

Passo 2 Suponhamos que, para $n = k$, a fórmula seja verdadeira. Então, $S(k) = (k - 2)180^\circ$ é verdadeira. Agora considere um polígono convexo de $k + 1$ lados. Podemos desenhar uma diagonal que forme um triângulo com dois dos lados do polígono. A diagonal, junto com os outros lados do polígono, forma um polígono de k lados. A soma dos ângulos internos do polígono de $k + 1$ lados, $S(k + 1)$, é igual à soma dos ângulos internos do triângulo, $S(3)$, e a soma dos ângulos internos do polígono de k lados, $S(k)$.

$$S(k + 1) = S(3) + S(k) = 180^\circ + (k - 2)180^\circ = [1 + (k - 2)]180^\circ = [(k + 1) - 2]180^\circ$$

Portanto, se a fórmula é verdadeira para $n = k$, também é verdadeira para $n = k + 1$.

Como a fórmula é verdadeira para $n = 3$ e, toda vez que ela é verdadeira para $n = k$, também é verdadeira para $n = k + 1$, a fórmula é verdadeira para todos os inteiros positivos $n \geq 3$.

31.8 Comprove por indução matemática que $n^3 + n \geq n^2 + 1$, para todos os inteiros positivos n .

SOLUÇÃO

Passo 1 Para $n = 1$, $n^3 + 1 = 1^3 + 1 = 1 + 1 = 2$ e $n^2 + n = 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2$. Portanto, $n^3 + 1 \geq n^2 + n$ é verdadeira para $n = 1$.

Passo 2 Suponhamos que a afirmação seja verdadeira para $n = k$. Então, $k^3 + 1 \geq k^2 + k$ é verdadeira.

$$\begin{aligned} \text{Para } n = k + 1, (k + 1)^3 + 1 &= k^3 + 3k^2 + 3k + 1 + 1 = k^3 + 3k^2 + 3k + 2 \\ &= k^3 + 2k^2 + k^2 + 3k + 2 = (k^3 + 2k^2) + (k + 1)(k + 2) \\ &= (k^3 + 2k^2) + (k + 1)[(k + 1) + 1] \\ &= (k^3 + 2k^2) + [(k + 1)^2 + (k + 1)] \end{aligned}$$

Sabemos que $n \geq 1$, então $k \geq 1$ e $k^3 + 2k^2 \geq 3$. Portanto, $(k + 1)^3 + 1 \geq (k + 1)^2 + (k + 1)$. Assim, quando a afirmação é verdadeira para $n = k$, também é verdadeira para $n = k + 1$.

Como a afirmação é válida para $n = 1$ e, toda vez que ela é verdadeira para $n = k$, também é verdadeira para $n = k + 1$, a afirmação é verdadeira para todos os inteiros positivos n .

Problemas Complementares

Comprove as afirmações abaixo por indução matemática. Em cada caso, n é um inteiro positivo.



31.9 $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$

31.10 $1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2}$

31.11 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n + 1)^2}{4}$



31.12 $a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, \quad r \neq 1$

31.13 $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n + 1)} = \frac{n}{n + 1}$

31.14 $1 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + \cdots + n \cdot 3^n = \frac{(2n - 1)3^{n+1} + 3}{4}$

31.15 $\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \cdots + \frac{1}{(3n - 1)(3n + 2)} = \frac{n}{6n + 4}$

31.16 $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n + 1)(n + 2)} = \frac{n(n + 3)}{4(n + 1)(n + 2)}$



31.17 $a^n - b^n$ é divisível por $a - b$, para $n =$ inteiro positivo.

31.18 $a^{2n-1} + b^{2n-1}$ é divisível por $a + b$, para $n =$ inteiro positivo.

31.19 $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \cdots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$

31.20 $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1} = 2^n - 1$



31.21 $(ab)^n = a^n b^n$, para $n = a$ inteiro positivo.

31.22 $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, para $n = a$ inteiro positivo.

31.23 $n^2 + n$ é par.

31.24 $n^3 + 5n$ é divisível por 3.

31.25 $5n - 1$ é divisível por 4.

31.26 $4^n - 1$ é divisível por 3.

31.27 $n(n+1)(n+2)$ é divisível por 6.

31.28 $n(n+1)(n+2)(n+3)$ é divisível por 24.

31.29 $n^2 + 1 > n$

31.30 $2n \geq n + 1$

Frações Parciais

32.1 FRAÇÕES RACIONAIS

Uma fração racional em x é o quociente $\frac{P(x)}{Q(x)}$ de dois polinômios em x .

Assim, $\frac{3x^2 - 1}{x^3 + 7x^2 - 4}$ é uma fração racional.

32.2 FRAÇÕES PRÓPRIAS

Uma fração própria é uma fração racional cujo o grau do numerador é menor que o grau do denominador.

Assim, $\frac{2x - 3}{x^2 + 5x + 4}$ e $\frac{4x^2 + 1}{x^4 - 3x}$ são frações próprias.

Uma fração imprópria é uma fração racional cujo grau do numerador é maior do que o grau do denominador ou igual a este.

Assim, $\frac{2x^3 + 6x^2 - 9}{x^2 - 3x + 2}$ é uma fração imprópria.

Por divisão, uma fração imprópria sempre pode ser escrita como a soma de um polinômio e uma fração própria.

Assim, $\frac{2x^3 + 6x^2 - 9}{x^2 - 3x + 2} = 2x + 12 + \frac{32x - 33}{x^2 - 3x + 2}$.

32.3 FRAÇÕES PARCIAIS

Uma dada fração própria geralmente pode ser escrita como a soma de outras frações (chamadas de frações parciais) cujos denominadores são de grau menor que o denominador da fração dada.

Exemplo 32.1

$$\frac{3x-5}{x^2-3x+2} = \frac{3x-5}{(x-1)(x-2)} = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

32.4 POLINÔMIOS IDENTICAMENTE IGUAIS

Se dois polinômios de grau n na mesma variável x são iguais para mais do que n valores de x , os coeficientes de mesma potência de x são iguais e os dois polinômios são identicamente iguais. Se estiver faltando um termo em um polinômio, ele pode ser incluído com coeficiente zero.

32.5 TEOREMA FUNDAMENTAL

Uma fração própria pode ser escrita como a soma de frações parciais de acordo com as seguintes regras.

(1) Fatores lineares não repetidos

Se um fator $ax + b$ ocorre uma única vez como um fator do denominador da fração dada, então, correspondendo a este fator, associamos uma fração parcial $A/(ax + b)$, onde A é uma constante $\neq 0$.

Exemplo 32.2

$$\frac{x+4}{(x+7)(2x-1)} = \frac{A}{x+7} + \frac{B}{2x-1}$$

(2) Fatores lineares, alguns dos quais repetidos

Se um fator $ax + b$ ocorre p vezes como um fator do denominador da fração dada, então, correspondendo a este fator, associamos p frações parciais

$$\frac{A_1}{ax+b} + \frac{A_2}{(ax+b)^2} + \dots + \frac{A_p}{(ax+b)^p}$$

onde $A_1, A_2, \dots, A_p$ são constantes e $A_p \neq 0$.

