3. Determine o tipo de convergência.

Você pode ver que para $n \geq 3$ a série positiva, $\frac{\ln n}{n}$, é maior do que a série harmônica divergente, $\frac{1}{n}$, então a série positiva diverge pelo teste da comparação direta. Assim, a série alternada é *condicionalmente* convergente.

ATENÇÃO!

Se a séria alternada falha em satisfazer a segunda exigência do teste da série alternada, isso não *diz* que sua série diverge, apenas que esse teste falha em demonstrar a convergência.

Você está ficando muito bom nisso. O que acha de outro problema? Teste a convergência de $\sum_{n=4}^{\infty}(-1)^n \frac{\ln n}{n^3}$. Porque a série positiva $\frac{\ln n}{n^3}$ lembra a série-*p* convergente, $\frac{1}{n^3}$, você aposta que ela converge.

DICA

Se você acha que pode mostrar que a série *positiva* converge ou diverge, você talvez queira tentar antes de usar o teste da série alternada, porque...

- Você talvez tenha que fazer depois de qualquer jeito para determinar o tipo de convergência, e
- Se você puder mostrar que a série positiva *converge*, você termina o problema em um passo, e você teria mostrado que a série alternada é *absolutamente* convergente.

Então tente mostrar a convergência da série positiva $\frac{\ln n}{n^3}$. O teste da comparação do limite parece apropriado aqui, e $\frac{1}{n^3}$ é a escolha natural para essa série padrão, mas com esse padrão, o teste falha – tente. Quando isso acontece, você pode algumas vezes terminar o problema tentando uma série convergente maior. Então tente o teste da comparação do limite com a série-*p* convergente, $\frac{1}{n^2}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{\ln n}{n^3}}{\frac{1}{n^2}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\ln n}{n}$$

$$= 0 \quad \text{(Nós acabamos de fazer isso acima com a Regra de L'Hôspital)}$$

Você também pode fazer muitos problemas básicos de secante-tangente ou co-secante-cotangente convertendo-os em problemas seno-cosseno – em vez de fazê-los da maneira que eu descrevi aqui e no tópico anterior.

Seu pior pesadelo: substituição trigonométrica

Com o método da substituição trigonométrica, você pode fazer integral contendo radicais da seguinte forma: $\sqrt{u^2 + a^2}$, $\sqrt{a^2 - u^2}$, e $\sqrt{u^2 - a^2}$ (assim como as potências dessas raízes), onde a é uma constante e u é uma expressão contendo x. Por exemplo, $\sqrt{3^2 - x^2}$ está na forma $\sqrt{a^2 - u^3}$.

Você vai amar essa técnica... mais ou menos tanto quanto enfiar um ferro no seu olho.

DICA

Considere puxar o alarme de incêndio no dia que o seu professor estiver apresentando esse tópico. Com alguma sorte, seu professor vai concluir que não pode ficar atrasado no cronograma e vai apenas omitir esse tópico da sua prova final. Antes de mostrar como a substituição trigonométrica funciona, eu tenho alguns truques mnemônicos bobos para ajudar você a manter os três casos desse método corretos. Lembrar-se com os artifícios mnemônicos, de coisas bobas (e vulgares) funciona. Primeiramente, os três casos envolvem três funções trigonométricas, *tangente*, *seno* e *secante*. Suas letras iniciais, *t*, *s*, e *s*, são as mesmas letras que as letras iniciais do nome dessa técnica, *substituição trigonométrica*. Legal, né?

A Tabela 15-1 mostra como essas três funções trigonométricas se organizam com as formas radicais listadas no primeiro parágrafo.

Tabela 15-1 Uma tabela totalmente radical

$\text{tg}(\theta) \longleftrightarrow$	$\sqrt{u^2 + a^2}$
$\text{sen}(\theta) \longleftrightarrow$	$\sqrt{a^2 - u^2}$
$\sec(\theta) \longleftrightarrow$	$\sqrt{u^2 - a^2}$

Para manter esses pares corretos, note que o sinal de mais em $\sqrt{u^2 + a^2}$ parece um pequeno *t* para *tangente*, e que as outras duas formas, $\sqrt{a^2 - u^2}$ e $\sqrt{u^2 - a^2}$, contêm um sinal de *subtração* – s é para *seno* e *secante*. Para decorar com o que o *seno* e a *secante* combinam, note que $\sqrt{a^2 - u^2}$ começa com a letra a, e é uma sina ser torcedor do América. Ok. Eu admito que essa foi muito ruim. Se você elaborar um mnemônico melhor, use-o!

Pronto para fazer alguns problemas? Eu já protelei o bastante.

Porque o limite é zero, a série positiva $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3}$ converge (veja o tópico sobre "O teste da comparação do limite"); e porque a série positiva converge, a série alternada dada também converge. Assim, $\sum_{n=4}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n^3}$ é *absolutamente* convergente.

Um último problema e eu deixo você ir pra casa. Teste a convergência de $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \frac{5}{6} - \ldots$. Esse é muito fácil.

O n-ésimo termo dessa série converge para 1 (é a regra óbvia de L'Hôspital), então você já terminou. Porque o n-ésimo termo não converge para zero, a série diverge pelo teste do n-ésimo termo.

Mantendo todos os testes corretos

Agora você provavelmente sente que sabe – tem uma vaga lembrança? – um bocado de testes de convergência/divergência e está pensando em como ficar de olho em todos eles.

Na verdade, eu apenas lhe dei dez testes ao todo – esse é um número inteiro, fácil de lembrar.

Primeiro temos as três séries com nomes: a série geométrica, a série-p e a série telescópica. Uma série geométrica converge se $0 < |r| < 1$. A série-p converge se
$p > 1$. Uma série telescópica converge se o segundo "meio termo" converge para um número finito.

Depois temos os três testes da comparação: da comparação direta, da comparação do limite e da comparação da integral. Todos os três comparam uma nova série a um padrão conhecido. Se o padrão convergir, então a série que você está investigando também converge; se o padrão divergir, a sua nova série também diverge.

