1, v_1) = (I_0, 0)$  si  $S_1$  está cerrado, y  $(0, V_s)$  si  $S_1$  está abierto. Los puntos de operación se encuentran sobre los ejes  $i$  y  $v$  positivos y  $S_1$  debe desactivarse cuando  $i_1 = I_0 > 0$ , y debe activarse cuando  $v_1 = V_s > 0$ . El dispositivo utilizado para  $S_1$  debe, por tanto, proporcionar control tanto de activación como de desactivación. Un MOSFET sería una buena elección debido a la frecuencia de conmutación requerida, a los requisitos simples de control por puerta y a los requisitos de corriente y tensión relativamente bajos (24 V y 2 A).

Los puntos de operación en régimen permanente para  $S_2$  se encuentran en  $(i_2, v_2) = (0, -V_s)$  en la Figura 1.6a y en  $(I_0, 0)$  en la Figura 1.6b. Los puntos de operación están en el eje positivo de corrientes y en el eje negativo de tensiones. Por tanto, una corriente positiva en  $S_2$  es el requisito para activar  $S_2$  y existe una tensión negativa cuando  $S_2$  está desactivado. Ya que no se necesita ningún otro control para el dispositivo, un diodo es una elección adecuada para  $S_2$ . La corriente máxima es de 2 A y la tensión máxima en estado de bloqueo es de 24 V.

La Figura 1.6c muestra la implementación del circuito de conmutación. En una aplicación de electrónica de potencia, la fuente de corriente de este circuito podría representar una bobina por la que circulara una corriente prácticamente constante.

#### 1.5. SPICE Y PSPICE®

La simulación de circuitos por ordenador es una herramienta de análisis y de diseño muy valiosa, en la que haremos hincapié a lo largo del texto. SPICE es un programa de simulación de circuitos desarrollado en el departamento de Ingeniería electrónica e Informática de la Uni-



**Figura 1.6.** Circuito para el Ejemplo 1.1. (a)  $S_1$  cerrado,  $S_2$  abierto. (b)  $S_1$  abierto,  $S_2$  cerrado. (c) Implementación del interruptor.

versidad de California, Berkeley, Estados Unidos. PSpice™ es una adaptación comercial de SPICE, que MicroSim Corporation<sup>1</sup> desarrolló para PC. Una versión de evaluación de PSpice resulta adecuada para la mayoría de los proyectos de un curso universitario y se puede obtener gratuitamente de MicroSim. Las simulaciones descritas en este libro se pueden ejecutar utilizando la versión de evaluación. La versión profesional de PSpice es útil para circuitos grandes e incluye muchos archivos de bibliotecas con modelos de dispositivos.

La simulación puede consistir en varios niveles de modelado de dispositivos y componentes, dependiendo del objetivo de la misma. Para la mayoría de los ejemplos de simulación y los ejercicios de este libro se utilizan modelos de componentes ideales o predeterminados, lo que da como resultado aproximaciones de primer orden, de forma muy parecida al trabajo analítico realizado al exponer un tema por primera vez en cualquier libro de texto. Una vez que se comprende el funcionamiento básico de un circuito electrónico de potencia, el ingeniero puede incluir modelos detallados de los dispositivos para predecir con mayor precisión el comportamiento de un circuito real.

<sup>1</sup> MicroSim Corporation, 20 Fairbanks, Irvine, CA 92718, Estados Unidos.

Probe™, el programa postprocesador gráfico que acompaña a PSpice, resulta especialmente útil. En Probe, se puede mostrar gráficamente la forma de onda de cualquier corriente o tensión de un circuito, lo que proporciona al estudiante una imagen del comportamiento del circuito que no se podría conseguir con un análisis realizado con papel y lápiz. Además, Probe puede realizar cálculos matemáticos que impliquen corrientes y/o tensiones, incluyendo la determinación numérica de valores eficaces y medios. En este libro se incluyen numerosos ejemplos de diseño y análisis con PSpice de circuitos electrónicos de potencia.

Los archivos de circuitos PSpice a los que se hace referencia en este texto se desarrollaron para la versión 5.0 para DOS, o superior. Algunos estudiantes han adaptado con éxito estos circuitos para la versión Schematic Capture for Windows de PSpice.

## 1.6. LOS INTERRUPTORES EN PSpICE

### El interruptor controlado por tensión

Los interruptores controlados por tensión en PSpice pueden utilizarse como un modelo ideal para la mayoría de los dispositivos electrónicos. Un interruptor controlado por tensión es una resistencia que tiene un valor determinado por una tensión de control. La Figura 1.7 ilustra el concepto del uso de una resistencia controlada a modo de interruptor para una simulación PSpice de circuitos electrónicos de potencia. Un BJT u otro dispositivo se comporta, idealmente, como un interruptor abierto o cerrado. Una resistencia grande permite aproximar el comportamiento de un interruptor abierto y una resistencia pequeña el de un interruptor cerrado. Los parámetros del modelo del interruptor son los siguientes:

Parámetro	Descripción	Valor predeterminado
RON	Resistencia de conducción	1 $\Omega$
ROFF	Resistencia de corte	10 <sup>6</sup> $\Omega$
VON	Tensión de control para estado de conducción	1 V
VOFF	Tensión de control para estado de bloqueo	0 V

La resistencia varía de un valor grande a un valor pequeño mediante la tensión de control. La resistencia predeterminada en estado de corte es de 1 M $\Omega$ , una buena aproximación para un circuito abierto en las aplicaciones de electrónica de potencia. La resistencia de conducción predeterminada de 1  $\Omega$  puede, o no, resultar adecuada. Si el interruptor es ideal, 1  $\Omega$  es normalmente demasiado grande para aproximarse a un cortocircuito, por lo que la resistencia de conducción en el modelo de interruptor debería cambiarse por otra mucho menor, como, por ejemplo, 0,001  $\Omega$ .

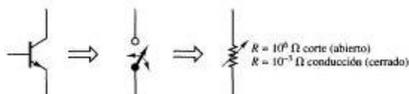


Figura 1.7. Implementación de un interruptor en PSpice.

**Ejemplo 1.2.** Un interruptor controlado por tensión en PSpice

A continuación incluimos una representación PSpice del circuito de la Figura 1.8a:

```

CIRCUITO TROCEADOR DE CONTINUA (chopper.cir) ;línea de título
VS 1 0 DC 24 ;fuente de continua
Rload 1 2 5 ;resistencia de carga
SI 2 0 10 0 SMOD ;interruptor controlado
; por tensión
.MODEL SMOD VSWITCH {RON=.001} ;modelo para el interruptor
; controlado por tensión
VCONTROL 10 0 PULSE (-2V 2V 0 1US 1US 10MS 25MS)
;control para el interruptor
.TRAN .1MS 75MS ;análisis transitorio
.PROBE ;ejecución de Probe
.END

```

La salida de Probe presenta la tensión de control y la tensión en la carga mostradas en la Figura 1.8b.

**Transistores**

Los transistores utilizados como interruptores en circuitos electrónicos de potencia pueden idealizarse para la simulación utilizando un interruptor controlado por tensión. Como ocurre en el Ejemplo 1.2, un transistor ideal puede modelarse como una resistencia de conducción muy pequeña. Puede emplearse una resistencia de conducción de, aproximadamente, 0,1 a 4  $\Omega$  para simular la resistencia de conducción  $R_{DS(ON)}$  de un MOSFET e ilustrar el comportamiento de un circuito con componentes no ideales.