Exemplos 32.3

$$(a) \frac{3x-1}{(x+4)^2} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2}$$

$$(b) \frac{5x^2-2}{x^3(x+1)^2} = \frac{A}{x^3} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x} + \frac{D}{(x+1)^2} + \frac{E}{x+1}$$

(3) Fatores quadráticos não repetidos

Se um fator quadrático $ax^2 + bx + c$ ocorre uma única vez como um fator do denominador da fração dada, então, correspondendo a este fator, associamos uma fração parcial

$$\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$$

onde A e B são constantes não-nulas.

Nota. Supõe-se que $ax^2 + bx + c$ não pode ser fatorado em dois fatores lineares de coeficientes reais.

Exemplos 32.4

$$(a) \frac{x^2-3}{(x-2)(x^2+4)} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+4}$$

$$(b) \frac{2x^3-6}{x(2x^2+3x+8)(x^2+x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{2x^2+3x+8} + \frac{Dx+E}{x^2+x+1}$$

(4) Fatores quadráticos, alguns dos quais repetidos

Se um fator quadrático $ax^2 + bx + c$ ocorre p vezes como um fator do denominador da fração dada, então, correspondendo a este fator, associamos p frações parciais

$$\frac{A_1x + B_1}{ax^2 + bx + c} + \frac{A_2x + B_2}{(ax^2 + bx + c)^2} + \dots + \frac{A_px + B_p}{(ax^2 + bx + c)^p}$$

onde $A_1, B_1, A_2, B_2, \dots, A_p, B_p$ são constantes e A_p, B_p são não-nulas.

Exemplo 32.5

$$\frac{x^2 - 4x + 1}{(x^2 + 1)^2(x^2 + x + 1)} = \frac{Ax + B}{x^2 + 1} + \frac{Cx + D}{(x^2 + 1)^2} + \frac{Ex + F}{x^2 + x + 1}$$

32.6 ENCONTRANDO A DECOMPOSIÇÃO EM FRAÇÕES PARCIAIS

Uma vez que a forma da decomposição em frações parciais foi determinada, o próximo passo é encontrar um sistema de equações a ser resolvido para determinar o valor das constantes envolvidas na decomposição em frações parciais. Podemos solucionar o sistema de equações com o auxílio de uma calculadora gráfica, especialmente quando usamos os métodos matriciais discutidos no Capítulo 30.

Embora o sistema de equações geralmente envolva mais de três equações, costuma ser bastante fácil determinar o valor de uma ou duas variáveis ou relações entre elas que permitam reduzir o sistema a um tamanho pequeno o suficiente para ser convenientemente resolvido por qualquer método. Os métodos discutidos nos Capítulos 15 e 28 são os procedimentos básicos utilizados aqui.

Exemplo 32.6 Determine a decomposição em frações parciais de $\frac{3x^2 + 3x + 7}{(x - 2)^2(x^2 + 1)}$.

Usando as regras (2) e (3) da Seção 32.5, a forma da decomposição é:

$$\frac{3x^2 + 3x + 7}{(x - 2)^2(x^2 + 1)} = \frac{A}{x - 2} + \frac{B}{(x - 2)^2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 1}$$

$$\frac{3x^2 + 3x + 7}{(x - 2)^2(x^2 + 1)} = \frac{A(x - 2)(x^2 + 1) + B(x^2 + 1) + (Cx + D)(x - 2)^2}{(x - 2)^2(x^2 + 1)}$$

$$3x^2 + 3x + 7 = Ax^3 - 2Ax^2 + Ax - 2A + Bx^2 + B + Cx^3 - 4Cx^2 + Dx^2 + 4Cx - 4Dx + 4D$$

$$3x^2 + 3x + 7 = (A + C)x^3 + (-2A + B - 4C + D)x^2 + (A + 4C - 4D)x + (-2A + B + 4D)$$

Equacionando os coeficientes dos termos semelhantes nos dois polinômios e igualando os demais a zero, obtemos o sistema de equações a ser resolvido.

$$A + C = 0$$

$$-2A + B - 4C + D = 3$$

$$A + 4C - 4D = 3$$

$$-2A + B + 4D = 7$$

Resolvendo o sistema, obtemos $A = -1$, $B = 5$, $C = 1$ e $D = 0$.

Portanto, a decomposição em frações parciais é

$$\frac{3x^2 + 3x + 7}{(x - 2)^2(x^2 + 1)} = \frac{-1}{x - 2} + \frac{5}{(x - 2)^2} + \frac{x}{x^2 + 1}$$

Problemas Resolvidos

32.1 Decomponha em frações parciais

$$\frac{x + 2}{2x^2 - 7x - 15} \quad \text{ou} \quad \frac{x + 2}{(2x + 3)(x - 5)}$$

SOLUÇÃO

Seja
$$\frac{x+2}{(2x+3)(x-5)} = \frac{A}{2x+3} + \frac{B}{x-5} = \frac{A(x-5) + B(2x+3)}{(2x+3)(x-5)} = \frac{(A+2B)x + 3B - 5A}{(2x+3)(x-5)}.$$

Precisamos encontrar as constantes A e B tais que

$$\frac{x+2}{(2x+3)(x-5)} = \frac{(A+2B)x + 3B - 5A}{(2x+3)(x-5)} \quad \text{identicamente}$$

ou
$$x+2 = (A+2B)x + 3B - 5A.$$

Igualando os coeficientes dos termos semelhantes em x , temos $1 = A + 2B$ e $2 = 3B - 5A$, as quais, quando resolvidas simultaneamente, nos dão $A = -1/13$ e $B = 7/13$.

Portanto,
$$\frac{x+2}{2x^2-7x-15} = \frac{-1/13}{2x+3} + \frac{7/13}{x-5} = \frac{-1}{13(2x+3)} + \frac{7}{13(x-5)}.$$

Outro método. $x+2 = A(x-5) + B(2x+3)$

Para encontrar B , seja $x = 5$: $5+2 = A(0) + B(10+3)$, $7 = 13B$, $B = 7/13$.

Para encontrar A , seja $x = -3/2$: $-3/2 + 2 = A(-3/2 - 5) + B(0)$, $1/2 = -13A/2$, $A = -1/13$.