Siga a bola quicante

Existem paradoxos incontáveis envolvendo série infinita. Aqui está um dos meus favoritos. Digamos que você deixe cair uma bola a 1 metro acima do solo, e ela quica para cima até uma altura de meio metro, e depois continua a quicar para cima em exatamente metade da sua altura depois de cada quique. Qual a distância que ela viajará e quando ela vai parar de quicar? Descobrir a distância total é fácil. Primeiro, ignore temporariamente o 1 metro que a bola cai quando você a deixa cair. Depois ela quica pela primeira vez e sobe meio metro, e depois desce meio metro a um total de 1 metro. Depois do seu segundo quique, ela sobe a uma altura de um quarto de metro e depois desce em um quarto de metro a um total de meio metro, e assim sucessivamente. Isso lhe dá a série geométrica simples, $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \ldots$, que tem uma soma de $\frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$. Agora apenas some o 1 metro que você ignorou para a distância total de 3 metros.

E quando tempo vai levar para a bola parar de quicar? Essa pergunta é um pouco trapaceira porque envolve a aceleração devido à gravidade, aproximadamente $9{,}8 \frac{\text{metros por segundo}}{\text{segundo}}$.

Eu vou lhe poupar dos detalhes sangrentos. Se você fizer os cálculos, você obtém um tempo total de mais ou menos 2,63 segundos.

Mas espere um pouco, você diz. Como pode a bola parar de quicar se ela quica a cada vez que toca no chão? Boa pergunta. Esses paradoxos são bizarros. A bola quica, sim, todas as vezes que toca o chão e vai quicar um número infinito de vezes (de qualquer jeito a princípio, bolas reais não podem fazer isso porque não podem quicar, digamos, a altura do tamanho da largura de um átomo). Mas, no entanto, a bola viaja apenas uma distância *finita* e pára de quicar depois de uma quantia *finita* de tempo. Difícil de acreditar, mas é verdade. Se você não estiver acreditando, olhe dessa maneira. Você não tem nenhuma dúvida sobre Aquiles passando a tartaruga em uma distância finita de tempo, tem? (Se você se esqueceu sobre a corrida de Aquiles com a tartaruga, dê uma olhada de novo no Capítulo 2). Bem, o número finito de vezes que a bola quica é análogo ao número finito de fotos tiradas de Aquiles. Apesar de o número infinito de fotos, Aquiles passou definitivamente a tartaruga, e apesar de o número infinito de quiques, a bola pára de quicar.

E depois você tem os dois testes do "*R*": o teste da razão e o teste da raiz. Ambos analisam apenas a série em questão em vez de compará-la à série padrão. Ambas envolvem pegar um limite, e os resultados de ambas são interpretadas da mesma maneira. Se o limite for menor do que 1, a série converge; se o limite for maior do que 1, a série diverge; e se o limite for igual a 1, o teste é inconclusivo.

Finalmente, você tem dois testes que são apoio para os outros oito – o teste de divergência do n-ésimo termo e o teste da série alternada. Esses dois formam um par coerente. Você pode lembrar-se deles como sendo o teste de convergência do n-ésimo termo e o teste de divergência do n-ésimo termo. O teste da série alternada envolve mais do que apenas testar o n-ésimo termo, mas é uma boa ajuda para a memória.

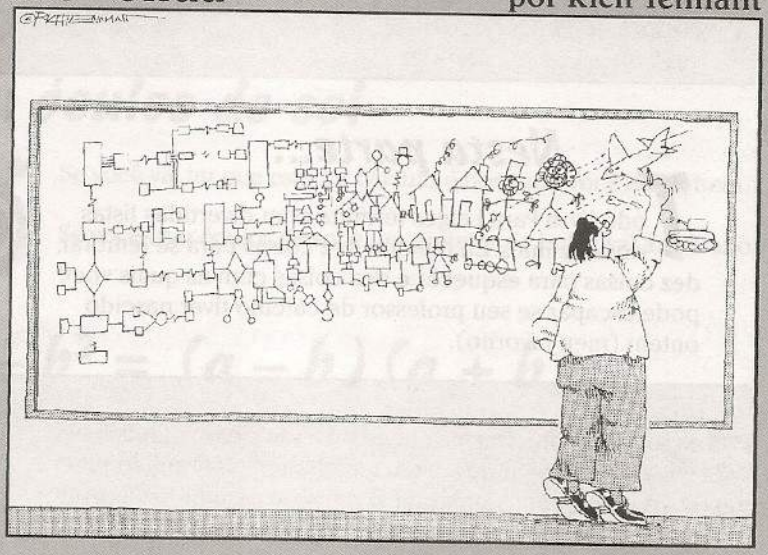
Bem, aí está: Cálculo, ósculos e amplexos, chega!

Parte VI

A parte dos "dez"

A 5ª onda

por Rich Tennant



Nesta parte...

Todo livro Para Leigos termina com divertidas listas dos dez mais. Eu lhe dou dez coisas para se lembrar, dez coisas para esquecer, e dez coisas com as quais você pode escapar se seu professor de cálculo tiver nascido ontem (meu favorito).

Capítulo 18

Dez coisas para se lembrar

Neste capítulo

- Conceitos críticos de cálculo (assim como o ícone que venho usando)
- Informação salva vidas (ou pelo menos salva nota)

Esse capítulo contém dez coisas que você deve definitivamente lembrar. Apenas dez – não é muito para pedir, é? Se sua cabeça já estiver cheia, você pode abrir espaço lendo primeiro o Capítulo 19, "Dez coisas para esquecer".

Seu óculos de sol

DICA

Se você vai ter que estudar cálculo, é bom que você esteja bem.

Se você usar óculos de sol *e um* protetor de bolso, vai arruinar o efeito.

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Esse fator padrão é aparentemente encontrado em todos os lugares e um tanto onipresente; é usado em muitos problemas e esquecê-lo vai causar um grande número de erros. Em resumo, é importante. Não o esqueça.

$\frac{0}{5} = 0$, mas $\frac{5}{0}$ é indefinido

Você sabe que $\frac{8}{2} = 4$, e portanto 4 vezes 2 é 8. Se $\frac{5}{0}$ tivesse uma resposta, essa resposta vezes zero teria que ser igual a 5. Mas isso é impossível, fazendo $\frac{5}{0}$ ser indefinida.

Qualqur coisa^0 = 1

A única exceção é 0^0, que é indefinido. A regra inclui *todo* o resto, incluindo números negativos e frações. Isso pode parecer um pouco estranho, mas é verdade.