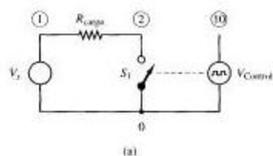
Si se necesita una representación precisa de un transistor, quizá haya algún modelo disponible en la biblioteca de dispositivos de PSpice. La versión profesional de PSpice contiene una amplia biblioteca de modelos, aunque la versión de evaluación para estudiantes contiene una muestra limitada. Los modelos IRF150 e IRF9140 para dispositivos MOSFET de potencia están incluidos en la biblioteca de la versión de evaluación (EVAL.LIB). En las bibliotecas de la versión profesional pueden encontrarse modelos de BJT de potencia. Puede usarse el BJT predeterminado en lugar de un modelo detallado de transistor para una simulación rudimentaria.

Los transistores en PSpice deben disponer de circuitos de excitación, que pueden idealizarse si no se requiere el comportamiento de un circuito de excitación específico. Las simulaciones con BJT y MOSFET pueden emplear circuitos de excitación como el mostrado en la Figura 1.9.

**Diodos**

Para desarrollar las ecuaciones que describen un circuito electrónico de potencia, lo que resulta razonable si las tensiones del circuito son mucho más altas que la caída de tensión directa normal en bornas de un diodo en conducción. La corriente del diodo está relacionada con la tensión del mismo mediante la siguiente expresión:

$$i_d = I_s(e^{v_d/nV_T} - 1) \quad (1.1)$$



CIRCUITO TROCEADOR DE CONTINUA

Date/Time run: 06/30/95 07:31:13 Temperature: 27.0

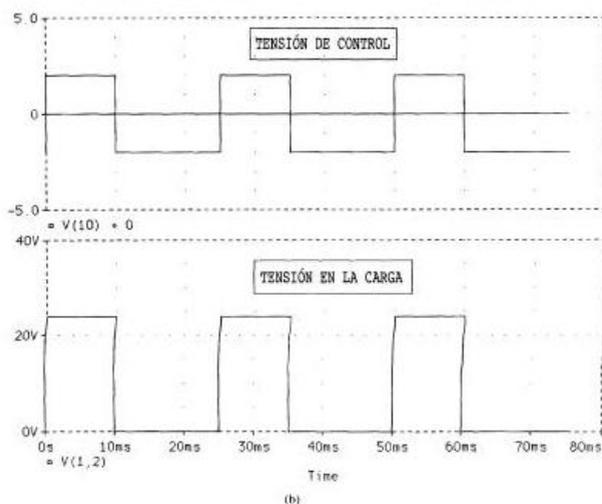


Figura 1.8. (a) Circuito del Ejemplo 1.2. (b) Resultados de Prueba.

donde  $n$  es el coeficiente de emisión, que tiene un valor predeterminado de 1 en PSpice. Un diodo ideal se puede aproximar en PSpice asignando a  $n$  un valor más pequeño, como, por ejemplo, 0,001. Cuando  $n$  es pequeño, la caída de tensión directa es del orden de milivoltios o microvoltios cuando el diodo conduce. Este diodo casi ideal se modela mediante el comando

```
.MODEL DMOD D(N=0.001)
```

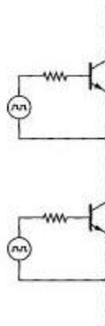


Figura 1.9. Circuitos de excitación idealizados para los BJT en PSpice.

Con el modelo de diodo ideal, los resultados de la simulación coincidirán con los resultados analíticos obtenidos con las ecuaciones. Puede obtenerse en una biblioteca de dispositivos un modelo de diodo de PSpice que prediga con mayor precisión el comportamiento de los diodos. Las simulaciones realizadas a partir de un modelo detallado de diodo producirán resultados más reales que los del caso ideal. Sin embargo, si las tensiones del circuito son grandes, la diferencia entre utilizar un modelo de diodo ideal y un modelo detallado de diodo no afectará a los resultados de manera significativa. El modelo predeterminado de diodo puede utilizarse como un compromiso entre los casos ideal y real, obteniéndose a menudo diferencias poco significativas en el resultado. El modelo predeterminado de diodo se invoca con el comando:

```
.MODEL DMOD D
```

### Dispositivos SCR

En la biblioteca de dispositivos de la versión de evaluación de PSpice (EVAL.LIB) hay disponible un modelo de SCR, que se puede utilizar para simular circuitos con SCR. Sin embargo, el modelo contiene un número relativamente grande de componentes, lo que impone un límite de tamaño para la versión de evaluación de PSpice. Un modelo sencillo de SCR utilizado en diversos circuitos de este texto es un interruptor en serie con un diodo, como se muestra en la Figura 1.10. Cerrar el interruptor controlado por tensión es equivalente a aplicar una corriente de puerta al SCR, y el diodo impide la corriente inversa en el modelo. Este sencillo modelo de SCR tiene la importante desventaja de que necesita que el conmutador controlado por tensión permanezca cerrado durante todo el tiempo de activación del SCR, lo que requiere disponer de algunos conocimientos previos sobre el comportamiento del circuito donde se utilice el dispositivo. Sin embargo, este sencillo modelo permite la simulación de un circuito con varios SCR utilizando la versión de evaluación de PSpice, por lo que resulta práctico. Una ventaja añadida del modelo sencillo de SCR es que el tiempo de ejecución de la simulación se reduce enormemente, comparado con la utilización de un modelo más completo. En capítulos posteriores, ofrecemos explicaciones más detalladas de estos aspectos en los ejemplos de PSpice.

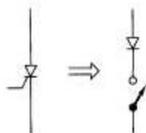


Figura 1.10. Modelo simplificado de SCR para PSpice.

### Problemas de convergencia en PSpice

Algunas de las simulaciones de PSpice están sujetas a problemas de convergencia, debido a la conmutación que tiene lugar en circuitos con bobinas y condensadores. Todos los archivos de PSpice presentados en este texto han sido diseñados para evitar los problemas de convergencia. Sin embargo, a veces, cambiar un parámetro de circuito hará que se presente un problema de convergencia en el análisis transitorio. En el caso de que el estudiante tenga un problema de convergencia con PSpice, las siguientes soluciones pueden serle útiles:

- Cambiar la tolerancia relativa del valor predeterminado de 0,001, con el comando de opción:

```
.OPTIONS RELTOL=0.01
```

o a otro valor. A veces, es necesario un valor de RELTOL más pequeño.

- Cambiar los modelos de los dispositivos para que sean menos aproximados al comportamiento ideal. Por ejemplo, cambiar la resistencia de conducción de un conmutador controlado por tensión a un valor más grande o utilizar un generador controlado por tensión que no varíe tan rápidamente. Un diodo ideal podría hacerse menos ideal incrementando el valor de  $n$  en el modelo. Generalmente, los modelos de dispositivos ideales introducirán más problemas de convergencia que los modelos de dispositivos reales.
- Añadir un circuito «amortiguador» compuesto de resistencia y condensador (R-C). Puede incluir una combinación serie de condensador y resistencia, con una constante de tiempo pequeña, en paralelo con los interruptores, para evitar que las tensiones varíen demasiado rápidamente. Por ejemplo, colocando una combinación serie de una resistencia de 1 k $\Omega$  y un condensador de 1 nF en paralelo con un diodo (Figura 1.11) debe mejorar la convergencia sin afectar a los resultados de la simulación.

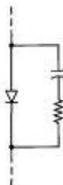


Figura 1.11. Un circuito R-C para ayudar en la convergencia de PSpice.

## 1.7. COMPARACIÓN DE RESULTADOS DE SIMULACIÓN EN PSpICE

Los resultados de la simulación de varias ejecuciones de un mismo circuito, pueden visualizarse simultáneamente utilizando Probe. El comando .PARAM establece alguna magnitud del circuito como parámetro. El comando .STEP PARAM hace que el parámetro recorra una lista de valores. En la simulación PSpice del Ejemplo 1.2, se puede estudiar la influencia sobre el comportamiento del circuito cuando se asignan varios valores diferentes al parámetro RON.

```
CIRCUITO TROCEADOR DE CONTINUA (chp_para.cir)
.PARAM RON = .001 ;define RON como parámetro
.STEP PARAM RON LIST .001 .1 1 ;tres ejecuciones usando .001, .1,
; y 1 para RON

VS 1 0 DC 24
Rload 1 2 5
S1 2 0 10 0 SMOD
.MODEL SMOD VSWITCH (RON={RON}) ;usar el parámetro entre {}
VCONTROL 10 0 PULSE (-2V 2V 0 1US 1US 10MS 25MS)
.TRAN .1MS 75MS
.PROBE
.END
```

Los resultados de las simulaciones para todos los valores de RON se presentan, simultáneamente, en Probe. Alternativamente, la línea .STEP PARAM RON LIST .1 1 2, hace que RON varíe entre .1 y 1 en incrementos de 2.