32.2
$$\frac{2x^2 + 10x - 3}{(x+1)(x^2-9)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3} + \frac{C}{x-3}$$

SOLUÇÃO

$$2x^2 + 10x - 3 = A(x^2 - 9) + B(x+1)(x-3) + C(x+1)(x+3)$$

Para encontrar A , seja $x = -1$: $2 - 10 - 3 = A(1 - 9)$, $A = 11/8$

Para encontrar B , seja $x = -3$: $18 - 30 - 3 = B(-3+1)(-3-3)$, $B = -5/4$

Para encontrar C , seja $x = 3$: $18 + 30 - 3 = C(3+1)(3+3)$, $C = 15/8$

Portanto,
$$\frac{2x^2 + 10x - 3}{(x+1)(x^2-9)} = \frac{11}{8(x+1)} - \frac{5}{4(x+3)} + \frac{15}{8(x-3)}$$



32.3
$$\frac{2x^2 + 7x + 23}{(x-1)(x+3)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x+3)^2} + \frac{C}{x+3}$$

SOLUÇÃO

$$\begin{aligned} 2x^2 + 7x + 23 &= A(x+3)^2 + B(x-1) + C(x-1)(x+3) \\ &= A(x^2 + 6x + 9) + B(x-1) + C(x^2 + 2x - 3) \\ &= Ax^2 + 6Ax + 9A + Bx - B + Cx^2 + 2Cx - 3C \\ &= (A+C)x^2 + (6A+B+2C)x + 9A - B - 3C \end{aligned}$$

Igualando os coeficientes dos termos semelhantes em x , temos $A + C = 2$, $6A + B + 2C = 7$ e $9A - B - 3C = 23$. Resolvendo-as simultaneamente, obtemos $A = 2$, $B = -5$, $C = 0$.

Portanto,
$$\frac{2x^2 + 7x + 23}{(x-1)(x+3)^2} = \frac{2}{x-1} - \frac{5}{(x+3)^2}$$

Outro método. $2x^2 + 7x + 23 = A(x+3)^2 + B(x-1) + C(x-1)(x+3)$

Para encontrar A , seja $x = 1$: $2 + 7 + 23 = A(1+3)^2$, $A = 2$

Para encontrar B , seja $x = -3$: $18 - 21 + 23 = B(-3-1)$, $B = -5$

Para encontrar C , seja $x = 0$: $23 = 2(3)^2 - 5(-1) + C(-1)(3)$, $C = 0$



$$32.4 \quad \frac{x^2 - 6x + 2}{x^2(x-2)^2} = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x} + \frac{C}{(x-2)^2} + \frac{D}{x-2}$$

SOLUÇÃO

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 2 &= A(x-2)^2 + Bx(x-2)^2 + Cx^2 + Dx^2(x-2) \\ &= A(x^2 - 4x + 4) + Bx(x^2 - 4x + 4) + Cx^2 + Dx^2(x-2) \\ &= (B+D)x^3 + (A-4B+C-2D)x^2 + (-4A+4B)x + 4A \end{aligned}$$

Igualando os coeficientes dos termos semelhantes em x , temos $B+D=0$, $A-4B+C-2D=1$, $-4A+4B=-6$, $4A=2$. A solução simultânea destas quatro equações é $A=1/2$, $B=-1$, $C=-3/2$, $D=1$.

Portanto,
$$\frac{x^2 - 6x + 2}{x^2(x-2)^2} = \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{x} - \frac{3}{2(x-2)^2} + \frac{1}{x-2}$$

Outro método. $x^2 - 6x + 2 = A(x-2)^2 + Bx(x-2)^2 + Cx^2 + Dx^2(x-2)$

Para encontrar A , seja $x=0$: $2=4A$, $A=1/2$. Para encontrar C , seja $x=2$: $4-12+2=4C$, $C=-3/2$. Para encontrar B e D , seja x = quaisquer valores exceto 0 e 2 (por exemplo, $x=1$, $x=-1$).

Seja $x=1$: $1-6+2=A(1-2)^2+B(1-2)^2+C+D(1-2)$ e (1) $B-D=-2$

Seja $x=-1$: $1+6+2=A(-1-2)^2-B(-1-2)^2+C+D(-1-2)$ e (2) $9B+3D=-6$

A solução simultânea das equações (1) e (2) é $B=1$, $D=1$



$$32.5 \quad \frac{x^2 - 4x - 15}{(x+2)^3}. \text{ Seja } y = x+2; \text{ então } x = y-2.$$

SOLUÇÃO

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 4x - 15}{(x+2)^3} &= \frac{(y-2)^2 - 4(y-2) - 15}{y^3} = \frac{y^2 - 8y - 3}{y^3} \\ &= \frac{1}{y} - \frac{8}{y^2} - \frac{3}{y^3} = \frac{1}{x+2} - \frac{8}{(x+2)^2} - \frac{3}{(x+2)^3} \end{aligned}$$

$$32.6 \quad \frac{7x^2 - 25x + 6}{(x^2 - 2x - 1)(3x - 2)} = \frac{Ax + B}{x^2 - 2x - 1} + \frac{C}{3x - 2}$$

SOLUÇÃO

$$\begin{aligned} 7x^2 - 25x + 6 &= (Ax + B)(3x - 2) + C(x^2 - 2x - 1) \\ &= (3Ax^2 + 3Bx - 2Ax - 2B) + Cx^2 - 2Cx - C \\ &= (3A + C)x^2 + (3B - 2A - 2C)x + (-2B - C) \end{aligned}$$

Igualando os coeficientes dos termos semelhantes em x , temos $3A+C=7$, $3B-2A-2C=-25$, $-2B-C=6$. A solução simultânea destas três equações é $A=1$, $B=-5$, $C=4$.

Portanto,
$$\frac{7x^2 - 25x + 6}{(x^2 - 2x - 1)(3x - 2)} = \frac{x-5}{x^2 - 2x - 1} + \frac{4}{3x-2}$$



$$32.7 \quad \frac{4x^2 - 28}{x^4 + x^2 - 6} = \frac{4x^2 - 28}{(x^2 + 3)(x^2 - 2)} = \frac{Ax + B}{x^2 + 3} + \frac{Cx + D}{x^2 - 2}$$

SOLUÇÃO

$$\begin{aligned} 4x^2 - 28 &= (Ax + B)(x^2 - 2) + (Cx + D)(x^2 + 3) \\ &= (Ax^3 + Bx^2 - 2Ax - 2B) + (Cx^3 + Dx^2 + 3Cx + 3D) \\ &= (A + C)x^3 + (B + D)x^2 + (3C - 2A)x - 2B + 3D \end{aligned}$$

Igualando os coeficientes dos termos semelhantes em x , temos

$$A + C = 0, B + D = 4, 3C - 2A = 0, -2B + 3D = -28$$

Resolvendo simultaneamente, $A = 0, B = 8, C = 0, D = -4$.

