

Lista de Exercícios

Distribuições Teóricas de Probabilidade **Distribuições: Normal; Binomial; e Poisson**

EXERCÍCIOS

- 1) Num determinado processo de fabricação, 10% das peças produzidas são defeituosas. As peças são acondicionadas em caixa com 5 unidades.
 - a) Qual a probabilidade de haver exatamente 3 peças defeituosas numa caixa?
 - b) Qual a probabilidade de haver duas ou mais peças defeituosas?

- 2) Se constatado que 5% das pessoas que habitam uma certa região estavam doentes. Calcule a probabilidade de que, numa amostra de 6 pessoas daquela região, escolhidas ao acaso, tenham:
 - a) Nenhuma doente;
 - b) Uma doente;
 - c) Mais de uma doente.

- 3) Determine a área subtendida pela curva normal entre:
 - a) $z = - 1,20$ e $z = 2,40$;
 - b) $z = 2,23$ e $z = 1,87$;
 - c) $z = - 2,35$ e $z = - 0,50$;
 - d) $z = 0$ e $z = 2,40$.

- 4) Determine a média e o desvio padrão de um exame a cujos graus 70 e 80 correspondem as variáveis reduzidas $z = - 0,6$ e $z = 1,4$, respectivamente.

5) A modificação percentual dos preços dos produtos de primeira necessidade, mostrou que tem uma distribuição normal com média de 45% e variância de 100%.

- a) Qual a percentagem dos produtos que tiveram seus preços aumentados pelo menos de 60%?
- b) Qual a percentagem que sofreram um aumento entre 25% e 50%?

6) Suponha que 10% de probabilidade para uma certa distribuição que é normal com média \bar{X} e variância $S^2(X)$ está abaixo de 60 e 5% acima de 90. Determine \bar{X} e $S(X)$.

LISTA COMPLEMENTAR DE EXERCÍCIOS

Assunto: Distribuição Normal; Distribuição Binomial; Distribuição de Poisson; Aproximação da Binomial pela Normal.

I - Distribuição Binomial:

1) Calcular a probabilidade de se obter ao menos 4 caras em 6 lances de uma moeda não viciada;

Resposta: $11/32 \cong 34,375\%.$

2) Se 20% dos parafusos produzidos por uma máquina são defeituosos, determinar a probabilidade de, entre 4 parafusos escolhidos ao acaso:

- a) 1 seja defeituoso;
- b) Nenhum seja defeituoso;
- c) No máximo 2 parafusos sejam defeituosos;

Resposta: (a) 0,4096; (b) 0.4096; (c) 0,9728.

3) A probabilidade de uma estudante, que ingressa em colégio, de graduar-se é 0,4. Determinar a probabilidade de, entre 5 estudantes:

- a) Nenhum se graduar;
- b) Um se graduar;
- c) Pelo menos um graduar-se.

Resposta: (a) 0,07776; (b) 0,26; (c) 0,92224.

4) Dos experimentos abaixo, verificar quais são binomiais, identificando, quando possível, os valores dos parâmetros n e p . Para aqueles que não são binomiais, apontar as razões.

- a) De uma sala com cinco mulheres e três homens, selecionados, aleatoriamente e com reposição, três pessoas. A variável aleatória de interesse é o número de mulheres selecionadas na amostra;
- b) Idem (a), mas considerando a amostragem sem reposição.
- c) De uma população de milhares de pessoas, selecionar aleatoriamente e sem reposição, vinte pessoas. O interesse está no número de mulheres na amostra.
- d) Selecionar uma amostra aleatória simples de 500 pessoas no Estado de Santa Catarina. O interesse está no número de favoráveis à mudança da capital do município de Florianópolis para o município de Curitiba.
- e) Selecionar, aleatoriamente, um morador de cada município de Santa Catarina. A variável aleatória de interesse é a mesma do item anterior.
- f) Observar uma amostra aleatória simples de 100 crianças recém-nascidas em Santa Catarina. O interesse é verificar quantas nasceram com menos de 2Kg.
- g) Observar uma amostra aleatória simples de 100 crianças recém-nascidas em Santa Catarina. A variável aleatória em questão é o peso, em kg, de cada criança da amostra.
- h) Lançar, de forma imparcial, uma moeda perfeitamente equilibrada, cinco vezes. Calcule a probabilidade de ocorrer 60% ou mais de caras, ou seja, $P(X > 3)$, onde X é o número de vezes em que aparece *cara*.
- i) Considere o experimento do exercício anterior, porém com dez lançamentos. Qual a probabilidade de se obter 60% ou mais de caras?

Intuitivamente você esperava que esta probabilidade fosse menor do que a do Exercício 7? Por quê?

5) Seja a população de pessoas de um município, onde 70% destas pessoas são favoráveis a um certo projeto municipal. Qual a probabilidade de que, uma amostra aleatória simples de 10 pessoas desta população, a maioria seja favorável ao projeto?

Resposta: 0,8497

II - Aproximação da Binomial pela Normal

Esta aproximação é empregada quando o número “n” de observações é muito grande. **Nota:** Sempre que $n.p > 5$ e $n.q > 5$, podemos aproximar o modelo Binomial $B(n,p)$ de parâmetros n e p pelo modelo Normal $N(np, \sqrt{npq})$ (de parâmetros média e desvio padrão. Ou seja, a média é np e o desvio padrão é \sqrt{npq}).

1) Observado o número Y, de respostas favoráveis, numa amostra aleatória de $n = 50$ pessoas, indagadas a respeito da opinião (favorável ou contra) sobre um projeto municipal, suponha que nesta população existam 40% de favoráveis. Calcular a probabilidade de ocorrer o evento “25 ou mais favoráveis” na amostra.

Resposta: 0,0749 (= 7,49%).

2) Seja Y com distribuição binomial de parâmetros $n= 10$ e $p=0,4$. Determinar a aproximação normal (probabilidade aproximada pela normal) para:

- a) $P(3 < Y < 8)$;
- b) $P(Y \geq 7)$;
- c) $P(Y < 5)$.

Resposta: (a) 0,60721; (b) 0,0537; (c) 0,62552.

3) De um lote de produtos manufaturados, extraídos 100 itens ao acaso; se 10% dos itens do lote são defeituosos, calcular a probabilidade de 12 itens serem defeituosos. Use a aproximação pela Distribuição Normal para resolver o exercício!

Resposta: 0,10427.

4) A confiabilidade de um mecanismo eletrônico é a probabilidade de que ele funcione sob as condições para as quais foi planejado. Uma amostra de 1.000 destes itens é escolhida ao acaso, e os itens são testados, obtendo-se 30 defeituosos. Calcular a probabilidade de se obter pelo menos 30 itens defeituosos, supondo que a confiabilidade do item é 0,95.

Resposta: 0,0009.

5) Calcule a probabilidade de ocorrer o nascimento de mais de 210 meninos (sexo masculino) entre 400 crianças nascidas em um hospital.

Resposta: $0,34134 \cong 34,13\%$
