Característica de Euler

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre.

Em matemática, e mais especificamente na topologia algébrica , a **característica de Euler** (ou **característica de Euler–Poincaré**) é um invariante topológico, um número que descreve a forma ou a estrutura de um espaço topológico independentemente da forma como ela é dobrada. Este invariante foi descoberto por Leonhard Euler e demonstrada em geral por Henri Poincaré e costuma ser denotado por χ(a letra grega Chi).

A característica de Euler foi definida originalmente para poliedros, tendo sido utilizada para demonstrar vários teoremas sobre eles, incluindo a classificação dos sólidos platônicos. Leonhard Euler, matemático cujo nome é atribuído ao conceito, foi responsável por grande parte deste trabalho inicial. Na matemática moderna, a característica de Euler surge a partir da homologia e está relacionada a vários outros invariantes.

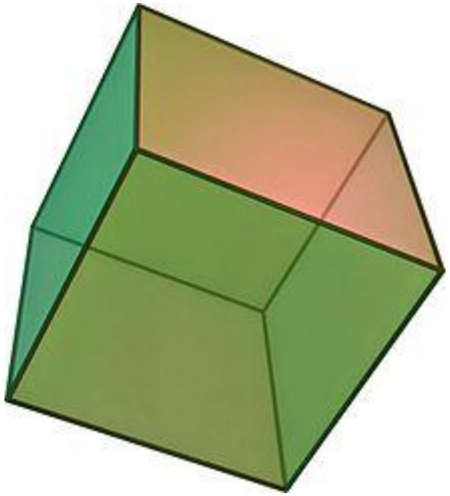
Definição

A característica de Euler de um complexo simplicial M é dada por

$$\chi(M) = n_0 - n_1 + n_2 - n_3 + \cdots$$

onde n_k é o número de células de dimensão k.

Característica de Euler de superfícies



A característica de Euler de um cubo (topologicamente uma esfera) é 6-12+8=2.

A característica de Euler de uma superfície Sé dada por $\chi(S) = V - A + F$, onde V, A e Fsão respectivamente o número de vértices, arestas e faces de uma triangulação de S. Em particular a característica de Euler:

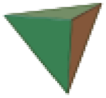
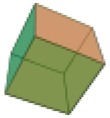
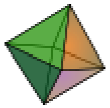
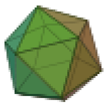
- da esfera é $\chi(\mathbb{S}^2) = 2$
- do plano projectivo é $\chi(\mathbb{P}^2) = 1$
- do disco é $\chi(\mathbb{D}^2) = 1$
- do toro é $\chi(\mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1) = 0$
- do anel é $\chi(\mathbb{S}^1 \times I) = 0$

- da garrafa de Klein é $\chi(\mathbb{K}) = 0$
- da fita de Möbius é $\chi(\mathbb{M}) = 0$

e em geral $\chi(S) = 2 - 2g$, onde g é o género de S, quando orientável e compacta.

Exemplos de poliedros convexos

A **fórmula de Euler** para poliedros convexos é $V + F = A + 2$, e a característica de Euler generaliza esta expressão para qualquer número de dimensões e para polítopos que não são, topologicamente, equivalentes à esfera (ou hiperesfera).

Name	Image	Vértices V	Arestas A	Faces F	Característica de Euler: $V - A + F$
Tetraedro		4	6	4	**2**
Hexaedro ou cubo		8	12	6	**2**
Octaedro		6	12	8	**2**
Dodecaedro		20	30	12	**2**
Icosaedro		12	30	20	**2**

Característica de Euler de variedades de dimensão ímpar

Pela dualidade de Poincaré, a característica de Euler de uma variedade fechada e compacta de dimensão ímpar é nula.

Ver também

Lakatos (1976). *Proofs and Refutations*. Cambridge: Cambridge University Press. ISBN 0521290384