SohCahToa

Não, não é um famoso chefe indígena, apenas um mnemônico para lembrar suas três funções trigonométricas básicas:

$$\text{sen}\theta = \frac{O}{H}$$

$$\cos\theta = \frac{A}{H}$$

$$\text{tg}\theta = \frac{O}{A}$$

Coloque-os de cabeça para baixo para as funções recíprocas:

$$\text{cosec}\theta = \frac{H}{O}$$

$$\sec\theta = \frac{H}{A}$$

$$\text{cotg}\theta = \frac{A}{O}$$

Valores trigonométricos para ângulos de 30, 45, e 60 graus

$\text{sen}30^\circ = \frac{1}{2}$	$\text{sen}45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\text{sen}60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos60^\circ = \frac{1}{2}$
$\text{tg}30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\text{tg}45^\circ = 1$	$\text{tg}60^\circ = \sqrt{3}$

Não há necessidade de decorar isso se você souber *SohCahToa* e os seus triângulos de 45° –45° –90° e 30° –60° –90°.

$sen^2(\theta) + cos^2(\theta) = 1$

Essa identidade é verdadeira para *qualquer* ângulo. Divida ambos os lados dessa equação pelo $sen^2(\theta)$ e você obtém $1 + cot^2\theta = cosec^2(\theta)$; dividindo ambos os lados por $cos^2\theta$ você tem $tg^2\theta + 1 = sec^2\theta$.

A regra do produto

$\frac{d}{dx}(uv) = u'v + uv'$. Muito fácil.

A regra do quociente

$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$. Ao contrário da regra do produto, muitos estudantes se esquecem da regra do quociente. Mas você não vai, se apenas se lembrar de começar a resposta com a derivada da parte superior da sua fração, u. Isso é fácil de lembrar porque é a maneira mais natural de começar. O resto se arruma.

Onde você coloca as suas chaves

Ninguém pode prever qual resultado você vai obter no seu próximo teste de cálculo – a não ser, isto é, que você não apareça.

Capítulo 19

Dez coisas para esquecer

Neste capítulo

- Um aglomerado de erros comuns
- Alguns conceitos que você precisa tirar da sua cabeça

Este é sem dúvida nenhuma o capítulo mais fácil desse livro. Não há nada para estudar, nada para compreender, nada para aprender. Apenas relaxe, aumente o som, e esqueça essas coisas.

$(a + b)^2 = a^2 + b^2$ – Errado!

Não confunda isso com $(ab)^2 = a^2b^2$, que está *certo*. $(a + b)^2$ é igual a, é claro, $a^2 + 2ab + b^2$.

$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$ – Errado!

Não confunda isso com $\sqrt{a^2b^2} = ab$, que é *certo*. $\sqrt{a^2 + b^2}$ não pode ser simplificado.

Inclinação $= \dfrac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$ – Errado!

A inclinação está de cabeça pra baixo. A inclinação é igual a $\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

$\dfrac{3a + b}{3a + c} = \dfrac{b}{c}$ – Errado!

Você não pode cancelar $3a$ porque não é um *fator* do numerador e do denominador. Não confunda isso com $\dfrac{3ab}{3ac} = \dfrac{b}{c}$, no qual você *pode* cancelar o $3a$.

$\frac{d}{dx}\pi^3 = 3\pi^2$ – Errado!

Pi (π) é um número e não uma variável, então π^3 também é apenas um número, e a derivada de qualquer número é zero. Assim, $\frac{d}{dx}\pi^3 = 0$.

Se k for uma constante, $\frac{d}{dx}kx = k'x + kx'$ – Errado!

Você não usa a regra do produto aqui. As constantes funcionam como números, não como variáveis, então $\frac{d}{dx}kx$ funciona exatamente como $\frac{d}{dx}3x$ que é igual a 3. Assim, $\frac{d}{dx}kx. = k$.

A regra do quociente é $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v'u - vu'}{v^2}$ – Errado!

Veja o segundo ponto a partir do último no Capítulo 18, "Dez coisas para lembrar".

$\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3$ – Errado!

Você Consegue ver por que isso está errado?

$\int (\text{sen}x)\, dx = \cos x + C$ – Errado!

A derivada do cosseno é o seno *negativo*, então a derivada do cosseno *negativo* é o seno, e assim $\int (\text{sen}x)\, dx = -\cos x + C$.

Teorema de Green

$$\int_C (Mdx + Ndy) = \iint_R \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\right) dA$$

Esse aqui está *certo*, mas esqueça de tentar lembrar isso.

Caso 1: Tangentes

Encontre $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2+4}}$. Primeiro, note que isso pode ser escrito como $\int \frac{dx}{\sqrt{(3x)^2+2^2}}$, então se enquadra na forma $\sqrt{u^2+a^2}$, onde $u = 3x$ e $a = 2$.

1. Desenhe um triângulo retângulo – basicamente um triângulo *SohCahToa* – onde tg (θ) é igual a $\frac{u}{a}$, que é $\frac{3x}{2}$.

Visto que você sabe que $\text{tg}(\theta) = \frac{O}{A}$ (proveniente do *SohCahToa* – veja o Capítulo 6), seu triângulo deve ter $3x$ como O, o lado *oposto* ao ângulo θ, e 2 como A, o lado *adjacente*. O comprimento da hipotenusa é automaticamente igual ao seu radical, $\sqrt{(3x)^2+2^2}$, ou $\sqrt{9x^2+4}$. Não é uma má idéia confirmar isso com o teorema de Pitágoras, $a^2 + b^2 = c^2$. Veja a Figura 15-8.

2. Resolva a tg (θ) $\frac{3x}{2}$ em função de x, diferencie, e ache o valor de dx.

$$\frac{3x}{2} = \text{tg}(\theta)$$

$$3x = 2\text{tg}(\theta)$$

$$x = \frac{2}{3}\text{tg}(\theta)$$

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{2}{3}\sec^2(\theta)$$

$$dx = \frac{2}{3}\sec^2(\theta)\,d\theta$$

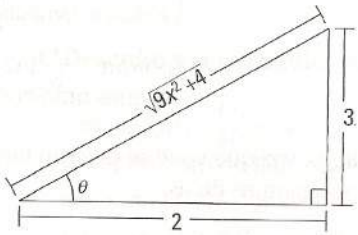


Figura 15-8: Um triângulo SohCahToa para o caso de $\sqrt{u^2+a^2}$. Seja como for, que mente sinistra sonhou com essa técnica de integração?

Capítulo 20

Dez coisas com as quais você não pode escapar

Neste capítulo

- O que fazer se apesar de ler todo esse livro impressionante, você continuar a não entender cálculo.