Pueden compararse en Probe dos simulaciones de PSpice del mismo circuito, pero con unos cuantos valores de componentes diferentes, combinando los archivos de datos individuales de cada circuito en uno sólo. Por ejemplo, si el archivo PSpice del Ejemplo 1.2 se ejecuta con un conjunto de valores de componentes del circuito y se le denomina chopper1.cir y se ejecuta de nuevo y se denomina, entonces, chopper2.cir, las dos simulaciones pueden ser comparadas directamente en la misma pantalla de Probe combinando los archivos de datos con la línea de comandos DOS:

```
c:>copy/b chopper1.dat + chopper2.dat chop12.dat
```

y utilizando, después, la línea de comandos DOS:

```
c:>probe chop12
```

No se salte las secciones de datos cuando el programa le pregunte si desea hacerlo. La adición de trazas muestra los resultados de ambas simulaciones en Probe. Para ver la traza de sólo una de las simulaciones, introduzca la expresión seguida de @x, donde x es el número del circuito en el archivo combinado. Por ejemplo, V(1)@2 presenta la tensión en el nodo 1 de la ejecución número 2.

## BIBLIOGRAFÍA

- B. J. BALIGA, *Modern Power Devices*, John Wiley & Sons, 1987.
- J. A. CONNELLY y P. CHOIL, *Macromodeling with SPICE*, Prentice Hall, 1992.
- S. K. GANDHI, *Semiconductor Power Devices; Physics of Operation and Fabrication Technology*, John Wiley & Sons, 1977.
- D. A. GRANT y J. GOWAR, *Power MOSFETs: Theory and Applications*, John Wiley & Sons, 1989.

- J. G. KASSAKIAN, M. F. SCHLECHT y G. C. VERGHESE, *Principles of Power Electronics*, Addison-Wesley, 1991.  
 N. MOHAN, T. M. UNDELAND y W. P. ROBBINS, *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*, 2nd ed. John Wiley & Sons, 1995, *PSpice Reference Manual*, MicroSim Corporation, 1993.  
 R. S. RAMSHAW, *Power Electronics Semiconductor Switches*, 2nd ed., Chapman & Hall, 1993.  
 M. H. RASHID, *Power Electronics: Circuits, Devices, and Systems*, 2nd ed., Prentice Hall, 1993.  
 M. H. RASHID, *SPICE for Power Electronics and Electric Power*, Prentice Hall, 1993.  
 J. VITHAYATHIL, *Power Electronics*, McGraw-Hill, 1995.  
 B. W. WILLIAMS, *Power Electronics: Devices, Drivers, Applications, and Passive Components*, 2nd ed., McGraw-Hill, 1992.

## PROBLEMAS

- 1.1. Invertimos la fuente de corriente del Ejemplo 1.1 de modo que la corriente positiva sea en sentido ascendente. La fuente de corriente se conecta a la fuente de tensión cerrando alternativamente  $S_1$  y  $S_2$ .
  - (a) Determine las características  $i$ - $v$  necesarias para  $S_1$  y  $S_2$ .
  - (b) Seleccione los dispositivos adecuados para los interruptores.
  - (c) Establezca la tensión y la corriente máximas para cada dispositivo.
- 1.2. Simule el circuito del Ejemplo 1.1 utilizando PSpice.
  - (a) Idealice el circuito utilizando un interruptor controlado por tensión con  $RON = 0,001 \Omega$  para  $S_1$  y un diodo ideal ( $n = 0,001$ ) para  $S_2$ . Visualice la tensión en bornas de la fuente de corriente en Probe.
  - (b) Utilice  $RON = 0,1 \Omega$  en  $S_1$  y  $n = 1$  (el diodo predeterminado) para  $S_2$ . ¿En qué se diferencian los resultados de los apartados (a) y (b)?
  - (c) Combine los archivos *.dat* de las simulaciones de los apartados (a) y (b). Muestre la tensión en borna de la fuente de corriente para ambas simulaciones en un mismo gráfico de Probe.
- 1.3. El modelo del MOSFET de potencia IRF150 se encuentra en la biblioteca de dispositivos EVALLIB que acompaña a PSpice. Un archivo de entrada para el circuito del Ejemplo 1.1 utilizando un circuito excitador de puerta ideal similar al de la Figura 1.9 y el diodo predeterminado de PSpice es el siguiente:

```

EJEMPLO 1-1 USANDO UN MOSFET IRF150 (chopmos.cir)
VS 1 0 DC 24 ;fuente de tensión continua
M1 1 3 2 2 IRF150 ;MOSFET para el interruptor 1
D2 0 2 DMOD ;diodo para el interruptor 2
IO 2 0 DC 2 ;fuente de corriente
.LIB EVAL.LIB ;biblioteca que contiene
; al IRF150
.MODEL DMOD D ;diodo predeterminado
VDRIVE 4 2 PULSE (0V 9V 0 1US 1US 10MS 25MS) ;pulsos de tensión de excitación
RDRIVE 4 3 1 ;resistencia del circuito de excitación
.TRAN 1MS 75MS ;análisis transitorio
.PROBE ;ejecutar Probe
.END

```

- (a) Representar la tensión en bornas de la fuente de corriente. ¿En qué se diferencian los resultados de los obtenidos con el uso de conmutadores ideales?
- (b) En Probe, introduzca la expresión  $V(1,2)/I(D1M1)$ , con la que obtendrá la relación tensión/corriente correspondiente al interruptor. ¿Cuáles son las resistencias equivalentes para el

MOSFET en condiciones de activación y desactivación? ¿Cómo son los valores obtenidos en comparación con el valor nominal de  $R_{\text{on(sat)}} = 0,055 \Omega$  para el IRF150?