Portanto,
$$\frac{4x^2 - 28}{x^4 + x^2 - 6} = \frac{8}{x^2 + 3} - \frac{4}{x^2 - 2}.$$

Problemas Complementares

Encontre a decomposição em frações parciais de cada fração racional a seguir.



$$32.8 \quad \frac{x + 2}{x^2 - 7x + 12}$$

$$32.9 \quad \frac{12x + 11}{x^2 + x - 6}$$

$$32.10 \quad \frac{8 - x}{2x^2 + 3x - 2}$$

$$32.11 \quad \frac{5x + 4}{x^2 + 2x}$$

$$32.12 \quad \frac{x}{x^2 - 3x - 18}$$

$$32.13 \quad \frac{10x^2 + 9x - 7}{(x + 2)(x^2 - 1)}$$

$$32.14 \quad \frac{x^2 - 9x - 6}{x^3 + x^2 - 6x}$$

$$32.15 \quad \frac{x^3}{x^2 - 4}$$



$$32.16 \quad \frac{3x^2 - 8x + 9}{(x - 2)^3}$$

$$32.17 \quad \frac{3x^3 + 10x^2 + 27x + 27}{x^2(x + 3)^2}$$



$$32.18 \quad \frac{5x^2 + 8x + 21}{(x^2 + x + 6)(x + 1)}$$

$$32.19 \quad \frac{5x^3 + 4x^2 + 7x + 3}{(x^2 + 2x + 2)(x^2 - x - 1)}$$

$$32.20 \quad \frac{3x}{x^3 - 1}$$



$$32.21 \quad \frac{7x^3 + 16x^2 + 20x + 5}{(x^2 + 2x + 2)^2}$$

$$32.22 \quad \frac{7x - 9}{(x + 1)(x - 3)}$$

$$32.23 \quad \frac{x + 10}{x(x - 2)(x + 2)}$$

$$32.24 \quad \frac{3x - 1}{x^2 - 1}$$

$$32.25 \quad \frac{7x - 2}{x^3 - x^2 - 2x}$$

$$32.26 \quad \frac{5x^2 + 3x + 1}{(x + 2)(x^2 + 1)}$$

$$32.27 \quad \frac{-2x + 9}{(2x + 1)(4x^2 + 9)}$$

$$32.28 \quad \frac{2x^3 - x + 3}{(x^2 + 4)(x^2 + 1)}$$

$$32.29 \quad \frac{x^3}{(x^2 + 4)^2}$$

$$32.30 \quad \frac{x^4 + 3x^2 + x + 1}{(x + 1)(x^2 + 1)^2}$$

Respostas dos Problemas Complementares

$$32.8 \quad \frac{6}{x - 4} - \frac{5}{x - 3}$$

$$32.9 \quad \frac{7}{x - 2} + \frac{5}{x + 3}$$

$$32.10 \quad \frac{3}{2x - 1} - \frac{2}{x + 2}$$

$$32.11 \quad \frac{2}{x} + \frac{3}{x + 2}$$

$$32.12 \quad \frac{2/3}{x - 6} + \frac{1/3}{x + 3}$$

$$32.13 \quad \frac{3}{x + 1} + \frac{2}{x - 1} + \frac{5}{x + 2}$$

$$32.14 \quad \frac{1}{x} - \frac{2}{x-2} + \frac{2}{x+3}$$

$$32.17 \quad \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x+3} - \frac{5}{(x+3)^2}$$

$$32.20 \quad \frac{1}{x-1} + \frac{-x-1}{x^2+x+1}$$

$$32.23 \quad \frac{-5/2}{x} + \frac{3/2}{x-2} + \frac{1}{x+2}$$

$$32.26 \quad \frac{3}{x+2} + \frac{2x-1}{x^2+1}$$

$$32.29 \quad \frac{x}{x^2+4} + \frac{-4x}{(x^2+4)^2}$$

$$32.15 \quad x + \frac{2}{x-2} + \frac{2}{x+2}$$

$$32.18 \quad \frac{2x+3}{x^2+x+6} + \frac{3}{x+1}$$

$$32.21 \quad \frac{7x+2}{x^2+2x+2} + \frac{2x+1}{(x^2+2x+2)^2}$$

$$32.24 \quad \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1}$$

$$32.27 \quad \frac{1}{2x+1} + \frac{-2x}{4x^2+1}$$

$$32.30 \quad \frac{1}{x+1} + \frac{x}{(x^2+1)^2}$$

$$32.16 \quad \frac{3}{x-2} + \frac{4}{(x-2)^2} + \frac{5}{(x-2)^3}$$

$$32.19 \quad \frac{2x-1}{x^2+2x+2} + \frac{3x+1}{x^2-x-1}$$

$$32.22 \quad \frac{4}{x+1} + \frac{3}{x-3}$$

$$32.25 \quad \frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} + \frac{-3}{x+1}$$

$$32.28 \quad \frac{3x-1}{x^2+4} + \frac{-x+1}{x^2+1}$$

Apêndice A

TABELA DE LOGARITMOS COMUNS (OU DECIMAIS)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

<i>N</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996
<i>N</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Apêndice B