O título original para esse capítulo era "Dez coisas com as quais você pode escapar se seu professor de cálculo tiver nascido ontem", mas o departamento jurídico da editora ficou com medo de que alguém tentasse algumas dessas façanhas na prática, fosse pego, e então entrasse com uma ação judicial. Então eles mudaram o título para o título entediante que você tem agora. Os advogados querem que eu lhe diga isso: "As dez coisas com as quais você não pode escapar supracitadas são descritas abaixo como se você realmente *pudesse* escapar delas. Isso é um exemplo de *sarcasmo* (definição – *sarcasmo*: irônico ou humor sarcástico). Essas dez façanhas são listadas apenas com finalidade humorística, não como uma prescrição para o comportamento atual. Nós da Wiley Publishing não apoiamos os estratagemas citados". Desculpe. Eles me forçaram a escrever isso.

Dê duas respostas em perguntas de prova

Se não conseguir decidir qual das duas respostas é a certa, anote as duas mais ou menos circuladas ou riscadas. Se uma das suas duas respostas estiver certa, seu professor vai lhe dar o benefício da dúvida.

Escreva de forma ilegível nas provas

Obtenha uma resposta na sua calculadora e depois rabisque seu "cálculo" bem desarrumado de forma que seu professor não consiga ler. Porque você obteve a resposta certa, ele vai supor que você sabia o que estava fazendo e vai lhe dar o ponto todo da questão.

Não mostre seu cálculo em provas

Obtenha uma resposta na sua calculadora e escreva o seguinte perto do problema: "Problema fácil – fiz os cálculos na minha cabeça". Seu professor vai levar em conta o que você disse.

Não faça todos os problemas da prova

Quem disse que você tem de fazer todos os problemas das provas? Se uma prova tem, digamos, quatro páginas longas e grampeadas juntas, encontre a página com os piores problemas, remova cuidadosamente o grampo, coloque a página ruim no seu bolso, e recoloque o grampo com cuidado. Seu professor vai supor que a página foi omitida no centro de cópias. Quando você mais tarde completar a parte "desaparecida" da prova e fizer todos os problemas perfeitamente, seu professor não vai suspeitar de nada.

Culpe seu companheiro de estudo pela sua nota baixa na prova

Diga ao seu professor que a pessoa com a qual você estudou explicou tudo errado, então não é culpa sua. Seu professor vai deixar você refazer a prova.

Diga ao seu professor que você precisa de um "A" em cálculo para impressionar sua cara metade

Seu professor, sendo no fundo um romântico – e lembrando seus dias como universitário quando tirou um dez na prova de cálculo e então se tornou um ímã de garotas – vai lhe dar o "A".

Reclame que provas de manhã cedo não são justas porque você não é uma "pessoa matutina"

Explique que seu relógio biológico não está sincronizado com a ética protestante obsoleta de que Deus ajuda a quem cedo madruga da sua escola. Seu professor vai deixar que você faça todos os seus exames a tarde e vai confiar que você não falará com seus amigos que fazem os exames pela manhã.

Proteste contra toda essa idéia de notas

Faça uma ofensiva política sobre professores com coragem de supor que têm o direito de lhe dar uma nota. Quem são eles para avaliarem *você*? Reivindique ser um opositor consciente quando se tratando de notas. Argumente que dar notas reflete um talento injusto e uma inteligência preconceituosa – que todo o sistema é baseado nas classes sociais e no QI das pessoas. Seu professor vai ficar impressionado com a sinceridade e profundidade das suas convicções filosóficas e vai deixar que você faça todos os seus exames na forma passou/reprovou.

Puxe o alarme de incêndio durante a prova

Esse aqui é um pouco infantil – ao contrário, é claro, das dicas anteriores.

Use esse livro como desculpa

Se você for pego tentando qualquer um dos truques anteriores, diga ao seu professor que você pensou que podia fazer isso porque leu em um livro. Seu professor não vai castigar você.

Índice Remissivo

• A •

abóbada do Houston Astrodome 13
abordagem 2
abrange os tópicos 1
abreviação 48
abstrata e impraticável 176
acampamento SohCahToa 63
acontece quando você amplia 24
adição indefinidamente 19
adição mais sofisticada 17
adição sofisticada 209
adjacente 68
administração e economia 175
A-ha 86
alarme de incêndio
durante a prova 347
alcance decimal máximo 97
Álgebra diversa 99
álgebra e geometria avançada. 10
álgebra para limites
no infinito 107
algebricamente 96
Alinhando para aproximações lineares 175
altura máxima e mínima 182
alturas das derivadas de ordem superior 148
altura sobre dois 23
alvoroço 78
American Mathematical Monthly 261
Ampliando a curva 11
ampliar "para sempre" 26
ângulos com radianos 67
Antes da Era do Cálculo 14
antidiferenciação 233
anti-horário 67
A parte dos "dez" 5
Apollo 11 111
Aprendendo sobre linhas 45
Aprender cálculo 6
aproximação linear 200
aquecendo com os
pré-requisitos do cálculo 4
Aquiles versus a tartaruga 21
área abaixo das funções 45
Área aproximada pela soma 218
área com
problemas de substituição 258
Área de um triângulo 23
área do todo 208
área entre duas curvas – duas vezes a diversão 287
área exata
com a integral definida 225
área máxima de um curral – yeehaw! 177
área negativa 214
área sob uma curva 211
área sombreada 18
área total acima do eixo x 214
Arquimedes 97
assíntota horizontal 105
assíntotas verticais 83
associação entre duas coisas 49
atacante 13
atalhos da física 10
atração gravitacional 13
aumento e a distância 15

• B •

Bárbara 29
barra de rolagem 95
Bart 209
base do prisma 190
Basic Atiderivative Formulas 250
básico da álgebra 3
básico da álgebra, geometria e da

trigonometria. 3
Batalha de Hastings 135
Batman 193
Beethoven 1
bicho-de-sete-cabeças 158
bi-lateral regular, 83
bilionésimo 24
bisneto de Einstein 9
bizarras 22
boba e antiquada 39
bobagem matemática 89