- 1.4. Utilice PSpice para simular el circuito del Ejemplo 1.1. Utilice el BJT predeterminado de PSpice (.model npn) y un circuito de excitación de base ideal como el de la Figura 1.9. Utilice el diodo predeterminado de PSpice. Represente la tensión en bornas de la fuente de corriente. ¿En qué se diferencian los resultados de aquellos obtenidos mediante el uso de interruptores ideales?
- 1.5. Simule el circuito troceador (*chopper*) del Ejemplo 1.2 en PSpice, utilizando el BJT predeterminado para el interruptor. Utilice un circuito de excitación simplificado como el de la Figura 1.9. Utilice un generador de pulsos de 0 a 12 V para la excitación y elija una resistencia de base adecuada para asegurarse de que el transistor se sature para una  $\beta$  de 100. Obtenga las tensiones en bornas de la resistencia de carga y del interruptor.
- 1.6. Simule el circuito troceador del Ejemplo 1.2 en PSpice, utilizando el modelo del MOSFET de potencia IRF150, que se encuentra en la biblioteca de dispositivos de la versión de evaluación EVAL.LIB (véase el Problema 1.3). Utilice un circuito de excitación simplificado como el de la Figura 1.9. Utilice una resistencia de excitación de puerta de  $1 \Omega$  y seleccione un generador de pulsos de tensión para asegurarse de que el transistor se activa. Obtenga las tensiones en bornas de la resistencia de carga y del interruptor.
- 1.7. Utilice el comando .STEP PARAM de PSpice para estudiar el efecto de RON en el modelo de interruptor del circuito troceador de corriente continua del Ejemplo 1.2. Utilice  $R_{\text{ON}} = 0,001, 0,01, 0,1$  y  $1,0 \Omega$ . Obtenga  $V(1, 2)$  en Probe, mostrando la tensión de salida para todos los valores de RON.
- 1.8. Utilice el comando .STEP PARAM de PSpice para estudiar el efecto de los diferentes tiempos de subida y bajada en los pulsos de tensión de control del circuito troceador de corriente continua del Ejemplo 1.2. Utilice  $1 \mu\text{s}$ ,  $100 \mu\text{s}$  y  $1 \text{ms}$  para los tiempos de subida y bajada. Obtenga  $V(1, 2)$  en Probe, mostrando la tensión de salida.
- 1.9. Combine los archivos .dat para dos simulaciones diferentes del circuito troceador de corriente continua del Ejemplo 1.2. La primera simulación utiliza  $R_{\text{load}} = 5 \Omega$  y unos tiempos de subida y de bajada de la tensión de control =  $1 \mu\text{s}$ . La segunda simulación utiliza  $R_{\text{load}} = 10 \Omega$  y tiene unos tiempos de subida y de bajada de la tensión de control =  $1 \text{ms}$ . Obtenga  $V(1, 2)$  para ambas simulaciones en una misma pantalla de Probe.
- 1.10. Un circuito rectificador de diodo tiene un generador de alterna de amplitud 100 V y frecuencia 60 Hz, una resistencia de  $4 \Omega$  y un diodo. El archivo de entrada de PSpice para este circuito es:

```
CIRCUITO CON DIODOS, RECTIFICADORES
VS 1 0 SIN(0 100 60)
R 1 2 4
D 2 0 DMOD
.MODEL DMOD D ;diodo predeterminado
*.MODEL DMOD D (IS=2.22E-15 BV=1200 IBV=13E-3 CJO=2PF TT=1US) ;diodo de potencia
*.MODEL DMOD D(N=.001) ;diodo "ideal"
.TRAN 1U 33.33M 0 0.01M
.PROBE
.END
```

Se enumeran tres modelos de diodos. Ejecute PSpice para cada uno de los modelos de diodos:

- (a) Combine los tres archivos .dat en un solo archivo .dat y muestre la corriente en la resistencia para las tres simulaciones en una misma pantalla de Probe. ¿Cuál es la corriente de pico en cada caso? Comente los resultados.
- (b) Consulte un manual de SPICE e indique qué representa cada uno de los parámetros del diodo enumerados en el modelo del diodo de potencia.
- (c) ¿Qué significa cada uno de los números del comando .TRAN?

# 2

## CÁLCULOS DE POTENCIA

### 2.1. INTRODUCCIÓN

Los cálculos de potencia son esenciales para el análisis y diseño de los circuitos electrónicos de potencia. En este capítulo vamos a revisar los conceptos básicos sobre potencia, prestando especial atención a los cálculos de potencia en circuitos con corrientes y tensiones no sinusoidales. Trataremos en mayor profundidad algunos casos especiales que se producen con frecuencia en la electrónica de potencia. También se incluyen ejemplos de cálculos de potencia utilizando el programa de simulación de circuitos PSpice.

### 2.2. POTENCIA Y ENERGÍA

#### Potencia instantánea

La potencia instantánea de cualquier dispositivo se calcula a partir de la tensión en bornas del mismo y de la corriente que le atraviesa. La *potencia instantánea* es:

$$p(t) = v(t)i(t) \quad (2.1)$$

La relación es válida para cualquier dispositivo o circuito. Generalmente, la potencia instantánea es una magnitud que varía con el tiempo. Si se cumple el convenio de signos aplicado a dispositivos pasivos ilustrado en la Figura 2.1a, el dispositivo absorbe potencia si  $p(t)$  es positiva en un valor determinado de tiempo  $t$ . El dispositivo entrega potencia si  $p(t)$  es negativa. Los generadores utilizan frecuentemente una determinada dirección para la corriente que es coherente con la entrega de potencia. Con el convenio de la Figura 2.1b, una  $p(t)$  positiva indica que el generador está entregando potencia.

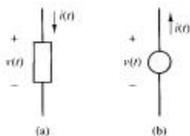


Figura 2.1. (a) Convenio de signos en dispositivos pasivos;  $p(t) > 0$  indica que la potencia está siendo absorbida. (b)  $p(t) > 0$  indica que el generador está entregando potencia.

### Energía

La energía, o trabajo, es la integral de la potencia instantánea. Siguiendo el convenio de signos para dispositivos pasivos, la energía absorbida por un componente en el intervalo de tiempo de  $t_1$  a  $t_2$  es:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \quad (2.2)$$

Si  $v(t)$  está expresado en voltios e  $i(t)$  en amperios, la potencia se expresará en vatios y la energía en julios.

### Potencia media

Las funciones de tensión y corriente periódicas producen una función de potencia instantánea periódica. La potencia media es el promedio a lo largo del tiempo de  $p(t)$  durante uno o más periodos. La potencia media,  $P$ , se calcula con la siguiente fórmula:

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t)i(t) dt \quad (2.3)$$

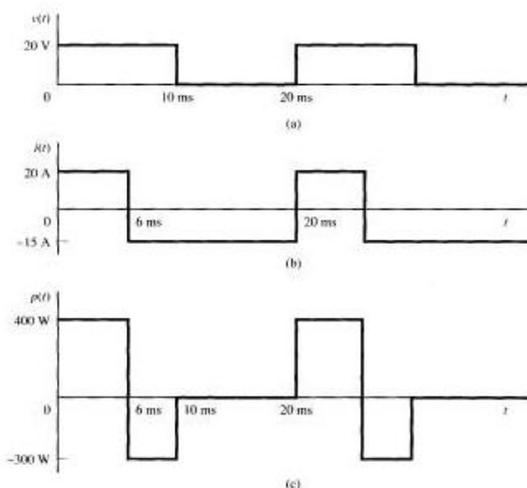
donde  $T$  es el periodo de la forma de onda de potencia. Combinando las Ecuaciones 2.3 y 2.2, la potencia también se calcula a partir de la energía en cada periodo:

$$P = \frac{W}{T} \quad (2.4)$$

La potencia media algunas veces también se denomina potencia activa o potencia real, especialmente en circuitos de alterna. El término *potencia* significa, normalmente, potencia media. La potencia media total absorbida en un circuito es igual a la potencia media total suministrada.

**Ejemplo 2.1.** Potencia y energía

En las Figuras 2.2a y b se muestran la tensión y la corriente (de acuerdo con el convenio de signos para dispositivos pasivos) de un dispositivo. (a) Determine la potencia instantánea  $p(t)$  absorbida por el dispositivo. (b) Determine la energía absorbida por el dispositivo en un periodo. (c) Determine la potencia media absorbida por el dispositivo.