TABELA DE LOGARITMOS NATURAIS

<i>N</i>	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,0	0,0000	0,0100	0,0198	0,0296	0,0392	0,0488	0,0583	0,0677	0,0770	0,0862
1,1	0,0953	0,1044	0,1133	0,1222	0,1310	0,1398	0,1484	0,1570	0,1655	0,1740
1,2	0,1823	0,1906	0,1989	0,2070	0,2151	0,2231	0,2311	0,2390	0,2469	0,2546
1,3	0,2624	0,2700	0,2776	0,2852	0,2927	0,3001	0,3075	0,3148	0,3221	0,3293
1,4	0,3365	0,3436	0,3507	0,3577	0,3646	0,3716	0,3784	0,3853	0,3920	0,3988
1,5	0,4055	0,4121	0,4187	0,4253	0,4318	0,4383	0,4447	0,4511	0,4574	0,4637
1,6	0,4700	0,4762	0,4824	0,4886	0,4947	0,5008	0,5068	0,5128	0,5188	0,5247
1,7	0,5306	0,5365	0,5423	0,5481	0,5539	0,5596	0,5653	0,5710	0,5766	0,5822
1,8	0,5878	0,5933	0,5988	0,6043	0,6098	0,6152	0,6206	0,6259	0,6313	0,6366
1,9	0,6419	0,6471	0,6523	0,6575	0,6627	0,6678	0,6729	0,6780	0,6831	0,6881
2,0	0,6931	0,6981	0,7031	0,7080	0,7130	0,7178	0,7227	0,7275	0,7324	0,7372
2,1	0,7419	0,7467	0,7514	0,7561	0,7608	0,7655	0,7701	0,7747	0,7793	0,7839
2,2	0,7885	0,7930	0,7975	0,8020	0,8065	0,8109	0,8154	0,8198	0,8242	0,8286
2,3	0,8329	0,8372	0,8416	0,8459	0,8502	0,8544	0,8587	0,8629	0,8671	0,8713
2,4	0,8755	0,8796	0,8838	0,8879	0,8920	0,8961	0,9002	0,9042	0,9083	0,9123
2,5	0,9163	0,9203	0,9243	0,9282	0,9322	0,9361	0,9400	0,9439	0,9478	0,9517
2,6	0,9555	0,9594	0,9632	0,9670	0,9708	0,9746	0,9783	0,9821	0,9858	0,9895
2,7	0,9933	0,9969	1,0006	1,0043	1,0080	1,0116	1,0152	1,0188	1,0225	1,0260
2,8	1,0296	1,0332	1,0367	1,0403	1,0438	1,0473	1,0508	1,0543	1,0578	1,0613
2,9	1,0647	1,0682	1,0716	1,0750	1,0784	1,0818	1,0852	1,0886	1,0919	1,0953
3,0	1,0986	1,1019	1,1053	1,1086	1,1119	1,1151	1,1184	1,1217	1,1249	1,1282
3,1	1,1314	1,1346	1,1378	1,1410	1,1442	1,1474	1,1506	1,1537	1,1569	1,1600
3,2	1,1632	1,1663	1,1694	1,1725	1,1756	1,1787	1,1817	1,1848	1,1878	1,1909
3,3	1,1939	1,1970	1,2000	1,2030	1,2060	1,2090	1,2119	1,2149	1,2179	1,2208
3,4	1,2238	1,2267	1,2296	1,2326	1,2355	1,2384	1,2413	1,2442	1,2470	1,2499
3,5	1,2528	1,2556	1,2585	1,2613	1,2641	1,2669	1,2698	1,2726	1,2754	1,2782
3,6	1,2809	1,2837	1,2865	1,2892	1,2920	1,2947	1,2975	1,3002	1,3029	1,3056
3,7	1,3083	1,3110	1,3137	1,3164	1,3191	1,3218	1,3244	1,3271	1,3297	1,3324
3,8	1,3350	1,3376	1,3403	1,3429	1,3455	1,3481	1,3507	1,3533	1,3558	1,3584
3,9	1,3610	1,3635	1,3661	1,3686	1,3712	1,3737	1,3762	1,3788	1,3813	1,3838
4,0	1,3863	1,3888	1,3913	1,3938	1,3962	1,3987	1,4012	1,4036	1,4061	1,4085
4,1	1,4110	1,4134	1,4159	1,4183	1,4207	1,4231	1,4255	1,4279	1,4303	1,4327
4,2	1,4351	1,4375	1,4398	1,4422	1,4446	1,4469	1,4493	1,4516	1,4540	1,4563
4,3	1,4586	1,4609	1,4633	1,4656	1,4679	1,4702	1,4725	1,4748	1,4770	1,4793
4,4	1,4816	1,4839	1,4861	1,4884	1,4907	1,4929	1,4952	1,4974	1,4996	1,5019
<i>N</i>	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09

N	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
4,5	1,5041	1,5063	1,5085	1,5107	1,5129	1,5151	1,5173	1,5195	1,5217	1,5239
4,6	1,5261	1,5282	1,5304	1,5326	1,5347	1,5369	1,5390	1,5412	1,5433	1,5454
4,7	1,5476	1,5497	1,5518	1,5539	1,5560	1,5581	1,5602	1,5623	1,5644	1,5665
4,8	1,5686	1,5707	1,5728	1,5748	1,5769	1,5790	1,5810	1,5831	1,5851	1,5872
4,9	1,5892	1,5913	1,5933	1,5953	1,5974	1,5994	1,6014	1,6034	1,6054	1,6074
5,0	1,6094	1,6114	1,6134	1,6154	1,6174	1,6194	1,6214	1,6233	1,6253	1,6273
5,1	1,6292	1,6312	1,6332	1,6351	1,6371	1,6390	1,6409	1,6429	1,6448	1,6467
5,2	1,6487	1,6506	1,6525	1,6544	1,6563	1,6582	1,6601	1,6620	1,6639	1,6658
5,3	1,6677	1,6696	1,6715	1,6734	1,6752	1,6771	1,6790	1,6808	1,6827	1,6845
5,4	1,6864	1,6882	1,6901	1,6919	1,6938	1,6956	1,6974	1,6993	1,7011	1,7029
5,5	1,7047	1,7066	1,7084	1,7102	1,7120	1,7138	1,7156	1,7174	1,7192	1,7210
5,6	1,7228	1,7246	1,7263	1,7281	1,7299	1,7317	1,7334	1,7352	1,7370	1,7387
5,7	1,7405	1,7422	1,7440	1,7457	1,7475	1,7492	1,7509	1,7527	1,7544	1,7561
5,8	1,7579	1,7596	1,7613	1,7630	1,7647	1,7664	1,7682	1,7699	1,7716	1,7733
5,9	1,7750	1,7766	1,7783	1,7800	1,7817	1,7834	1,7851	1,7867	1,7884	1,7901
6,0	1,7918	1,7934	1,7951	1,7967	1,7984	1,8001	1,8017	1,8034	1,8050	1,8066
6,1	1,8083	1,8099	1,8116	1,8132	1,8148	1,8165	1,8181	1,8197	1,8213	1,8229
6,2	1,8245	1,8262	1,8278	1,8294	1,8310	1,8326	1,8342	1,8358	1,8374	1,8390
6,3	1,8406	1,8421	1,8437	1,8453	1,8469	1,8485	1,8500	1,8516	1,8532	1,8547
6,4	1,8563	1,8579	1,8594	1,8610	1,8625	1,8641	1,8656	1,8672	1,8687	1,8703
6,5	1,8718	1,8733	1,8749	1,8764	1,8779	1,8795	1,8810	1,8825	1,8840	1,8856
6,6	1,8871	1,8886	1,8901	1,8916	1,8931	1,8946	1,8961	1,8976	1,8991	1,9006
6,7	1,9021	1,9036	1,9051	1,9066	1,9081	1,9095	1,9110	1,9125	1,9140	1,9155
6,8	1,9169	1,9184	1,9199	1,9213	1,9228	1,9242	1,9257	1,9272	1,9286	1,9301
6,9	1,9315	1,9330	1,9344	1,9359	1,9373	1,9387	1,9402	1,9416	1,9430	1,9445
7,0	1,9459	1,9473	1,9488	1,9502	1,9516	1,9530	1,9544	1,9559	1,9573	1,9587
7,1	1,9601	1,9615	1,9629	1,9643	1,9657	1,9671	1,9685	1,9699	1,9713	1,9727
7,2	1,9741	1,9755	1,9769	1,9782	1,9796	1,9810	1,9824	1,9838	1,9851	1,9865
7,3	1,9879	1,9892	1,9906	1,9920	1,9933	1,9947	1,9961	1,9974	1,9988	2,0001
7,4	2,0015	2,0028	2,0042	2,0055	2,0069	2,0082	2,0096	2,0109	2,0122	2,0136
7,5	2,0149	2,0162	2,0176	2,0189	2,0202	2,0215	2,0229	2,0242	2,0255	2,0268
7,6	2,0282	2,0295	2,0308	2,0321	2,0334	2,0347	2,0360	2,0373	2,0386	2,0399
7,7	2,0412	2,0425	2,0438	2,0451	2,0464	2,0477	2,0490	2,0503	2,0516	2,0528
7,8	2,0541	2,0554	2,0567	2,0580	2,0592	2,0605	2,0618	2,0631	2,0643	2,0665
7,9	2,0669	2,0681	2,0694	2,0707	2,0719	2,0732	2,0744	2,0757	2,0769	2,0782
8,0	2,0794	2,0807	2,0819	2,0832	2,0844	2,0857	2,0869	2,0882	2,0894	2,0906
8,1	2,0919	2,0931	2,0943	2,0956	2,0968	2,0980	2,0992	2,1005	2,1017	2,1029
8,2	2,1041	2,1054	2,1066	2,1078	2,1090	2,1102	2,1114	2,1126	2,1138	2,1150
8,3	2,1163	2,1175	2,1187	2,1199	2,1211	2,1223	2,1235	2,1247	2,1258	2,1270
8,4	2,1282	2,1294	2,1306	2,1318	2,1330	2,1342	2,1353	2,1365	2,1377	2,1389
N	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09