• C •

caça-níqueis 46
cadeia de multiplicação contínua 35
cajadada 66
calculadora 40, 71
Calculando 80
Calculando limites com uma calculadora 93
calcular as áreas dos retângulos, triângulos e trapezóides 18
cálculo é difícil 10
Cálculo é divertido, e é muito fácil 9
cálculo em poucas palavras 12
Cálculo é totalmente irrelevante 10
cálculo integral 45
cálculo intermediário 1
cálculo não é uma língua morta 10
cálculo no mundo real 12
cálculo para a inclinação 15
Cálculo para Bart e Homer 209
cálculo para impressionar sua cara metade 346
calha 193
calorias de energia 10
caminho para Marte, 13
características explicativas de uma função 45
caráter matemático. 133
ciclo 72
Cinco regras fáceis para integrais definidas 243
círculo trigonométrico 69
Circunavegando 63
circunferência 67
coeficiente angular 55
co-funções 135
coisas bizarras, 22
coisas que você precisa saber da álgebra, geometria, ou trigonometria 5
comentários introdutórios 93
companheiro de estudo
pela sua nota baixa na prova 346
Completando o quadrado 44
Complicando-se com as tangentes 175
comprimento do arco 284
concavidade e os pontos de inflexão 166
concavidade e pontos de inflexão 166
conceito de limite 93
conceitos básicos 221
conhecimento da matéria 93
conjugado 98
Conselho Nacional de Professores de Matemática 235
constante modificação 27
consumo de energia 18
contínuas 78
continuidade 77
contradomínio 58
contraste ao conceito de cálculo crítico 5
convergência absoluta versus a condicional 331
convergentes 20
conversa 97
coordenadas 70
corneta de Gabriel 283
correlação razão – inclinação 119
cosec 135
co-secante, secante e co-tangente 71
cosseno 71
cotg 135
cowboys 177
crescimento exponencial 56
cruzamento do cálculo 191
currículo do cálculo 110
curso de reciclagem 6
curva é a inclinação 17

curva não é uma função 50
curva se torna praticamente reta 18
curvas simples como círculos 24
custo dos materiais 13
custo marginal 201

• D •

dança da trigonometria 64
decaimento exponencial 56
decimal máximo 97

Declive 112
Definição da derivada 125
Definição de continuidade 90
Definição de limite 82
definição de McCoy 228
definição formal de limite 90
definições reais, 77
degrau da escada 53
denominador 39
departamento de matrícula 54
dependentes 47
derivada da parábola 194
derivada de funções trigonométricas 139
derivada de uma curva 120
derivada de uma reta 116
derivada do argumento da função 253
derivada é uma razão 17
derivada igual a zero 177
derivada não existe 129
Descartes 50
Descobrindo a álgebra básica 111
descontinuidade infinita 91
descontinuidade removível 91
Desenhando linhas 53
Deslocamento total 180
determinar a área 19
diagonalmente 12
diagrama da direita, 27
diagrama do meio, 27
diferenciação ao contrário 233
diferenciação ao resgate 175
diferenciação de funções inversas 147
diferenciação e integração 3
diferenciação: É somente encontrar a inclinação 112
diferenciação implícita 133
diferenciação para especialistas 139
diferenciação – razão 211
diferentes formas 13
distância 20
distância infinita 103
distância que um objeto caiu 47
distância total 86
distância viajada 173
divergentes 20
dólares 110
domínio 46
Doug 75
Dr. Phill 283
duas técnicas algébricas 99

• E •

Einstein 9
eixo horizontal 18
eixo vertical a quantidade de potência 18
elípticas 13
empreendedora 77
encolhi a hipotenusa 68
Encontrando a área exata com a integral definida 224
Encontrando as antiderivadas 233
Encontrando as derivadas 111
Encontrando limites no infinito 93
energia consumida 19
energia elétrica 12, 48
energia necessária 10
enésima vez 18
enferrujado 4
ensino médio 55
Entendendo funções e relações 45
Entendendo os símbolos 113
entender plenamente 89
Enter 95
equação polinomial 42
Equacionando coeficientes de termos

semelhantes 281
equações quadráticas 44
eqüilátero 65
Era do Cálculo 14
escritos 83
especiais 64
especialmente álgebra 30
espremedura 106
espuma extra 131
esquema do quadrado 264
esticamentos 58
Estimativas da área 216
estrada 103
estudando 63
Estudar cálculo é prejudicial à saúde 10
exemplos administrativos e econômicos 175
explicação algébrica 147
expoente fracionário 29
exponenciais 51
exposição clara e acessível 1
expressão algébrica 35
extremamente difícil, 10

• F •

faça todos os
problemas da prova 346
faixa estreita 18
fatorações trinomiais 41
Fatorar 40
fazendeiro 177
Fazendo a diferenciação 112
Ficando sofisticado 221
figura engraçada 18
figura estranha ampliada 18
finais previsíveis 46
física 13
floresta do cálculo 3
Focando nas parábolas 45
focar 67
fogueira 63
força constante 10
força máxima de um feixe 175
forma ilegível nas provas 345
forma inclinação-interseção 54
forma ponto-inclinação 54
formato das curvas 151
fórmula básica da inclinação 26
fórmula quadrática 41
fórmulas da álgebra 26
fórmulas simples 10
fotografia 247
foto instantânea 20
fração complexa 99
frações parciais 259
Função composta 49
função constante 54
função cúbica 141
função da área 233
função da sua temperatura 45
função demanda 202
função externa 142
função identidade 54
função logarítmica 56
função monotônica 57
função no número 177
função oscilante 90
função polinomial 55
função quadrática 48
função racional típica 83
função tangente 72
funções crescentes 228
funções dos "pães" 104
funções e relações 45
funções esquisitas 55
funções exponenciais e logarítmicas 51
Funções ímpares 55
Funções legais 45
funções no cálculo 51
funções para ilustrar o mesmo limite 78
funções periódicas 71
funções polinomiais 87
funções trigonométricas 65

• G •

Galeria da Fama da matemática 97
gás engarrafado 45
Gauss 97
generoso herói 20
geometria 19
G.F.B. Riemann 221
girando ao redor do sol 111
glória do Teorema 238
gorjeta 29
Gottfried Leibniz 50
gráfico da curva 110
gráfico da esquerda 214
gráfico de uma curva 76
gráfico do seno, cosseno e da tangente 71
gráficos aparecem como curvas 27
gráficos das derivadas
até que eles me tirem do sério 168
gráficos de linhas ou curvas 50
Grande parte da teoria da economia moderna 111
grandes idéias do Cálculo 110
gravidade é a causa 47
guerreiro corajoso 20