**Figura 2.2.** Tensión, corriente y potencia instantánea del Ejemplo 2.1.

**Solución.** (a) La potencia instantánea se calcula a partir de la Ecuación 2.1. La tensión y la corriente se expresan como:

$$v(t) = \begin{cases} 20 \text{ V} & 0 < t < 10 \text{ ms} \\ 0 \text{ V} & 10 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms} \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} 20 \text{ A} & 0 < t < 6 \text{ ms} \\ -15 \text{ A} & 6 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms} \end{cases}$$

La potencia instantánea, mostrada en la Figura 2.2c, es el producto de la tensión por la corriente y se expresa de la siguiente forma:

$$p(t) = \begin{cases} 400 \text{ W} & 0 < t < 6 \text{ ms} \\ -300 \text{ W} & 6 \text{ ms} < t < 10 \text{ ms} \\ 0 & 10 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms} \end{cases}$$

(b) La energía absorbida por el dispositivo en un periodo se determina con la Ecuación 2.2:

$$W = \int_0^T p(t) dt = \int_0^{0,006} 400 dt + \int_{0,006}^{0,010} (-300) dt + \int_{0,010}^{0,020} 0 dt = 2,4 - 1,2 = 1,2 \text{ J}$$

(c) La potencia media se determina a partir de la Ecuación 2.3:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{0,020} \left[ \int_0^{0,006} 400 dt + \int_{0,006}^{0,010} (-300) dt + \int_{0,010}^{0,020} 0 dt \right] \\ &= \frac{2,4 - 1,2 + 0}{0,020} = 60 \text{ W} \end{aligned}$$

La potencia media también se puede calcular a partir de la Ecuación 2.4 utilizando la energía por periodo obtenida en el apartado (b):

$$P = \frac{W}{T} = \frac{1,2 \text{ J}}{0,020 \text{ s}} = 60 \text{ W}$$

Un caso especial que se encuentra con frecuencia en los circuitos electrónicos de potencia es la potencia absorbida o suministrada por una fuente de continua. Entre las aplicaciones se incluyen los circuitos de carga de baterías y las fuentes de alimentación de corriente continua. La potencia media absorbida por una fuente de tensión continua  $v(t) = V_{cc}$  que tenga una corriente periódica  $i(t)$  se deriva de la definición básica de la potencia media dada por la Ecuación 2.3:

$$P_{cc} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t)i(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} V_{cc} i(t) dt$$

Extrayendo la constante  $V_{cc}$  de la integral:

$$P_{cc} = V_{cc} \left[ \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i(t) dt \right]$$

El término que aparece entre corchetes representa el valor medio de la forma de onda de corriente. Por tanto, la potencia media absorbida por una fuente de tensión continua es el producto de la tensión por la corriente media:

$$\boxed{P_{cc} = V_{cc} I_{med}} \quad (2.5)$$

De igual modo, la potencia media absorbida por una fuente de corriente continua  $i(t) = I_{cc}$  es:

$$P_{cc} = I_{cc} V_{med} \quad (2.6)$$

### 2.3. BOBINAS Y CONDENSADORES

Las bobinas y los condensadores tienen unas características particulares que resultan importantes en las aplicaciones de electrónica de potencia. Para tensiones y corrientes periódicas,

$$\begin{aligned} i(t + T) &= i(t) \\ v(t + T) &= v(t) \end{aligned} \quad (2.7)$$

En una bobina, la energía almacenada es:

$$w(t) = \frac{1}{2} Li^2(t) \quad (2.8)$$

Si la corriente de la bobina es periódica, la energía acumulada al final de un periodo es igual a la energía que tenía al principio. Si no existe una transferencia de potencia neta quiere decir que *la potencia media absorbida por una bobina es cero para funcionamiento periódico en régimen permanente*:

$$P_L = 0 \quad (2.9)$$

La potencia instantánea no tiene por qué ser cero, ya que la potencia puede ser absorbida durante una parte del periodo y devuelta al circuito durante otra parte del periodo.

Además, a partir de la relación tensión-corriente de la bobina:

$$i(t_0 + T) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^{t_0+T} v_L(t) dt + i(t_0) \quad (2.10)$$

Reordenando y sabiendo que los valores inicial y final son iguales para corrientes periódicas,

$$i(t_0 + T) - i(t_0) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^{t_0+T} v_L(t) dt = 0 \quad (2.11)$$

Multiplicando por  $L/T$  se obtiene una expresión equivalente a la tensión media en la bobina durante un periodo:

$$\text{med}[v_L(t)] = V_L = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v_L(t) dt = 0 \quad (2.12)$$

Por tanto, *para corrientes periódicas, la tensión media en una bobina es cero*.

Para un condensador, la energía almacenada es:

$$w(t) = \frac{1}{2} Cv^2(t) \quad (2.13)$$

Si la tensión del condensador es una señal periódica, la energía almacenada al final y al principio de un periodo es la misma. Por tanto, *la potencia media absorbida por el condensador es cero para funcionamiento periódico en régimen permanente:*

$$P_c = 0 \quad (2.14)$$

A partir de la relación tensión-corriente del condensador:

$$v(t_0 + T) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+T} i_c(t) dt + v(t_0) \quad (2.15)$$

Reordenando la ecuación anterior y sabiendo que los valores inicial y final son iguales para las tensiones periódicas:

$$v(t_0 + T) - v(t_0) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+T} i_c(t) dt = 0 \quad (2.16)$$

Multiplicando por  $C/T$  obtenemos una expresión para la corriente media en el condensador en un periodo:

$$\text{med} [i_c(t)] = I_C = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i_c(t) dt = 0 \quad (2.17)$$

Por tanto, *para tensiones periódicas, la corriente media en un condensador es cero.*

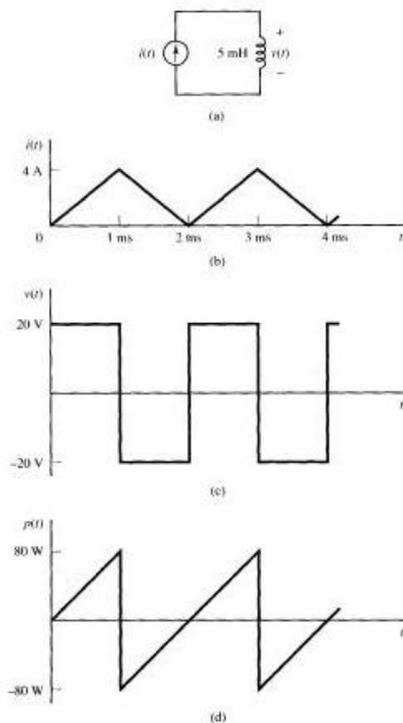
#### Ejemplo 2.2. Potencia y tensión en una bobina

La corriente en la bobina de 5 mH de la Figura 2.3a es la forma de onda triangular periódica mostrada en la Figura 2.3b. Determine la tensión, la potencia instantánea y la potencia media para la bobina.

**Solución.** La tensión en la bobina se calcula a partir de la expresión  $v(t) = L(di/dt)$  y se muestra en la Figura 2.3c. La tensión media en la bobina es cero, como se puede deducir estudiando la Figura 2.3c. La potencia instantánea en la bobina se determina a partir de la expresión  $p(t) = v(t)i(t)$  y se muestra en la Figura 2.3d. Cuando  $p(t)$  es positiva, la bobina absorbe potencia y cuando  $p(t)$  es negativa, la bobina suministra energía. La potencia media de la bobina es cero.

## 2.4. RECUPERACIÓN DE LA ENERGÍA

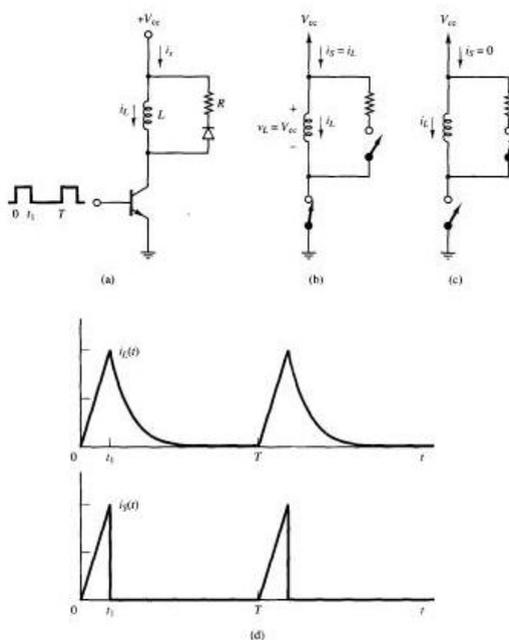
Las bobinas y los condensadores necesitan ser energizados y de-energizados en diversas aplicaciones de la electrónica de potencia. Por ejemplo, un solenoide inyector de combustible en un automóvil es energizado durante un intervalo de tiempo a través de un transistor. La energía se acumula en la inductancia del solenoide cuando se establece la corriente. El circuito debe diseñarse de modo que se libere la energía acumulada en la bobina evitando dañar el transistor cuando éste esté desactivado. El rendimiento del circuito puede mejorarse si la energía acumulada se transfiere a la carga o al generador, en lugar de dejar que se disipe en la resistencia del circuito. El concepto de recuperación de la energía almacenada se ilustra a través de los circuitos descritos en esta sección.