N	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
8,5	2,1401	2,1412	2,1424	2,1436	2,1448	2,1459	2,1471	2,1483	2,1494	2,1506
8,6	2,1518	2,1529	2,1541	2,1552	2,1564	2,1576	2,1587	2,1599	2,1610	2,1622
8,7	2,1633	2,1645	2,1656	2,1668	2,1679	2,1691	2,1702	2,1713	2,1725	2,1736
8,8	2,1748	2,1759	2,1770	2,1782	2,1793	2,1804	2,1815	2,1827	2,1838	2,1849
8,9	2,1861	2,1872	2,1883	2,1894	2,1905	2,1917	2,1928	2,1939	2,1950	2,1961
9,0	2,1972	2,1983	2,1994	2,2006	2,2017	2,2028	2,2039	2,2050	2,2061	2,2072
9,1	2,2083	2,2094	2,2105	2,2116	2,2127	2,2138	2,2148	2,2159	2,2170	2,2181
9,2	2,2192	2,2203	2,2214	2,2225	2,2235	2,2246	2,2257	2,2268	2,2279	2,2289
9,3	2,2300	2,2311	2,2322	2,2332	2,2343	2,2354	2,2364	2,2375	2,2386	2,2396
9,4	2,2407	2,2418	2,2428	2,2439	2,2450	2,2460	2,2471	2,2481	2,2492	2,2502
9,5	2,2513	2,2523	2,2534	2,2544	2,2555	2,2565	2,2576	2,2586	2,2597	2,2607
9,6	2,2618	2,2628	2,2638	2,2649	2,2659	2,2670	2,2680	2,2690	2,2701	2,2711
9,7	2,2721	2,2732	2,2742	2,2752	2,2762	2,2773	2,2783	2,2793	2,2803	2,2814
9,8	2,2824	2,2834	2,2844	2,2854	2,2865	2,2875	2,2885	2,2895	2,2905	2,2915
9,9	2,2925	2,2935	2,2946	2,2956	2,2966	2,2976	2,2986	2,2996	2,3006	2,3016
N	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09

Se $N \geq 10$, $\ln 10 = 2,3026$ e escreva N em notação científica; então use $\ln N = \ln[k \cdot (10^m)] = \ln k + m \ln 10 = \ln k + m (2,3026)$, onde $1 \leq k < 10$ e m é um inteiro.

Índice

- Abscissa, 102
- Adição, 13-14
 - de expressões algébricas, 25
 - de frações, 15-16
 - de números complexos, 80-81
 - de radicais, 71-72
 - propriedade associativa da, 14-15
 - propriedade comutativa da, 14-15
 - regras de sinais para, 15
- Álgebra:
 - operações fundamentais da, 13-14
 - teorema fundamental da, 221-222
- Antilogaritmo, 269, 270
- Assíntotas, 242-243
 - horizontais, 242-243
 - verticais, 242-243
- Axiomas de igualdade, 85-87
- Base de logaritmos, 267-268
- Base de potências, 15
- Binômio, 24-25
- Cancelamento, 53-54
- Característica de um logaritmo, 268-269
- Chances, 316-317
- Chaves, 25
- Círculo, 179-180
- Coefficientes, 24-25
 - líder, 220-221
 - na fórmula binomial, 309-310
 - relação entre raízes e, 161-162
- Co-fator, 341-342
- Colchetes, 25
- Combinações, 295
- Completando quadrado, 160-161
- Compra ótima, 94-95
- Constante, 100-101
 - de proporcionalidade ou variação, 93-94
- Continuidade, 222-223
- Coordenadas de um ponto, 102
- Coordenadas retangulares, 101-102
- Cotas, superior e inferior para raízes, 222-223
- Cubo de um binômio, 39-40
- Decimal periódica, 260-261
- Declividade, 138-139
 - de retas horizontais, 138-139
 - de retas paralelas, 138-139
 - de retas perpendiculares, 138-139
 - de retas verticais, 138-139
- Denominador, 13-14, 54-55
- Desigualdades, 205-206
 - absolutas, 205-206
 - condicionais, 205-206
 - de ordem mais alta, 206-207
 - princípios das, 205-206
 - sentido das, 205-206
 - sinais das, 205-206
 - solução gráfica de, 207-209
- Determinantes, 329-330
 - de ordem n , 339-340
 - de segunda ordem, 329-330