• H •

Hardy 117
Herb 261
Herbert E. Kasube 261
hideelo 138
hipotenusa 69
história da matemática. 237
hodeehi 138
Homer 209
horrorizado 93
Houston Astrodome 13

• I •

idéia básica 2, 27
idéia-chave matemática 8
idéia matemática chave 3
identidade Pitagoreana 266
implicações do cálculo 117
inclinação da parábola 24
inclinação de uma curva 16
inclinação de uma linha 16
inclinação de uma reta 112
inclinação exata 17
inclinação negativa 53
inclinação no ponto 26
inclinação positiva 53
incluindo funções 4
incluindo geometria 4
incógnitas 178
incrédulo 227
independentes 47
inexistência 91
infinitamente longa 103
infinitamente rápido 103
infinitesimal único 17
infinito de números. 19
infinito de passos 208
infinito e assíntotas horizontais 105
inicial da tabela 96
inimigo com o círculo unitário 71
input 50
inspiração matemática seduz o coração 206
instantânea 86
integração e área 209
Integração é o processo 17
Integração e séries infinitas 4
integração numérica ou aproximada 4
integração para especialistas 259
integração para fazer problemas 4
integral definida 225
integral indefinida 233
intervalo aberto 91
intervalo fechado 162
intervalos 73
inversas 58

inverso 58
Investigando funções inversas 45
ioiô 179
irrelevante 80
Isaac Newton 50

• J •

jargões indecifráveis 210
jeito fácil 234
jorrada 187
juiz 133

• L •

lado oposto 68
lado terminal 69
Lamar 207
lançar a bola 13
Laurel 120
legião de estudantes 114
lenda sobre o cálculo 10
letra da função 48
letra inicial 48
L'Hôspital 95
LIATE 259
Lidando com problemas 111
limite bobos 94
limite com
a sua calculadora 95
limite da soma de Riemann. 241
limites bilaterais regulares 81
limites laterais 82
limites no infinito 104
limites normalmente andam juntos 87
limites para ampliar 23
Limites para memorizar 93
linguagem dos engenheiros, cientistas e economistas 10
linguagem lógico-matematicalesa 320
linguagem matemática 2
linguagem um pouco fora da sua vida diária 10
linha imaginária 74
linha reta com aproximações lineares 198
linha reta deformada 19
linha tangente 24
localmente retas 23
lodeehi 138
log 142
logarítmicas 137
logaritmo 39
log natural 146
longa e tortuosa estrada 103
Louvre 1
Lucrando com problemas de administração
e economia 175
lucro máximo 206
lucro por item 15
luminária 209
Lutando com os gráficos 45

• M •

máquina caça-níqueis 46
máquina de refrigerante 46
marginais em economia 201
Mary Jane Sterling 41
Mary Johnson 9
matemática básica 10
matemática do cálculo 23
matemática dos limites 4
matematicamente disléxico 7
matematicamente idênticas 50
matemática traz lágrimas 226
matemático 221
material do pré-cálculo, 3
matéria tão misteriosa 10
maximizar 178
máximo absoluto 165
máximo divisor comum 40
máximos e mínimos absolutos 176
McCoy 226
MDC 40
mecanismos da economia 10
média e instantânea 128

3. Encontre qual função trigonométrica é representada pelo radical sobre o *a*, e depois ache o valor do radical.

Olhe para o triângulo na Figura 15-8. O radical é a *hipotenusa* e o a é 2, o lado *adjacente*, então $\frac{\sqrt{9x^2+4}}{2}$ é $\frac{\text{H}}{\text{A}}$, que é igual à secante. Então $\sec(\theta) = \sqrt{9x^2+4} = 2\sec(\theta)$.

4. Use os resultados dos passos 2 e 3 para fazer substituições no problema original e depois integre.

Dos passos 2 e 3 você tem $dx = \frac{2}{3}\sec^2(\theta)\mathrm{d}\theta$ e $\sqrt{9x^2+4} = 2\sec(\theta)$. Agora você pode finalmente fazer a integração.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2+4}} = \int \frac{\frac{2}{3}\sec^2(\theta)\mathrm{d}\theta}{2\sec^2(\theta)}$$

$$= \frac{1}{3}\int \sec(\theta)\mathrm{d}\theta$$

$$= \frac{1}{3}\ln|\sec(\theta) + \mathrm{tg}(\theta)| + C$$ (da fácil e elegante tabela de integrais na folha de consulta)

5. Substitua de volta as expressões contendo *x* dos passos 1 e 3 pela sec(θ) e tg(θ). Você também pode obter a expressão a partir do triângulo na Figura 15-8.

$$= \frac{1}{3}\ln\left|\frac{\sqrt{9x^2+4}}{2} + \frac{3x}{2}\right| + C$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|\frac{\sqrt{9x^2+4}+3x}{2}\right| + C$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|\sqrt{9x^2+4} + 3x\right| - \frac{1}{3}\ln 2 + C$$ (pelo log da regra do quociente, é claro, e distribuindo $\frac{1}{3}$)

$$= \frac{1}{3}\ln\left|\sqrt{9x^2+4} + 3x\right| + C$$ (porque $-\frac{1}{3}\ln 2 + C$ é apenas uma constante)

Agora me diga, quando foi a última vez que você se divertiu tanto? Antes de lidar com o caso 2, aqui estão algumas dicas.

DICA

Para todos os três casos na substituição trigonométrica, o passo 1 sempre envolve desenhar um triângulo no qual a função trigonométrica em questão seja igual a $\frac{u}{a}$:

No caso 1 é $\mathrm{tg}(\theta) = \frac{u}{a}$.

memorizar as fórmulas sofisticadas 5
menor denominador comum 33
método da pilha de panquecas 292
método da pilha de rosquinhas nas quais alguém sentou em cima 295
método das bonecas russas aninhadas uma dentro da outra 295
método da substituição 256
método do cortador de carne 290
método plug-and-chug 95
métodos algébricos 101
microscópio matemático 23
milímetro 22
milionésimos 24
mínimo absoluto 163
misticismo 1
misturar 70
mnemônico 33333 do limite 90
mnemônico SohCahToa 66
modificação 27
modular 57
monotônicas 59
montanha russa 283
Monte Everest 1
mostre seu cálculo em provas 346
Multiplicação conjugada 108
multiplicação contínua 35
múltiplo constante 133
mundo do cálculo 50
mundo real 9