**Figura 2.3.** (a) Circuito para el Ejemplo 2.2. (b) Corriente por la bobina. (c) Tensión en la bobina. (d) Potencia instantánea en la bobina.

La Figura 2.4a muestra una bobina a la que se energiza activando un transistor. Se supone que la resistencia asociada a la bobina es despreciable y que el transistor y el diodo son ideales. El camino que pasa por el diodo y la resistencia proporciona un medio para abrir el conmutador y liberar la energía almacenada en la bobina cuando el transistor se desactiva. Sin el camino proporcionado por el diodo y la resistencia, el transistor podría ser destruido al desactivarse, porque una rápida disminución de la corriente de la bobina podría dar lugar a tensiones excesivamente altas en la bobina y el transistor.

Suponga que el transistor se activa en  $t = 0$  y se desactiva en  $t = t_1$ . El circuito se analiza, primero, con el transistor activado y, después, con el transistor desactivado.



**Figura 2.4.** (a) Un circuito para alimentar una bobina y, después, transferir la energía almacenada a una resistencia. (b) Circuito equivalente cuando el transistor conduce. (c) Circuito equivalente cuando el transistor no conduce el diodo conduce. (d) Las corrientes por la bobina y la fuente.

#### Transistor en conducción: $0 < t < t_1$

La tensión en la bobina es  $V_{cc}$  y el diodo está polarizado en inversa cuando el transistor conduce (Figura 2.4b):

$$v_L = V_{cc} \quad (2.18)$$

A partir de la relación tensión-corriente obtenemos una expresión para la corriente de la bobina:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v_L(\lambda) d\lambda + i_L(0) = \frac{1}{L} \int_0^t V_{cc} d\lambda + 0 = \frac{V_{cc} t}{L} \quad (2.19)$$

La corriente por la fuente es la misma que la corriente por la bobina:

$$i_s(t) = i_L(t) \quad (2.20)$$

Por tanto, las corrientes de la bobina y del generador aumentan linealmente cuando el transistor conduce.

A continuación, analizamos el circuito con el transistor desactivado.

### Transistor en corte: $t_1 < t < T$

En el intervalo  $t_1 < t < T$ , el transistor está desactivado y el diodo conduce (Figura 2.4c). La corriente por la fuente es nula y la corriente en la bobina y la resistencia disminuye exponencialmente con la constante de tiempo  $L/R$ . La condición inicial para la corriente de la bobina se determina a partir de la Ecuación 2.19:

$$i_L(t_1) = \frac{V_{cc} I_1}{L} \quad (2.21)$$

Con esto, la corriente de la bobina se expresa de la siguiente forma:

$$i_L(t) = i_L(t_1) e^{-t-t_1/\tau} = \left( \frac{V_{cc} I_1}{L} \right) e^{-t-t_1/\tau}, \quad t_1 < t < T \quad (2.22)$$

donde  $\tau = \frac{L}{R}$

La corriente por la fuente es nula cuando el transistor está en corte:

$$i_s = 0 \quad (2.23)$$

La potencia media entregada por la fuente de corriente continua durante el periodo de conmutación se determina mediante el producto de la tensión por la corriente media (Ecuación 2.5):

$$\begin{aligned} P_s &= V_{cc} I_s = V_{cc} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T i_s(t) dt \right] \\ &= V_{cc} \left[ \frac{1}{T} \int_0^{t_1} \left( \frac{V_{cc} I_1}{L} \right) dt + \frac{1}{T} \int_{t_1}^T 0 dt \right] = \frac{(V_{cc} I_1)^2}{2LT} \end{aligned} \quad (2.24)$$

La potencia media absorbida por la resistencia puede determinarse integrando la expresión que determina la potencia instantánea en la resistencia, pero un estudio del circuito revela una forma más sencilla de obtener este dato. La potencia media absorbida por la bobina es cero y la poten-

cia absorbida por el diodo y el transistor, considerados ideales, también es cero. Por tanto, toda la potencia que entrega la fuente debe ser absorbida por la resistencia:

$$P_R = P_s = \frac{(V_{cc}t_1)^2}{2LT} \quad (2.25)$$

Otro método de enfocar el problema consiste en determinar la energía de pico acumulada en la bobina:

$$W = \frac{1}{2} L i^2(t_1) = \frac{1}{2} L \left( \frac{V_{cc}t_1}{L} \right)^2 = \frac{(V_{cc}t_1)^2}{2L} \quad (2.26)$$

La energía almacenada en la bobina se transfiere a la resistencia mientras el transistor está abierto. La potencia absorbida por la resistencia puede determinarse a partir de Ecuación 2.4:

$$P_R = \frac{W}{T} = \frac{(V_{cc}t_1)^2}{2LT} \quad (2.27)$$

que debe ser también la potencia entregada por el generador. La función de la resistencia en este circuito de la Figura 2.4a es absorber la energía almacenada en la bobina y proteger al transistor. Esta energía se convierte en calor y representa una pérdida de potencia en el circuito.

En la Figura 2.5a se muestra otra forma de liberar la energía almacenada en la bobina. Dos transistores se activan y desactivan simultáneamente. Los diodos proporcionan un camino para devolver a la fuente la energía almacenada en la bobina. Se supone que los transistores conducen en  $t = 0$  y se cortan para  $t = t_1$ . El análisis del circuito de la Figura 2.5a comienza con los transistores en estado de conducción.

#### Transistores en conducción: $0 < t < t_1$

Cuando los transistores conducen, los diodos están polarizados en inversa y la tensión en la bobina es  $V_{cc}$ . La tensión de la bobina es la misma que la de la fuente cuando los transistores conducen (Figura 2.5b):

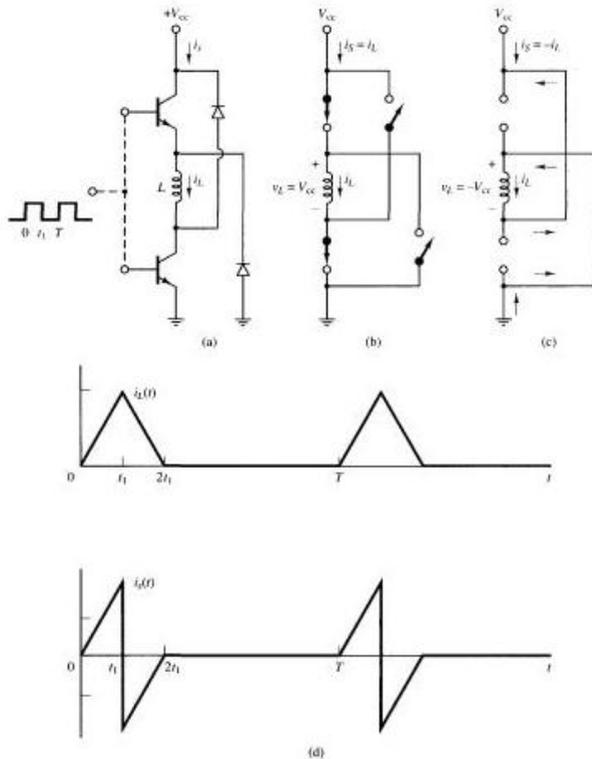
$$v_L = V_{cc} \quad (2.28)$$

La corriente de la bobina es expresada mediante la función:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v_L(\lambda) d\lambda + i_L(0) = \frac{1}{L} \int_0^t V_{cc} d\lambda + 0 = \frac{V_{cc}t}{L} \quad (2.29)$$

La corriente por la fuente es igual a la corriente por la bobina:

$$i_s(t) = i_L(t) \quad (2.30)$$



**Figura 2.5.** (a) Un circuito que energiza una bobina y recupera la energía almacenada transfiriéndola de vuelta a la fuente. (b) Circuito equivalente cuando los transistores conducen. (c) Circuito equivalente cuando los transistores no conducen y los diodos conducen. (d) Las corrientes por la bobina y la fuente.