- de terceira ordem, 330-331
- expansão ou valor de, 329-331, 339-342
- propriedades de, 340-341
- solução de equações lineares por, 329-331
- Diferença, 15
 - comum, 251-252
 - de dois cubos, 45-46
 - de dois quadrados, 45-46
 - tabular, 269
- Discriminante, 162
- Dividendo, 13-14
- Divisão, 13-14
 - de expressões algébricas, 26-27
 - de frações, 15-17
 - de números complexos, 80-81
 - de radicais, 72-73
 - por zero, 13-14
 - sintética, 220-221
- Divisor, 13-14
- Domínio, 100-101
- e, base de logaritmos naturais, 269
- Elemento de um determinante, 329-330
- Elemento neutro, 34-35
- Elipse, 181-182
- Equações, 85-86
 - com raízes dadas, 228-229
 - condicionais, 85-86
 - cúbicas, 87
 - de identidade, 85-86
 - de tipo quadrático, 162
 - defeituosas, 86-87
 - derivadas, 231-232
 - equivalentes, 86-87
 - gráficos de (veja Gráficos)
 - grau de, 25
 - limites para raízes de, 222-223
 - lineares, 87
 - literais, 124-125
 - número de raízes de, 221-222
 - quadráticas, 87, 160-161
 - quárticas, 87
 - quínticas, 87
 - radicais, 162
 - raízes complexas de, 221-222
 - raízes de, 85-86
 - raízes irracionais de, 162
 - redundantes, 86-87
 - simultâneas, 147-148
 - sistemas de, 147-148
 - soluções de, 85-86
 - transformação de, 85-86
- Equações de tipo quadrático, 162
- Equações compatíveis, 148-149
- Equações dependentes, 148-150
- Equações exponenciais, 281-282
- Equações lineares, 124-125
 - a uma variável, 124-125
 - consistentes, 147-148
 - dependentes, 147-148
 - homogêneas, 342
 - inconsistentes, 147-148
 - sistemas de, simultâneas, 147-148
 - solução gráfica de sistemas de, 147-148
 - solução via determinante de sistemas de, 329-342
- Equações quadráticas, 160-161
 - construção da, a partir de suas raízes, 162
 - discriminante de, 162
 - em duas variáveis, 157-159
 - em uma variável, 160-161
 - natureza das raízes de, 162
 - produto das raízes de, 161-162
 - simultâneas, 198-204
 - soma de raízes de, 161-162
- Equações quadráticas a duas variáveis, 178-179
 - círculo, 174-176
 - elipse, 181-182
 - hipérbole, 185-186
 - parábola, 180
- Equações quadráticas em uma variável, solução de, 160-161
 - completando quadrados, 160-161
 - por fatoração, 160-161
 - por fórmula, 161-162
 - por métodos gráficos, 164-165
- Escala, 104
- Esperança matemática, 317
- Eventos dependentes, 316-317
- Eventos independentes, 316-317
- Eventos mutuamente exclusivos, 317
- Existência de inversos, 34-35
- Expansão binomial, 309-310
 - fórmula ou teorema da, 309-310
 - prova da, para potências inteiras positivas, 371-372
- Expoentes, 15, 60-61
 - aplicações 281-285
 - nulos, 61
 - racionais, 61
 - regras de, 15-16, 60-61
- Expressões algébricas, 24-25
- Extremos, 93-94
- Fator, 44-45
 - primo, 44-45
 - numérico, 44-45
 - polinomial, 44-45
- Fator monomial, 45-46
- Fatoração, 44-45
- Fatoração por agrupamento de termos, 45-46
- Forma exponencial, 267-268
- Fórmula quadrática, 161-162
 - prova da, 163-164
- Fórmulas, 86-87

- Frações, 28-30, 53-55
 complexas, 55
 equivalentes, 53-54
 impróprias, 373-374
 irredutíveis, 53-54
 operações com, 15-16
 parciais, 373-374
 próprias, 373-374
 racionais algébricas, 53-54
 sinais de, 15-16
- Função, 100-101
 gráfico de, 101-105
 linear, 87, 124-125, 138-142
 notação para, 101-102
 polinomial, 220-221
 quadrática, 87, 160-163, 178-179
- Função racional, 242-243
 gráfico de, 243-244
- Funções polinomiais, 220-241
 resolução de, 221-222
 zeros de, 220-221
- Gráficos, 100-106
 com buracos, 242-243
 de equações lineares a duas variáveis, 147-148
 de equações quadráticas a duas variáveis, 198-199
 de equações, 100-106, 147-148, 178-179-188-189
 de funções, 101-105
- Grau, 25
 de um monômio, 25
 de um polinômio, 25
- Hipérbole, 185-186
- i , 79-80
- Identidade, 85-86
 de matrizes, 357
- Imagem de uma função, 100-101
- Índice, 60-61, 70-71
- Índice de um radical, 70-71
 redução do, 71-72
- Indução matemática, 367-368
- Infinito, 252-253
- Inteiros, 34-35
- Interpolação em logaritmos, 268-269
- Interpolação linear, 268-269
- Inverso, 15-16, 34-35
- Inversões, 339-340
- Juro, 281-282
 composto, 281-282
 simples, 281-282
- Letras, 24-25
- Logaritmos, 267-268
 aplicações de, 281-285
- base de, 267-268
 base de, naturais, 269
 característica de, comuns, 268-269
 mantissa de, comuns, 268-269
 regras dos, 267-268
 sistema de, comuns, 267-268
 sistemas de, naturais, 268-269
 tabela de, comuns, 381
 tabelas de, naturais, 384
- Maior que, 14-15
- Mantissa, 268-269
- Matriz, 355-356
 adição de, 355-356
 inversa, 357-358
 multiplicação de, 356
 multiplicação de, por escalar, 355-356
 unidade, 355-356
- Máximo divisor comum, 46
- Médias aritméticas, 252-253
- Médias de uma proporção, 93-94
- Médias geométricas, 252-253
- Médias harmônicas, 252-253
- Menor complementar, 341-342
- Menor denominador comum, 54-55
- Menor que, 14-15
- Mínimo múltiplo comum, 46
- Minuendo, 25
- Monômio, 24-25
- Multiplicação, 13-14, 25-26
 de expressões algébricas, 25-26
 de frações, 15
 de números complexos, 80-81
 de radicais, 71-73
 por zero, 13-14
 propriedade associativa da, 15
 propriedade comutativa da, 15
 propriedade distributiva da, 15
 regras de sinais para, 15
- Notação científica, 62
- Notação fatorial, 294-295
- Numerador, 13-14, 53-54
- Números, 13-14
 complexos, 79-80
 imaginários, 79-80
 inteiros, 34-35
 irracionais, 34-35
 literais, 24-25
 naturais, 13-14, 34-35
 negativos, 13-14
 operações com, reais, 13-17
 positivos, 13-14
 que servem para contar, 34-35
 racionais, 34-35
 reais, 34-35