• N •

NASA 13
nave espacial 111
negativa 67
Negociando normais 175
nenhum método funciona 253
nerd, 10
Nesse capítulo, eu faço do jeito fácil 235
Newton Leibnitz 210
nexo 94
nona sinfonia de Beethoven 1
Notação das funções 48
notação sigma 209
notação somatória 221
numericamente 96
número de quilowatts de potência 19
número finito 20
número infinito 210
número inteiro positivo 41
número real 82
números críticos 154

• O •

objeto cair 47
óbvio 181
o que você está procurando 6
o que você quer dizer 235
órbitas elípticas 13
Ordem Real de Pitágoras 131
ordem superior 148
Orientação 113
os seus poderes 36
Os Simpsons 1
ótimos gráficos 45
output designado 46
outro sentido 10

• P •

panqueca fina 212
parábolas 120
paradoxo da corneta de Gabriel 283
paradoxo de Zeno 20
paradoxos absurdos 22
paradoxos bizarros 5
Para que Serve? 3
parque infantil 117
partes específicas do problema em particular 2
passo a passo 254
passo crítico 224
patente para esse esquema 3
pausa e prepare um sanduíche de limite 100
pedaços cujas áreas 4
pedaços da área 17

pedaços de papelão 176
pegue e leve 94
pequenas áreas. 27
pequenas seções 17
periódica 71
pernas do triângulo 64
perpendicular 53
perpendicularidade 196
petulância 185
picos e vales 157
Pitágoras 27
plano B 101
Plano C 101
plano cartesiano 51
plug-and-chug 95
poder e a glória do Teorema Fundamental do Cálculo 238
poesia chinesa 31
Polaroid 21
polícia da matemática 107
polinômio com três termos 41
ponto A 16
ponto B 16
ponto C 16
ponto crítico 79
ponto de inflexão vertical 129
ponto-inclinação 54
pontos médios 220
Por que o teorema funciona 244
português claro 9
pós-graduação 1
Posição, velocidade, e aceleração 181
potência da secante é par e positiva 270
potência do cosseno é ímpar e positiva 268
potência do seno é ímpar e positiva 266
praticar matemática 27
práticas da diferenciação 175
Pré-álgebra 31
Prêmio Nobel 159
pré-requisitos do cálculo 29
preso no vértice 154
primeira das duas grandes idéias do cálculo 4
primeiro ano de cálculo 1
problema da direita 17
problema da tangente 194
problemas de cálculo 53
problemas de otimização 175
problemas no infinito com uma calculadora 106
problema sobre limite 97
problemas práticos 175
problemas sobre limite com a álgebra 97
processo de achar a derivada 15
processo de dividir 17
processo de integração 27
processo de pegar o formato de uma área 4
professor de cálculo me persegue 9
progressão lógica 10
proibido 77
psst 135

• Q •

QI 347
quadrada 193
quadrante 71
qualificações 28
Qualquer função na forma 233
Quando é que eu vou precisar disso 40
Quatro funções 50
quebras 78
Que simetria, que elegância simples, que beleza 206
quilômetros por hora 15
quilowatt-hora 213
quilowatts 19
quilowatts-hora 19
quociente 87
quociente da diferença 122

• R •

racionalização. 99
radianos 68, 71
raio 68

raiz cúbicas 51
Ramanujan 97
rampa curva 13
Rapidez 181
razão de movimento de Laurel 118
razão instantânea 17
razão mais familiar 118
razão média 17
Razões e inclinações 119
real definição de McCoy 228
recíprocos 65
redonda, 23
reduções 58
referência 30
reflexos, esticamentos e reduções 58
refrigerante 46
regra da cadeia funciona? 143
regra da diferença 135
regra da potência 177
regra da raiz 37
regra da soma 134
regra de L'Hôspital 316
regra de Simpson 232
regra do ponto médio 221
regra do quociente 341
regra do trapézio 231
regras básicas da diferenciação 132
regras da velha e básica 27
regras essenciais de cálculo, definições, e fórmulas 5
relação de causa e efeito 49
relação existente 207
relação integração / diferenciação 246
relógio biológico 347
remédios que você toma 10
removível 93
René Descartes 51
repentina saudade 15
Resolvendo limites com um sanduíche 93
resolver tudo sozinho 6
resposta exata 97
reta entre os pontos 24
reta horizontal 54
reta na forma inclinação-interseção 54
retângulo escuro-sombreado 27
retângulos especiais 64
retângulos finos infinitos 238
retângulo simples 18
reta secante 123
Retas no plano 51
retas verticais 54
revisão 31
Riemann 221
ritmo com a diferenciação 148
ritmo com a diferenciação logarítmica 146
Robin 193
Ronny 75
rotacionar 58

• S •

Sam Einstein 9
Santo triplo trio 91
satélite Viking I 13
Se aquecendo com os pré-requisitos 4
secante móvel 124
seções menores, 17
segundo ao quadrado 186
segurança nacional 10
sentido anti-horário 58
seqüência de números 19
séries básicas e seus testes de convergência/ divergência 320
Séries convergentes 20
Séries divergentes 19
séries infinitas 1
símbolos do limite 227
símbolo simples 48
simetria ímpar 55
simetria nos quatro quadrantes 70
simples trapezóide 18
simplificação 35
sistema cartesiano 75
sistema de coordenadas 51
sobreviver à álgebra, geometria e trigonometria. 10
Soem as trombetas 122
sofisticada 57

SohCahToa 340
Solução 135
soma do ponto médio 220
soma dos extremos direitos 222
soma dos números 19
soma e diferença de cubos 41
soma finita 208
somando tudo 209
somas de Riemann com a notação sigma 222
Spartan Sports Weekly 20
Sports 20
sst 137
sub-passos 178
subscrito 259
substituição trigonométrica 272
sumário e o índice para achar 6
superestimação 228