Según las ecuaciones anteriores, las corrientes de la bobina y de la fuente aumentan linealmente mientras los transistores están activados, como ocurría en el circuito de la Figura 2.4a.

A continuación, se analiza el circuito para el caso de que los transistores estén desactivados.

**Transistores en corte:  $t_1 < t < T$** 

Cuando los transistores están en corte, los diodos se polarizan en directa para proporcionar un camino a la corriente de la bobina (Figura 2.5c). En esta situación, la tensión en bornas de la bobina es opuesta a la tensión de la fuente:

$$v_L = -V_{cc} \quad (2.31)$$

A partir de la relación tensión-corriente, se obtiene entonces una expresión para la corriente de la bobina:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_1}^t v_L(\lambda) d\lambda + i_L(t_1) = \frac{1}{L} \int_{t_1}^t (-V_{cc}) d\lambda + \frac{V_{cc}t_1}{L} = \left(\frac{V_{cc}}{L}\right)(t_1 - t) + i_1$$

es decir,

$$i_L(t) = \left(\frac{V_{cc}}{L}\right)(2t_1 - t), \quad t_1 < t < 2t_1 \quad (2.32)$$

La corriente de la bobina disminuye y alcanza el valor cero en  $t = 2t_1$ , instante en el que los diodos dejan de conducir. La corriente de la bobina es cero hasta que los transistores vuelven a conducir.

La corriente de la fuente es opuesta a la corriente por la bobina cuando los transistores están en corte y los diodos conducen:

$$i_f(t) = -i_L(t) \quad (2.33)$$

La fuente absorbe potencia cuando la corriente por la fuente es negativa. La corriente media de la fuente es cero, lo que hace que la potencia media de la fuente sea cero.

La fuente entrega potencia mientras que los transistores conducen y absorbe potencia cuando los transistores están en corte y los diodos conducen. Por tanto, la energía almacenada en la bobina se recupera y se transfiere de vuelta a la fuente. Los solenoides reales u otros dispositivos magnéticos tienen resistencias equivalentes que representan las pérdidas o la energía absorbida para realizar su trabajo, de modo que no toda la energía será devuelta a la fuente. El circuito de la Figura 2.5a no tiene pérdidas de energía inherentes al diseño y es, por tanto, más eficiente que el de la Figura 2.4a.

**Ejemplo 2.3.** Recuperación de la energía

El circuito de la Figura 2.4a tiene  $V_{cc} = 90$  V,  $L = 200$  mH,  $R = 20$   $\Omega$ ,  $t_1 = 10$  ms y  $T = 100$  ms. Determine: (a) La corriente de pico y la energía de pico acumulada en la bobina. (b) la potencia media absorbida por la resistencia y (c) la potencia media y de pico suministradas por la fuente. (d) Compare los resultados con lo que ocurriría si se utilizase el circuito de la Figura 2.5a para proporcionar energía a la bobina.

**Solución.** (a) A partir de la Ecuación 2.19, la corriente de la bobina cuando el transistor está activado es:

$$i_L(t) = \left(\frac{V_{cc}}{L}\right)t = \left(\frac{90}{0.2}\right)t = 450t \text{ A} \quad 0 < t < 10 \text{ ms}$$

La corriente de pico de la bobina y la energía almacenada son:

$$i_L(t_1) = 450(0,01) = 4,5 \text{ A}$$

$$W_L = \frac{1}{2} Li^2(t_1) = \frac{1}{2} (0,2)(4,5)^2 = 2,025 \text{ J}$$

- (b) La constante del tiempo para la corriente cuando el interruptor está abierto es  $L/R = 200 \text{ mH}/20 \Omega = 10 \text{ ms}$ . El interruptor está abierto durante 90 ms, que es igual a 10 constantes de tiempo, por lo que prácticamente toda la energía almacenada en la bobina se transfiere a la resistencia:

$$W_R = W_L = 2,025 \text{ J}$$

La potencia media absorbida por la resistencia se determina a partir de la Ecuación 2.4:

$$P_R = \frac{W_R}{T} = \frac{2,025 \text{ J}}{0,1 \text{ s}} = 20,25 \text{ W}$$

- (c) La corriente de la fuente es igual a la corriente de la bobina cuando el interruptor está cerrado y es cero cuando el interruptor está abierto. La potencia instantánea entregada por la fuente es:

$$P_s(t) = v_s(t)i_s(t) = \begin{cases} (90 \text{ V})(450t \text{ A}) = 40.500t \text{ W} & 0 < t < 10 \text{ ms} \\ 0 & 10 \text{ ms} < t < 100 \text{ ms} \end{cases}$$

con un valor máximo de 405 W en  $t = 10 \text{ ms}$ . La potencia media suministrada por la fuente puede determinarse a partir de la Ecuación 2.3:

$$P_s = \frac{1}{T} \int_0^T p_s(t) dt = \frac{1}{0,1} \left( \int_0^{0,01} 40.500t dt + \int_{0,01}^{0,1} 0 dt \right) = 20,25 \text{ W}$$

La potencia media de la fuente también puede determinarse a partir de la Ecuación 2.5. La media de la forma de onda triangular de corriente de la fuente durante un periodo es:

$$I_s = \frac{1}{2} \left[ \frac{(0,01 \text{ s})(4,5 \text{ A})}{0,1 \text{ s}} \right] = 0,225 \text{ A}$$

y la potencia media de la fuente es, por tanto:

$$P_s = V_{oc} I_s = (90 \text{ V})(0,225 \text{ A}) = 20,25 \text{ W}$$

Todavía se puede realizar otro cálculo de la potencia media de la fuente, dándose cuenta de que la potencia absorbida por la resistencia es igual a la suministrada por la fuente:

$$P_s = P_R = 20,25 \text{ W}$$

(Véase la simulación de PSpice de este circuito en el Ejemplo 2.13, al final de este capítulo.)

- (d) Cuando se proporciona energía a la bobina utilizando el circuito de la Figura 2.5a, la corriente de la bobina se describe mediante las Ecuaciones 2.29 y 2.32:

$$i_L(t) = \begin{cases} 450t \text{ A} & 0 < t < 10 \text{ ms} \\ 9 - 450t \text{ A} & 10 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms} \\ 0 & 20 \text{ ms} < t < 100 \text{ ms} \end{cases}$$

La corriente de pico y el valor máximo de energía acumulada son las mismas que en el circuito de la Figura 2.4a. La corriente de la fuente tiene la forma que se muestra en la Figura 2.5d y se expresa de la siguiente manera:

$$i_s(t) = \begin{cases} 450t \text{ A} & 0 < t < 10 \text{ ms} \\ 450t - 9 \text{ A} & 10 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms} \\ 0 & 20 \text{ ms} < t < 100 \text{ ms} \end{cases}$$

La potencia instantánea suministrada por la fuente es:

$$p_s(t) = (90)i_s(t) = \begin{cases} 40,500t \text{ W} & 0 < t < 10 \text{ ms} \\ 40,500t - 810 \text{ W} & 10 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms} \\ 0 & 20 \text{ ms} < t < 100 \text{ ms} \end{cases}$$

La corriente media de la fuente es cero, así como la potencia media de la fuente. La potencia de pico de la fuente es el producto de la tensión por la corriente de pico, que en este caso es 405 W, como en el apartado (c).