- representação gráfica dos, reais, 14-15
- valor absoluto de, 14-15
- Números complexos, 79-80
 - adição e subtração gráficas de, 81-82
 - conjugado de, 79-80
 - iguais, 79-80
 - imaginários puros, 79-80
 - operações algébricas com, 80-81
 - parte imaginária de, 79-80
 - parte real de, 79-80
- Números irracionais conjugados, 72-73
- Operações elementares sobre as linhas, 357
- Operações fundamentais, 13-14
- Ordem de um determinante, 329-331, 339-340
- Ordem de um radical, 70-71
- Ordem de uma matriz, 355-356
- Ordem dos números reais, 14-15, 35
- Ordenada, 102
- Origem, 14-15
 - de um sistema de coordenadas retangulares, 101-102
- Parábola, 180
 - vértice de uma, 110-111
- Parênteses, 25
- Parte imaginária de um número complexo, 79-80
- Parte real de um número complexo, 79-80
- Permutações, 294-295
- Permutações circulares, 295
- Polinômios, 24-25
 - fatores de, 42-45
 - grau de, 86-87
 - identicamente iguais, 373-374
 - operações com, 25-27
 - primos, 44-45
 - relativamente primos, 46
- Ponto de máximo relativo, 110-111
 - aplicações de, 113-115
- Ponto de mínimo relativo, 110-111
 - aplicações de, 113-115
- Potências, 15, 60-61
 - de binômios, 39-40, 309-315
 - logaritmo de, 267-268
- Potências n -ésimas perfeitas, 71-72
- Preço unitário, 94-95
- Principal, 281-282
- Princípio fundamental da contagem, 294-295
- Probabilidade de insucesso, 316-317
- Probabilidade, 316-317
 - binomial, 317
 - condicional, 317
 - de eventos dependentes, 316-317
 - de eventos independentes, 316-317
 - de eventos mutuamente exclusivos, 317
 - de tentativas repetidas, 281-282
- Produto, 13-16, 25-26
 - das raízes de uma equação quadrática, 161-162
- Produtos especiais, 39-40
- Programação linear, 209-210
- Progressão aritmética, 251-252
- Progressão geométrica, 251-252
 - infinita, 252-253
- Proporção, 93-94
- Proporcional, 93-94
 - média, 93-94
 - quarta, 93-94
 - terceira, 93-94
- Propriedade da completude, 35
- Propriedade da densidade, 34-35
- Propriedade da ordem, 34-35
- Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, 15
- Propriedade do fechamento, 34-35
- Propriedades associativas, 14-15
- Propriedades comutativas, 14-15
- Provas de irracionalidade, 89-90, 231-232
- Quadrados, 60-61
 - de um binômio, 39-40
 - de um trinômio, 39-40
- Quadrantes, 101-102
- Quarta proporcional, 93-94
- Quociente, 13-16, 25-27
- Radicais, 70-71
 - adição algébrica de, 71-72
 - equações envolvendo, 162
 - equivalentes, 71-72
 - forma mais simples de, 71-72
 - índice ou ordem de, 70-71
 - mudando a forma de, 70-71
 - multiplicação e divisão de, 71-73
 - racionalização do denominador de, 72-73
 - redução do índice de, 70-71
 - remoção de potências n -ésimas perfeitas, 70-71
- Radizando, 70-71
- Raiz principal, 60-61
- Raízes, 60-61, 85-86, 220-221
 - de equações quadráticas, 160-161
 - de uma equação, 85-86
 - duplas, 160-161, 221-222
 - estranhas, 85-86
 - inteiras, 222-223
 - irracionais, 162
 - natureza das, para equação quadrática, 162
 - n -ésima principal, 60-61
 - n -ésimas, 60-61
 - número de, 221-222
 - racionais, 222-223
- Raízes complexas de equações, 181-182

- Raízes imaginárias, 162
- Raízes irracionais, 162
 - aproximação de, 223-224
- Razão, 93-94
 - comum, 251-252
- Regra de Cramer, 329-330, 342
- Regra de sinais de Descartes, 223-224
- Relação, 100-101
- Resto, 26-27
- Retas, 138-146
 - equação das, que passa por dois pontos, 140-141
 - forma declividade-intersecção, 139-140
 - forma declividade-ponto, 140-141
 - forma intersecção, 141-142
- Seções cônicas, 178-189
 - círculo, 179-180
 - elipse, 181-182
 - hipérbole, 185-186
 - parábola, 180
- Sentido de uma desigualdade, 205-206
- Seqüência, 251-252
 - harmônica, 252-253
 - infinita, 252-253
 - progressão aritmética, 251-252
 - progressão geométrica, 251-252
 - termo geral ou n -ésimo de uma, 251-252
- Série, 251-252
 - geométrica infinita, 252-253
- Símbolos de agrupamento, 25
- Simetria, 102
- Sinais, 15
 - em uma fração, 15-16
 - regra de, de Descartes, 223-224
 - regras de, 15
- Sistema de coordenadas retangulares, 101-102
- Sistema dos números reais, 13-14
- Sistemas de desigualdades, 208-209
- Sistemas de equações, 147-148, 198-199
- Sistemas de m equações a n incógnitas, 342-343
- Soluções, 60-61, 85-86, 220-221
 - de sistemas de equações, 339-340, 342
 - estranhas, 86-87
 - gráficas, 147-148, 198-199
 - triviais, não-triviais, 342
- Soma, 13-14
 - das raízes de uma equação quadrática, 161-162
 - de dois cubos, 45-46
 - de uma progressão aritmética, 251-252
 - de uma progressão geométrica infinita, 252-253
 - de uma progressão geométrica, 251-252
- Subtração, 13-16, 25-26
 - de expressões algébricas, 25
 - de frações, 15-16, 54-55
 - de números complexos, 80-81
 - de radicais, 71-72
- Subtraindo, 25
- Tabelas, 381
 - de logaritmos comuns, 381
 - de logaritmos naturais, 384
- Taxa de juro, 281-282
- Taxa de juro efetivo, 285-286
- Teorema da fatoração única, 44-45
- Teorema da raiz racional, 222-223
- Teorema das raízes inteiras, 222-223
- Teorema do fator, 220-221
- Teorema do resto, 220-221
- Teorema do valor intermediário, 222-223
- Teorema fundamental da álgebra, 251-252
- Termo geral ou n -ésimo termo, 251-252
- Termo, 24-25
 - grau de um, 25
 - inteiro e racional, 24-25
- Termos, 24-25
 - de seqüências, 251-252
 - de séries, 251-252
 - semelhantes, 24-25
- Translação, 103
 - horizontal, 104
 - vertical, 103
- Triângulo de Pascal, 311-312
- Trinômio, 24-25
 - fatores de um, 45-46
 - quadrado de um, 39-40
- Trinômio quadrado perfeito, 45-46
- Unidade imaginária, 14-15, 79-80
- Varição, 93-94
 - conjunta, 93-94
 - direta, 93-94
 - inversa, 93-94
- Variável, 100-101
 - dependente, 100-101
 - independente, 100-101
- Zero, 13-14
 - divisão por, 13-14
 - expoente, 61
 - grau, 25
 - multiplicação por, 13-14
- Zeros, 60-61, 220-221

Coleção SCHAUM

A essência do conhecimento

Os livros da Coleção Schaum são estruturados de maneira que o aluno possa aprender a matéria e estudá-la de acordo com o seu ritmo. Além de apresentar o conteúdo essencial, atendo-se a tópicos fundamentais, os textos reúnem uma grande quantidade de exercícios, o que permite testar as habilidades adquiridas. Para o professor, é um material didático completo, com teoria, problemas resolvidos e complementares.

Teoria e Problemas de Álgebra **aborda os seguintes tópicos:**

- Operações fundamentais com números • Operações fundamentais com expressões algébricas • Propriedades dos números • Produtos especiais
- Fatoração • Frações algébricas • Expoentes • Radicais • Operações simples com números complexos • Equações em geral • Razão, proporção e variação • Funções e gráficos • Equações lineares a uma variável
- Equações de retas • Equações lineares simultâneas • Equações quadráticas a uma variável • Seções cônicas • Sistemas de equações envolvendo equações quadráticas • Desigualdades • Funções polinomiais • Funções racionais • Seqüências e séries • Logaritmos • Aplicações de logaritmos e expoentes • Permutações e combinações • O teorema binomial
- Probabilidade • Determinantes e sistemas de equações lineares
- Determinantes de ordem n • Matrizes • Indução matemática • Frações parciais • Tabela de logaritmos comuns • Tabela de logaritmos naturais



www.bookman.com.br

ISBN 85-363-0340-9



9 788536 303406