• T •

table setup 107
tangente e o quociente 111
tangente vertical 91
tartaruga 20
Taxas relacionadas 175
TblStart 107
telefones celulares 175
temperatura diária média 45
Tempo esgotado 16
tempo finita 22
Teorema de Pitágoras 193
Teorema do Valor Médio 284
Teorema Fundamental faz a mágica 257
terceira função 141
termo curva 50
teste da comparação da integral 327
teste da comparação direta 325
teste da comparação do limite 326
teste da derivada segunda 161
teste da razão 328
teste da reta vertical 51
teste da série alternada 332
teste de cálculo 9
teste de divergência óbvio: o teste do n-ésimo termo 319
testes de comparação para convergência/ divergência 323
testes do "R": Razão e raízes 328
Texas Instruments TI-83 95
toque a curva duas ou mais vezes 50
Torre de Marfim 175
Transformações 61
Transformando funções 45
trapezóides 18
Três casos onde a derivada não existe 129
três diagramas de uma curva 24
triângulo 45°-45°-90° 71
triângulo regular 27
trigonometria 30
trigonométricas complicadas 265
trigonométricas inversas 73
trigonométricos para ângulos de 30, 45, e 60 graus 340
trilionésimos 24
trinômio quadrado perfeito 44
truque com funções trigonométricas inversas 73
truque que você tenha na manga 101
TV, 10
TVM para as integrais e para as derivadas: irmãos gêmeos 286

• U •

último cálculo 144
Unindo limites 86
Universidade da Califórnia do Sul 9
urânio 56
usado no mundo real 201
usá-las corretamente 235
Usando logaritmos 131

• V •

Vagamente falando, 117
Valor absoluto 38
valor de entrada 45

valor de saída 45
valores extremos locais 154
valor numérico 45
variáveis 33
variável de entrada 47
variável dependente 47
variável de saída 47
variável independente. 47
velha álgebra 76
velocidade constante 10, 210
Velocidade instantânea 88
velocidade instantânea usando limites 84
versão de atalho 242
verticais 63
verticalmente 61
viagem de carro através do cálculo 151
Virtualmente 47
vista panorâmica:
o máximo absoluto 153
visual 96
Você pode pensar no símbolo 210
Voilà, 125

volume máximo de uma caixa 178
Voshmabulário 237

• W •

Weekly 20

• X •

x como no nível do solo, 216
x itens 203

• Y •

yeehaw! 179
y = mx + b 201

• Z •

zagueiro 13
Zeno, de Aquiles 20
Zeno de Elea 20
Zero nem sempre é zero 243
zilionésimos 24

PARA

LEIGOS®

Tornando tudo mais fácil

Os livros de referência Para Leigos® são escritos para aqueles que necessitam aprender mais sobre assuntos complexos ou cansativos, como a complexidade dos computadores, das ciências exatas, dos problemas pessoais e de negócios – e toda a dificuldade que acompanha esses assuntos –, com o objetivo de tornar a leitura e o entendimento algo sempre prazeroso.

A série *Para Leigos®* usa abordagem animada, estilo amigável, com cartoons humorísticos e ícones, para dissipar receios e inspirar confiança. Um livro *Para Leigos®* é o guia perfeito de sobrevivência para quem se encontra em situação difícil.

Fique esperto!

www.altabooks.com.br

- ✓ Mais de 100 títulos *Para Leigos®* venderam mais de 100 mil cópias.
- ✓ Oito títulos *Para Leigos®* venderam mais de 1 milhão de cópias.
- ✓ O livro Windows *Para Leigos®* vendeu mais de 10 milhões de cópias.
- ✓ Existem cerca de 64 milhões de pessoas, só nos EUA, que já leram um livro da série *Para Leigos®*.
- ✓ Metade dos leitores da série *Para Leigos®* compram mais de 1 livro a cada ano.
- ✓ Mais de oito entre 10 leitores, estão satisfeitos com os produtos da série.
- ✓ A série *Para Leigos®* é, atualmente, traduzida para mais de 30 idiomas em todo o mundo.

Vinho para Leigos
McCarthy e Mary Mulligan
432 pgs
Formato 17x24cm
ISBN: 978-85-7608-249-1
R$ 49,90

Catolicismo para Leigos
Rev. Trigillo e Rev. Brighenti
416 pgs
Formato 17x24cm
ISBN: 978-85-7608-251-4
R$ 54,90

Álgebra I para Leigos
Mary Jane Sterling
384 pgs
Formato 17x24cm
ISBN: 978-85-7608-256-9
R$ 59,90

Diabetes para Leigos
Alan L. Rubin
384 pgs
Formato 17x24cm
ISBN: 978-85-7608-250-7
R$ 54,90

InDesign CS3 para Leigos
Galen Gruman
448 pgs
Formato 17x24cm
ISBN: 978-85-7608-246-0
R$ 64,90

Construindo Web Sites para Leigos
David A. Crowder
368 pgs
Formato 17x24cm
ISBN: 978-85-7608-255-2
R$ 64,90

Excel 2007 para Leigos
Greg Harvey
408 pgs
Formato 17x24cm
ISBN: 978-85-7608-247-7
R$ 64,90

PCs para Leigos
Dan Gookin
368 pgs
Formato 17x24cm
ISBN: 978-85-7608-254-5
R$ 64,90

Apresenta regras, definições, e fórmulas que você precisa saber

Vença o seu medo de cálculo de maneira divertida e fácil!

Confuso com as complexidades de Cálculo? Este guia fácil de entender desvenda o mistério dos conceitos de cálculo, como por exemplo, limites, diferenciação, e integração. Você vai aprender o básico com tranqüilidade através de explicações claras, atalhos inteligentes, e exemplos da vida real para ajudar você – e você vai descobrir que o cálculo não é tão difícil como pensava.

Mark Ryan tem ensinado álgebra desde 1989. Ele é membro do Conselho Nacional dos Professores de Matemática.

Descubra como:

- *Entender o que é o Cálculo e como funciona*
- *Utilizar o Cálculo de maneira prática e efizaz*
- *Conhecer as idéias do Cálculo entre diferença e integração*
- *Álgebra e Trigonometria são pré-requisitos para se aprender sobre Cálculo*
- *Dominar o conhecimento que você precisa ter, em 10 dicas, para escapar do seu professor de Cálculos*

PARA LEIGOS

- *Explicações em português claro*
- *Informações de como "entrar e sair"*
- *Ícones e outros apoios para navegação*
- *Folha de "cola" destacável*
- *Listas dos 10 mais*
- *Um toque de humor e diversão*

Fique esperto!
www.altabooks.com.br

- *Encontre a lista de todos os nossos livros*
- *Escolha entre várias categorias*
- *Acompanhe as dicas pelo site da Alta Books*

ISBN 978-85-7608-330-6

9 788576 083306

FOR DUMMIES

ALTA BOOKS®
www.altabooks.com.br