## 2.5. VALOR EFICAZ O VALOR CUADRÁTICO MEDIO

El valor eficaz de una tensión o corriente es conocido también como valor cuadrático medio o rms. El valor eficaz de una onda de tensión periódica se basa en la potencia media entregada a una resistencia. Para una tensión continua aplicada sobre una resistencia,

$$P = \frac{V_{\text{cc}}^2}{R} \quad (2.34)$$

Para una tensión periódica aplicada sobre una resistencia, la tensión eficaz se define como una tensión que proporciona la misma potencia media que la tensión continua. La tensión eficaz puede calcularse utilizando la siguiente ecuación:

$$P = \frac{V_{\text{ef}}^2}{R} \quad (2.35)$$

Si calculamos la potencia media de una resistencia a partir de la Ecuación 2.3:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{v^2(t)}{R} dt \\ &= \frac{1}{R} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt \right] \end{aligned} \quad (2.36)$$

Igualando las expresiones para la potencia media dadas por las Ecuaciones 2.35 y 2.36:

$$P = \frac{V_{ef}^2}{R} = \frac{1}{R} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt \right]$$

o

$$V_{ef}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt$$

obteniéndose la siguiente expresión para la tensión eficaz o rms:

$$V_{ef} = V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt} \quad (2.37)$$

El valor eficaz es la raíz cuadrada del valor medio del cuadrado de la tensión, expresión que en inglés da lugar a rms (*root mean square*).

Del mismo modo, la corriente eficaz se desarrolla a partir de  $P = I_{rms}^2 R$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \quad (2.38)$$

La utilidad del valor eficaz de tensiones y de corrientes reside en el cálculo de la potencia absorbida por las resistencias. Además, los valores nominales de los dispositivos a menudo se especifican en términos de tensiones y corrientes eficaces o rms.

#### Ejemplo 2.4. Valor eficaz de una señal de pulsos

Determine el valor eficaz de una señal de pulsos periódica con un ciclo de trabajo  $D$ , tal como se muestra en la Figura 2.6.

**Solución.** La tensión se expresa como:

$$v(t) = \begin{cases} V_m & 0 < t < DT \\ 0 & DT < t < T \end{cases}$$

Utilización de la Ecuación 2.37 para determinar el valor eficaz de la forma de onda:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left( \int_0^{DT} V_m^2 dt + \int_{DT}^T 0^2 dt \right)} = \sqrt{\frac{1}{T} (V_m^2 DT)}$$

$$V_{rms} = V_m \sqrt{D}$$

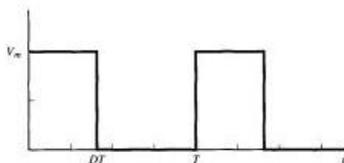


Figura 2.6. Señal de pulsos correspondiente al Ejemplo 2.4.

**Ejemplo 2.5.** Valores eficaces para formas de onda sinusoidales

Determine los valores eficaces de: (a) Una tensión sinusoidal  $v(t) = V_m \sin(\omega t)$ , (b) una onda sinusoidal con rectificación de onda completa  $v(t) = |V_m \sin(\omega t)|$  y (c) una onda sinusoidal con rectificación de media onda  $v(t) = V_m \sin(\omega t)$  para  $0 < t < T/2$  e igual a cero en el resto de los casos.

**Solución.** (a) El valor eficaz de la tensión sinusoidal se calcula a partir de la Ecuación 2.37:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_m^2 \sin^2(\omega t) dt} \quad \text{donde } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Una expresión equivalente utiliza  $\omega t$  como la variable de integración. No mostramos los detalles de la integración, pero el resultado es el siguiente:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_m^2 \sin^2(\omega t) d(\omega t)} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

Observe que el valor eficaz es independiente de la frecuencia.

- (b) La Ecuación 2.37 puede aplicarse a la sinusoide con rectificación de onda completa, pero también podemos aprovechar los resultados del apartado (a). La fórmula para determinar el valor eficaz utiliza la integral del cuadrado de la función. El cuadrado de la onda sinusoidal es idéntico al cuadrado de la onda sinusoidal con rectificación de onda completa, de modo que los valores eficaces de las dos formas de onda son idénticos:

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

- (c) La Ecuación 2.37 puede aplicarse a la sinusoide con rectificación de media onda:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left( \int_0^{\pi} V_m^2 \sin^2(\omega t) d(\omega t) + \int_{\pi}^{2\pi} 0^2 d(\omega t) \right)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} V_m^2 \sin^2(\omega t) d(\omega t)}$$

Utilizaremos de nuevo el resultado del apartado (a) para evaluar esta expresión. El cuadrado de la función tiene la mitad del área que el de las funciones de los apartados (a) y (b). Es decir,

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} V_m^2 \sin^2(\omega t) d(\omega t)} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_m^2 \sin^2(\omega t) d(\omega t)}$$

El último término de la derecha es el valor eficaz de una onda sinusoidal, que es  $V_m/\sqrt{2}$ , por lo que el valor eficaz de una onda sinusoidal con rectificación de media onda es:

$$V_{\text{rms}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{V_m}{\sqrt{2}}\right) = \frac{V_m}{2}$$

La Figura 2.7 muestra las formas de onda.

**Ejemplo 2.6.** Corriente por el conductor neutro en un sistema trifásico

Un complejo de oficinas se alimenta a partir de un generador de tensión trifásico de cuatro hilos (Figura 2.8a). La carga es altamente no lineal debido a los rectificadores de las fuentes de alimentación de los equipos, y la corriente en cada una de las tres fases se muestra en la Figura 2.8b. La corriente del neutro es la suma de las corrientes de fase. Si se sabe que el valor eficaz de la corriente en cada conductor de fase es igual a 20 A, determine la corriente eficaz en el conductor neutro.

**Solución.** La Ecuación 2.38 puede aplicarse a este caso. Por inspección, se deduce que el área del cuadrado de la función de corriente en el neutro,  $i_n$ , es tres veces el área de cada una de las fases,  $i_a$  (véase la Figura 2.8c).

$$I_{n,\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_n^2(t) dt} = \sqrt{3 \left( \frac{1}{T} \int_0^T i_a^2(t) dt \right)} = \sqrt{3} I_{a,\text{rms}}$$

Por tanto, la corriente eficaz en el neutro es:

$$I_{n,\text{rms}} = \sqrt{3}(20) = 34,6 \text{ A}$$

Observe que, en este caso, la corriente eficaz en el neutro es mayor que las corrientes de fase. Esto es muy diferente al caso de cargas equilibradas lineales, donde las corrientes de línea son sinusoides desplazadas  $120^\circ$  y suman cero. Los sistemas de distribución trifásicos que alimentan a cargas altamente no lineales deben disponer de un conductor neutro capaz de soportar una corriente que sea  $\sqrt{3}$  veces la corriente en los conductores de línea.

Si una tensión periódica es la suma de dos formas de onda de tensión periódicas,  $v(t) = v_1(t) + v_2(t)$ , el valor eficaz de  $v(t)$  se determina mediante la Ecuación 2.37 como sigue:

$$V_{\text{rms}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (v_1 + v_2)^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T (v_1^2 + 2v_1v_2 + v_2^2) dt$$

o

$$V_{\text{rms}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v_1^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T 2v_1v_2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T v_2^2 dt$$

El término que contiene el producto  $v_1v_2$  en la ecuación anterior es igual a cero si las funciones  $v_1$  y  $v_2$  son ortogonales. Una condición que satisface este requisito es cuando  $v_1$  y  $v_2$  son ondas sinusoidales de diferentes frecuencias. Para funciones ortogonales,

$$V_{\text{rms}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v_1^2(t) dt + \frac{1}{T} \int_0^T v_2^2(t) dt$$