

APROXIMAÇÃO DA BINOMIAL À NORMAL

Lucas Santana da Cunha
<http://www.uel.br/pessoal/lscunha/>

Universidade Estadual de Londrina

19 de julho de 2017

Introdução

- Embora a distribuição normal seja uma distribuição contínua que é aplicável a variáveis aleatórias contínuas (v.a.c), muitas vezes a utilizamos para aproximar distribuições de variáveis aleatórias discretas (v.a.d);
- A distribuição normal fornece uma aproximação muito boa da distribuição binomial quando n , o número de realizações, é grande e p , a probabilidade de sucesso de cada realização está próxima de $1/2$.
- Como é subjetivo n “grande” e p “próximo” de $1/2$, então é estabelecido uma regra empírica.

Regra empírica

- Uma boa aproximação normal da distribuição binomial ocorre somente quando np e $n(1 - p)$ forem ambos maiores do que 5, ou seja,

$$np > 5 \quad \text{e} \quad n(1 - p) > 5.$$

- Assim, se

$$Y \sim \text{Bin}(n; p)$$

então, tem-se que

$$Y \stackrel{a}{\sim} N\left(np; \sqrt{np(1 - p)}\right)$$

Correção de continuidade

- Pelo fato de aproximar uma v.a.d. por uma v.a.c devemos "espalhar" seus valores ao longo de uma escala contínua e, para tanto, representamos cada número inteiro k pelo intervalo de $k - \frac{1}{2}$ até $k + \frac{1}{2}$.
- Por exemplo, 5 é representado pelo intervalo 4,5 a 5,5; 10 é representado pelo intervalo 9,5 a 10,5.

Erro percentual

O **erro percentual** é dado pela razão

$$e_p = \frac{|P_{Bin} - P_{Normal}|}{P_{Bin}} \cdot 100\%,$$

em que P_{Bin} é a probabilidade pela distribuição Binomial e P_{Normal} é a probabilidade pela distribuição Normal.

Exemplo 1

Caso seja possível, use a distribuição normal para aproximar a probabilidade binomial de obter 6 caras e 10 coroas em 16 lançamentos de uma moeda equilibrada. Calcule o erro percentual.

Exemplo 2

Suponhamos que 5% dos tijolos crus despachados por um fabricante apresentem ligeiros defeitos. Use a aproximação normal da distribuição binomial, caso seja possível, para aproximar a probabilidade de que dentre 150 tijolos crus despachados pelo fabricante, no máximo nove apresentem ligeiros defeitos.

Exercício 1

Um aluno pretende responder um teste de questões do tipo verdadeiro ou falso usando o resultado de lançamentos de uma moeda. Qual a probabilidade de que o aluno acerte pelo menos 6 de 20 questões?

Exercício 2

Os registros mostram que 80% dos fregueses de um restaurante pagam com cartão de crédito. Encontre a probabilidade de que pelo menos 170 dentre 200 fregueses do restaurante paguem com cartão de crédito.